

Universidade de São Paulo
Instituto de Física

Correlações Quânticas Multicolores no Oscilador Paramétrico Ótico

Katiúscia Nadyne Casseiro

Tese de doutorado apresentada ao
Instituto de Física para a obtenção
do título de Doutor em Ciências

Orientador: Prof. Dr. Paulo Alberto Nussenzveig

Banca Examinadora:

Michal Lipson (Cornell University)

Daniel Felinto Pires Barbosa (UFPE)

Luis Eduardo Evangelista de Araújo (UNICAMP)

Antônio José Roque da Silva (IF-USP)

Paulo Alberto Nussenzveig (IF-USP)

São Paulo
2008

FICHA CATALOGRÁFICA
Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Cassemiro, Katiúscia Nadyne

Correlações Quânticas Multicolores no Oscilador
Paramétrico Óptico - São Paulo, 2008.

Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo.
Instituto de Física, Depto. de Física Experimental

Orientador: Prof. Dr. Paulo Alberto Nussenzveing

Área de Concentração: Física

Unitermos: 1. Informação Quântica; 2. Física
Experimental; 3. Feixes Ópticos.

USP/IF/SBI-028/2008

Resumo

Investigamos as propriedades quânticas conjuntas dos três feixes intensos de luz produzidos por um oscilador paramétrico ótico (OPO) operando acima do limiar, denominados bombeio, sinal e complementar. Analisamos experimentalmente as flutuações quânticas de intensidade e fase destes feixes, e como se correlacionam.

Observamos pela primeira vez a presença de correlações quânticas entre as *fases* dos três campos. O ruído observado na soma das fases de sinal e complementar, $\Delta^2 \hat{q}_{12}^+ = 1,28(3) > 1$, passa a apresentar compressão de ruído após ser corrigido pelas flutuações de fase do feixe de bombeio, resultando em $\Delta^2 (\hat{q}_{12}^+)' = 0,84(3) < 1$. Para potências mais altas de bombeio, observamos também a existência de correlações quânticas diretamente entre as *amplitudes* do feixe de bombeio e um dos feixes convertidos (sinal ou complementar); a máxima compressão de ruído medida correspondeu a $\Delta^2 \hat{p}_{02}^- = 0,86(3) < 1$.

Estendemos nosso estudo às propriedades de emaranhamento deste sistema tripartite, para tanto utilizando dois critérios distintos. Nossos dados apontam a separabilidade do sistema no regime de operação estudado, em contradição com o modelo teórico. Utilizando o critério de emaranhamento de P. van Loock e A. Furusawa, obtivemos os seguintes valores para as combinação de variâncias que comprovariam a inseparabilidade caso fossem menores que 2: $V_0 = 1,29(5) < 2$, $V_1 = 2,04(11) > 2$ e $V_2 = 2,09(7) > 2$. Com relação ao segundo critério de separabilidade, positividade sob transposição parcial, obtivemos os seguintes autovalores simpléticos a partir da matriz de covariância medida: $\tilde{\nu}^{(0)} = 0,94(8) \approx 1$ e $\tilde{\nu}^{(1)} = 0,36(6) < 1$, em que o emaranhamento seria evidenciado caso $\tilde{\nu}^{(0)}, \tilde{\nu}^{(1)} < 1$. Esta discordância com a previsão teórica está relacionada a um ruído clássico espúrio observado no sistema, cujas características são levantadas nesta tese. Nossa análise indica os rumos a serem seguidos para a observação do emaranhamento.

Mostramos teoricamente que o emaranhamento tripartite previsto pode ser utilizado como recurso para a criação de um sistema emaranhado multipartite. Para tanto, diversos OPOs são utilizados em uma configuração em cadeia, na qual o feixe de bombeio refletido pelo primeiro OPO serve de bombeio para o segundo e assim sucessivamente. Este esquema permite a geração de uma rede quântica multicolor escalável.

Por fim, descrevemos a construção de um laser de Ti:safira que representa o primeiro passo na integração entre luz não-clássica e física atômica a ser investigada em nosso laboratório. Este laser pode ser utilizado, ao mesmo tempo, como bombeio do OPO e de uma nuvem de átomos. O emaranhamento tripartite gerado no OPO estabelecerá a conexão destes últimos com os feixes convertidos, cujos comprimentos de onda possibilitariam a transmissão direta destes feixes de luz através de fibras óticas comerciais de telecomunicação.

Abstract

We have investigated the collective quantum properties of the three bright light beams produced by an optical parametric oscillator (OPO) operating above threshold, named pump, signal, and idler. We have analyzed experimentally their intensity and phase quantum fluctuations, and how they are correlated.

For the first time, we have observed the existence of *phase* quantum correlations among the three beams. The measured phase-sum noise between signal and idler, $\Delta^2 \hat{q}_{12}^+ = 1,28(3) > 1$, presents squeezing when corrected by the phase fluctuations of the pump beam, resulting in $\Delta^2 (\hat{q}_{12}^+)' = 0,84(3) < 1$. For higher pump powers, we have observed the existence of *amplitude* quantum correlations directly between pump and one of the downconverted beams (signal or idler); the maximum measured squeezing level corresponded to the noise $\Delta^2 \hat{p}_{02}^- = 0,86(3) < 1$.

Our investigations included the entanglement properties of this tripartite system, tested by two different criteria. Our data points to the separability of the system in the accessible regime of operation, in contradiction with the theoretical predictions. Applying the criterion by P. van Loock and A. Furusawa, we have obtained the following values of combinations of variances which would attest the inseparability in case values smaller than 2 would be obtained: $V_0 = 1,29(5) < 2$, $V_1 = 2,04(11) > 2$, and $V_2 = 2,09(7) > 2$. For the second criterion, the positivity under partial transpose, we have obtained the following symplectic eigenvalues calculated from the measured covariance matrix: $\tilde{\nu}^{(0)} = 0,94(8) \approx 1$ and $\tilde{\nu}^{(1)} = 0,36(6) < 1$, where entanglement is attested in case $\tilde{\nu}^{(0)}, \tilde{\nu}^{(1)} < 1$. This discrepancy with the theoretical prediction is caused by a classical spurious noise observed in the system, which characteristics are investigated in this thesis. Our analysis indicates the path to successfully observe tripartite entanglement.

We show theoretically that the predicted tripartite entanglement can be employed as a resource for the construction of a multipartite entangled system. This is accomplished by pumping several OPO's with the same optical field, such that the pump beam reflected by the first OPO is utilized to pump a second one, and so on. This scheme allows the generation of a multicolor scalable quantum network.

Finally, we describe the construction of a Ti:sapphire laser which represents the first step in the integration between non-classical light and atomic physics to be investigated in our laboratory. This laser could be employed at the same time to pump an OPO and to interact with a cloud of atoms. The tripartite entanglement produced by the OPO could then entangle the atoms to the downconverted beams, which wavelength would allow the transmission of these beams through commercial optical fibers for telecom.

Agradecimentos

Durante a realização deste doutorado contei com o apoio de diversas pessoas.

Primeiramente, agradeço ao meu orientador Prof. Paulo A. Nussenzveig por ter aberto importantes caminhos na minha carreira científica e por sempre ter incentivado que eu alcançasse independência profissional. Agradeço também ao Prof. Marcelo Martinelli, pela paciência e disposição em explicar e desvendar os mais diversos aspectos práticos do experimento.

Muitos foram os aprendizados com os colegas de trabalho. Agradeço ao Luciano por ter me introduzido ao mundo dos átomos e aos temíveis lasers de diodo. Igualmente relembro vários experimentos feitos com a ajuda de Aguirre. Agradeço ao Alessandro pela ativa participação em um momento de transição de meu projeto de pesquisa. Suas explicações, dicas e ajuda durante as medidas foram fundamentais na realização desta tese. Ressalto ainda seu papel na função de colaborador e coautor de um artigo que fizemos em conjunto. Relembro também a participação do pós-doc Paulo Valente nos primeiros tempos de domínio do OPO.

Este trabalho contou com a participação de diversos colaboradores. Agradeço ao Prof. Flávio Cruz pelo apoio indispensável durante a construção do laser de Ti:safira. Seu conhecimento, disponibilidade e atenção foram fundamentais. Agradeço ainda ao professor Antônio Z. Khoury pelas interessantes discussões, sempre muito empolgantes; ao Prof. Arturo Lezama pela participação nos experimentos de Hanle-EIT.

Agradeço ao Prof. Gerd Leuchs por ter me propiciado um estágio em seu grupo de pesquisa e pela confiança depositada. Ao colega de trabalho, Christoffer Wittmann, devo diversas discussões que me levaram ao entendimento de um novo assunto. Agradeço a hospitalidade de Marga Schwender e à instituição que, de modo geral, me recebeu de portas abertas.

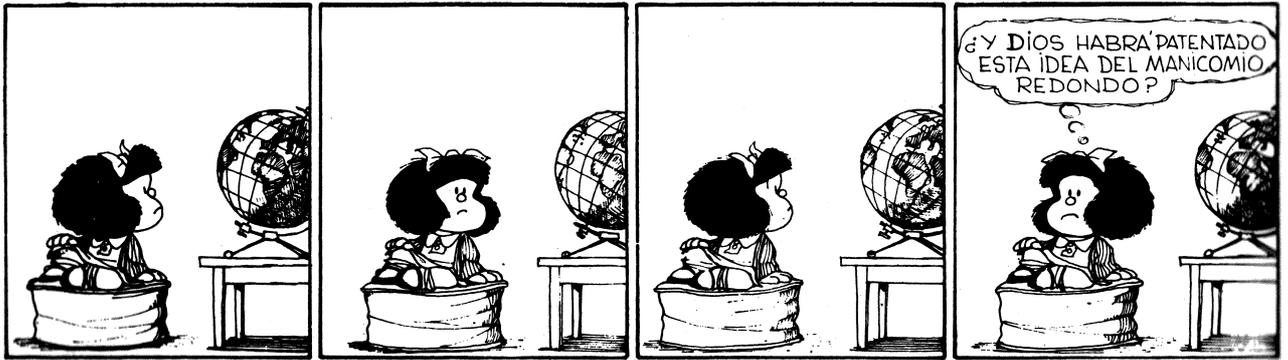
Aos membros da banca desta tese, Profa. Michal Lipson, Prof. Daniel Felinto, Prof. Luis Araújo e Prof. José Roque, agradeço a participação, leitura minuciosa deste manuscrito e as diversas sugestões e perguntas, que me ajudaram a aguçar a compreensão e exposição destes resultados.

Agradeço aos funcionários do Instituto de Física por todo o apoio prestado. Em especial, às secretárias do departamento, Edi e Ivanei, sempre muito prestativas e eficientes. Agradeço ainda aos funcionários da CPG, Francisleine e Éber, pela atenção indispensável. Por diversas vezes também contei com o apoio do pessoal da oficina mecânica e serviços em geral, José Carlos, Miguel, Marcos, Adílson e Centro de Computação, Renata e Leonel.

Agradeço aos professores de graduação que, por uma via ou outra, influenciaram minha maneira de pensar. Do mesmo modo agradeço aos colegas de estudo. Relembro especialmente a amiga Renata Ribeiro, com a qual pude contar de diversas maneiras, sempre me apoiando nas situações mais complicadas.

Reconheço os sacrifícios feitos por meus pais para que eu e meu irmão pudéssemos ter uma boa educação. Agradeço aqui o apoio de meus familiares natos, Isabel, José Antônio, Ralflem e tio Antônio; e adquiridos, Fátima, José Maria e Priscilla, que me deram uma nova família em terra estranha. Agradeço com admiração ao meu marido, por sua constante dedicação e pelas inúmeras discussões estimulantes com relação à física.

Finalmente, agradeço o apoio da agência de fomento FAPESP que financiou a execução deste trabalho e à instituição IUPAP, por ter custeado minha participação em um importante congresso internacional.



QUINO, "10 Años con Mafalda".

*À cidade de São Paulo,
com seus encantos e mazelas.*

Sumário

Introdução	1
1 Conceitos Básicos	9
1.1 Definição das Quadraturas do campo e Espectro de ruído	10
1.1.1 Descrição Clássica	10
1.1.2 Descrição Quântica	14
1.2 Medida das Quadraturas do campo	16
1.2.1 Cavidades Óticas	17
1.3 Espaço de Fase e Variáveis Contínuas	23
1.3.1 Operações Gaussianas e Transformações Simpléticas	27
2 Critérios de Separabilidade	33
2.1 Positividade sob Transposição Parcial	35
2.1.1 Descrição do critério	36
2.1.2 Aplicação em Variáveis Contínuas	37
2.2 Soma de variâncias	41
2.2.1 Caso Bipartite	41
2.2.2 Caso Multipartite	43
3 O Oscilador Paramétrico Ótico	47
3.1 Descrição teórica do OPO	49
3.2 Emaranhamento no OPO	59
3.2.1 Aplicação dos critérios de separabilidade	61
4 Medida de Correlações Quânticas	69
4.1 Método Experimental	70
4.2 Discrepâncias entre Teoria e Experimento	78
4.3 Correlações Tripartites	82
4.3.1 Análise Completa	84
4.4 Análise dos ruídos segundo critério PPT	88
4.5 Ruído espúrio no OPO	93

4.6	Aplicação: Distribuição de chaves em Criptografia	98
5	Emaranhamento Escalável	101
5.1	Descrição do sistema	102
5.2	Análise do emaranhamento pentapartite	103
6	Integração entre luz não-clássica e átomos	111
6.1	Oscilação Laser	114
6.1.1	Características do laser construído – Ti:safira	118
6.1.2	Resultados Preliminares	123
	Conclusão e Perspectivas	127
	Referências	129

Introdução

A ciência de Informação Quântica compreende, de modo amplo, os campos de comunicação e computação. Com relação à primeira, a idéia básica consiste em enviar um estado quântico de um lugar para outro de modo preciso e seguro [Jenkins 2007], o que é feito explorando as propriedades de não-ortogonalidade entre estados ou *emaranhamento* entre sistemas físicos [Einstein 1935].

O estado emaranhado de um par de partículas é caracterizado pela impossibilidade de descrevê-lo em termos do produto dos estados individuais de cada uma. Esta característica implica na existência de *correlações* mais fortes que o permitido pela mecânica clássica entre os possíveis resultados de medidas sobre cada partícula [Bell 1964]. Além disto, elas se manifestam mesmo quando o par emaranhado se encontra separado por grandes distâncias.

Uma aplicação importante da área de comunicação quântica é a *criptografia quântica* [Gottesman 2000, Lemelle 2006], na qual um indivíduo (usualmente denominado Alice) tem o problema de enviar uma mensagem *secreta* a um receptor (denominado Bob) [Bennett 1984, Bennett 1992, Ekert 1991, Jennewein 2000]. A codificação da mensagem é realizada por uma chave gerada via um protocolo de *distribuição quântica de chaves* (*quantum key distribution* – QKD), cuja segurança está relacionada à impossibilidade de *clonagem*¹ perfeita de um estado quântico $|\Psi\rangle$. De fato, caso um espião (denominado Eve) intercepte o canal buscando extrair informação do sistema quântico (ou seja, realizando medidas), o estado $|\Psi\rangle$ é alterado, o que pode revelar sua presença.

Outra frente de pesquisa, de certo modo complementar à anterior, consiste em maximizar a informação que se pode ganhar sobre um estado gerando o mínimo distúrbio possível sobre este [Peres 1991, Fuchs 1996]. Por exemplo, no caso em que Alice e Bob se comunicam utilizando um conjunto de estados conhecidos (alfabeto), mas que são não-ortogonais, foram desenvolvidas diferentes estratégias de discriminação ótima (entre os estados) com a menor probabilidade de erro [Bergou 2004]. Diferentes realizações experimentais destas estratégias se encontram nas referências [Cook 2007, Wittmann 2008].

Com relação à computação quântica, seu conceito primordial está relacionado a mani-

¹Embora a clonagem *perfeita* não seja possível, existem estratégias de clonagem ótima [Cerf 2000, Andersen 2005], o que permite estabelecer um limite máximo para a informação que Eve pode obter sobre a codificação.

pulação [Deutsch 1998] ou medida [Raussendorf 2001] de um sistema quântico de maneira controlável [Nielsen e Chuang 2000]. Seu recurso fundamental consiste na superposição de estados e emaranhamento entre N qubits [Cirac 2004]. Em analogia à computação clássica, a informação quântica também pode ser representada por bits “0” e “1”, com a diferença de que estes bits quânticos, os qubits, são estados quânticos de um sistema de dois níveis (denotados por $|0\rangle$ e $|1\rangle$), tais como a polarização de fótons e níveis de energia internos de átomos. Sendo assim, um qubit $|\Phi\rangle$ apresenta a vantagem de poder ser “ao mesmo tempo” a combinação de ambos, por exemplo $|\Phi\rangle = [|0\rangle + |1\rangle]/\sqrt{2}$. O emaranhamento entre os diversos qubits constitui a fonte essencial à realização de determinadas tarefas em tempos extremamente curtos, comparado a um computador clássico [Bennett 2000]. Por exemplo, o algoritmo de Shor permite a fatorização de números em um tempo exponencialmente menor que o de um computador clássico [Shor 1994, Ekert 1996], o que ameaça a segurança de sistemas cuja criptografia é justamente baseada na dificuldade de fatorização.

Estas áreas tiveram seu desenvolvimento inicial em sistemas de *variáveis discretas*, que representam a generalização mais intuitiva de processador clássico, dada a semelhança entre os bits do último e os qubits do processador quântico. Propostas similares foram posteriormente desenvolvidas no regime de *variáveis contínuas* (*continuous variables – CV*), em que a informação é codificada em observáveis que podem assumir qualquer valor real (possuem espectro contínuo), tais como a posição e momento de uma partícula. Neste caso, são comumente empregados feixes de luz, sendo as variáveis contínuas de interesse as quadraturas do campo, tais como amplitude e fase. O cenário de variáveis contínuas pode apresentar certas vantagens, tais como perspectiva de maiores taxas de processamento [Cerf 2007], e realização experimental determinística (dada a substituição de detectores de fotocontagem por esquemas de detecção homodina) [Braunstein e van Loock 2005]. Com relação à extensão dos protocolos vistos acima, citamos as propostas e experimentos de QKD (CV), tanto empregando estados emaranhados [Silberhorn 2002, Jing 2002], quanto utilizando estados coerentes [Grosshans 2002, Grosshans 2003]. Já a realização de um computador quântico em CV é proposta e analisada na referência [Lloyd 1999], em que se mostra haver a possibilidade de realizar uma computação mais eficiente que no caso discreto.

Dado que o emaranhamento constitui um ingrediente chave na realização de diversos protocolos de informação quântica, é importante considerar a questão prática de geração e detecção deste tipo de estado. No regime de variáveis contínuas, as quantidades tipicamente medidas são as *variâncias* das quadraturas do campo, sendo importante estabelecer um *critério de separabilidade* expresso em termos destes elementos. Avanços teóricos neste sentido são relativamente recentes, apesar do grande número de trabalhos subseqüentes destes encontrados atualmente. No caso de sistemas bipartites, dois importantes critérios estabeleceram condições necessárias e suficientes para que um estado seja emaranhado [Duan 2000, Simon 2000]. O primeiro destes critérios é particularmente atrativo

do ponto de vista experimental devido a sua simplicidade: o emaranhamento é provado pela observação de compressão de ruído (*squeezing*) nos campos envolvidos. Uma mistura adequada de dois estados separáveis comprimidos pode levar a um estado emaranhado, e vice-versa [Glöckl 2006].

Utilizando este método, diversos experimentos já foram realizados, gerando estados de luz bipartites emaranhados (CV). Por exemplo, utilizando estados comprimidos gerados por uma fibra ótica (efeito Kerr) [Silberhorn 2001, Glöckl 2006]; gerados por um cristal não-linear (via um OPA), em que o emaranhamento aparece entre as variáveis de polarização do campo (parâmetros de Stokes) [Bowen 2002]; e gerados pela interação não-linear com uma nuvem de átomos frios, tendo emaranhamento em ambos parâmetros, polarização e quadratura dos campos [Josse 2004]. O emaranhamento também pode ser gerado diretamente pelo meio de interação não-linear. Nos experimentos [Ou 1992, Schori 2002] e [Villar 2005], utilizou-se um oscilador paramétrico ótico (OPO), abaixo ou acima do limiar de oscilação, respectivamente. O trabalho de Villar *et al.* (realizado por nosso grupo) também difere dos demais por ter gerado emaranhamento entre dois feixes de luz com *frequências óticas distintas*, podendo “transferir” informação quântica entre sistemas físicos *a priori* incompatíveis. Do ponto de vista prático, como o estado gerado pode ser degradado por um ruído clássico, pode ser útil a utilização de protocolos como *correção de erros* [Shor 1994, Steane 1996] e *destilação* (purificação) [Bennett 1996a]. Suas extensões para CV foram realizadas, sendo descritas nas referências [Braunstein 1998a, Gottesman 2001] e [Browne 2003, Braunstein e van Loock 2005], respectivamente.

Uma segunda questão de grande importância reside no emprego deste recurso (emaranhamento) para a realização de comunicação quântica a longas distâncias, que inevitavelmente introduzem erros no sinal transmitido ². No caso clássico, problema similar é solucionado utilizando uma sequência de amplificadores inseridos no canal de comunicação. Já no caso quântico, o mesmo princípio não funciona, uma vez que a amplificação insere conjuntamente ruído clássico [Bužek 1996]. Visando resolver esta limitação introduziu-se o conceito de *repetidores quânticos* [Briegel 1998, Dür 1999]. A idéia básica consiste em realizar o teletransporte de emaranhamento (*entanglement swapping*) [Bennett 1993]. Ou seja, dados dois sistemas, A e B, cada qual constituído de pares emaranhados separados por uma distância curta, realizam-se determinadas medidas conjuntas sobre um dos constituintes de A e outro de B, o que leva ao emaranhamento entre os constituintes remanescentes, que se encontram separados à longa distância. Na prática, diversos sistemas como estes devem ser conectados em cadeia, o que se conhece por uma rede quântica (*quantum network*), em que as conexões (onde as medidas conjuntas são realizadas) são chamadas de nós desta rede [Cirac 1997].

A definição original de teletransporte reside na transferência de um estado quântico

²Um avanço experimental, no sentido de obter diretamente um estado emaranhado entre dois sistemas separados de 144 km, foi recentemente obtido [Ursin 2007], no regime de fótons individuais.

(em vez de emaranhamento) de um lugar para outro, por um indivíduo que desconhece o estado a ser transferido, mas que compartilha um estado emaranhado com o receptor [Bennett 1993, Vaidman 1994]. A primeira realização experimental em CV é descrita em [Furusawa 1998], em que foram teletransportados estados coerentes arbitrários com uma fidelidade superior à obtida classicamente [Braunstein 2000, Hammerer 2005]. Já o teletransporte de emaranhamento foi recentemente reportado na referência [Jia 2004, Takei 2005].

O processamento de informação quântica requer não somente a transferência de informação e emaranhamento entre os diferentes nós da rede quântica como também um meio (presente em cada nó) em que esta possa ser armazenada, chamada de *memória quântica*. Os fótons, por poderem se propagar por longas distâncias sem serem modificados, são bastante adequados para realizar a distribuição da informação quântica. Por outro lado, átomos constituem elementos mais apropriados para a realização de uma memória, devido à possibilidade de armazenar coerentemente estados quânticos em seus níveis internos, facilmente manipuláveis. Sendo um ingrediente fundamental na implementação de uma rede quântica escalável, a transferência de estado quântico entre átomos e luz vem sendo intensivamente estudada.

No caso de variáveis contínuas, já foram realizados o emaranhamento entre duas amostras atômicas macroscópicas [Julsgaard 2001] e o teletransporte de um estado quântico, codificado em um pulso de luz, para uma amostra atômica [Sherson 2006]. Com relação à armazenagem de pulsos de luz por átomos, um dos primeiros métodos a ser empregado consistiu no uso de transparência eletromagneticamente induzida (*electromagnetic induced transparency* – EIT) [Fleischhauer 2005a], fenômeno conhecido pela possibilidade de propagação lenta da luz em um meio atômico [Hau 1999]. Neste sentido, mencionamos os experimentos [Liu 2001, Phillips 2001], em que o pulso de luz foi armazenado por tempos da ordem de 1 ms. O regime quântico, em que o estado CV armazenado é recuperado com fidelidade superior à alcançada classicamente, é reportado na referência [Julsgaard 2004]. Além disto, também foram demonstradas memórias no regime de fótons individuais [Eisaman 2005, Chen 2008].

Finalmente, vários dos protocolos aqui apresentados podem ser generalizados para o caso em que se lida com um sistema emaranhado composto por mais que dois constituintes [Lian 2007]. Uma aplicação bastante interessante neste cenário é o “computador de via única” (*one-way quantum computing*) [Raussendorf 2001]. Neste esquema, o processamento da informação é realizado através de medidas sobre partículas de uma rede quântica, num certo estado emaranhado global (estado aglomerado – *cluster state*) [Briegel 2001]. Deste modo, o estado de todas as partículas é influenciado pelas medidas num determinado nó. A computação é realizada através de uma série de escolhas de tipos de medidas a serem feitas e sobre quais partículas, o que pode ser mais prático do ponto de vista experimental, comparado ao esquema padrão. A realização experimental destas idéias é reportada nas

referências [Walther 2005, Prevedel 2007], em que o estado aglomerado foi produzido com 4 qubits (utilizando estados de polarização de fótons), possibilitando a implementação do algoritmo de busca de Grover [Grover 1997]. A extensão deste tipo de computação para variáveis contínuas pode ser encontrada em [Zhang J. 2006, Menicucci 2006].

A caracterização experimental de *emaranhamento multipartite* CV pode ser feita utilizando critérios de separabilidade análogos aos existentes para o caso bipartite, tais como os apresentados em [van Loock 2003, Werner 2001]. Subsequentemente ao estabelecimento destes, foram gerados estados com emaranhamento tripartite [Jing 2003, Aoki 2003] e quadripartite [Su 2007]. O teletransporte de um estado quântico, via o emaranhamento entre diversas partes de uma rede (*quantum teleportation network*), também foi proposto [van Loock 2000b] e realizado [Yonezawa 2004]. Este caso de teletransporte difere do caso bipartite por permitir, por exemplo, o controle de acesso à informação por uma das partes. Tratando de comunicação quântica, mencionamos a análise experimental de segurança na distribuição de informação por uma rede multipartite [Lance 2004].

Nesta tese, tivemos por objeto central de estudo a análise de correlações entre os feixes bombeio, sinal e complementar, gerados em um oscilador paramétrico ótico (OPO), operando acima da potência limiar de oscilação. O OPO consiste de um cristal não-linear, disposto no interior de uma cavidade ótica, que realiza a conversão paramétrica de um fóton do feixe de bombeio (frequência ω_0) em dois fótons, um no feixe sinal (frequência ω_1) e outro no feixe complementar (frequência ω_2). A conservação de energia impõe a restrição $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$ às possíveis frequências dos campos, indicando uma conexão entre as flutuações de fase destes.

A motivação deste trabalho reside na previsão teórica de **emaranhamento tripartite** neste sistema [Villar 2006]. De fato, são conhecidas diversas propriedades quânticas dos feixes gerados no OPO, porém a análise sempre se limitou aos feixes gêmeos (sinal e complementar) ou feixe de bombeio, de maneira separada. Correlações quânticas entre as intensidades dos feixes gêmeos foram medidas somente dois anos após a primeira medida de compressão quântica ³ [Heidmann 1987]. O emaranhamento bipartite entre estes feixes foi predito pouco tempo depois [Reid 1988], sendo subsequentemente medido no OPO abaixo do limiar ⁴ [Ou 1992] e acima [Villar 2005, Jing 2006, Su 2006]. Com relação ao feixe de bombeio, observou-se compressão em sua quadratura fase [Kasai 1997, Zhang K.S. 2001], mas sem uma análise concomitante do ruído dos feixes gêmeos.

Realizamos, pela primeira vez, medidas conjuntas do ruído de quadratura dos feixes bombeio, sinal e complementar. Estas medidas revelaram a presença de **correlações quânticas tripartites**, tanto para uma certa combinação de quadraturas amplitude quanto para outra combinação de quadraturas fase [Cassemiro 2007a, Cassemiro 2007b],

³A primeira medida de squeezing foi realizada por Slusher *et al.* via mistura de quatro ondas [Slusher 1985].

⁴Neste caso não há oscilação paramétrica, sendo o estado produzido o vácuo comprimido.

caracterizadas pela observação de compressão de ruído. Como vimos, a presença de squeezing está intimamente relacionada com a propriedade de emaranhamento. De fato, nossos resultados indicam que estamos numa condição próxima para evidenciá-lo no sistema tripartite.

A geração de um **ruído espúrio** pelo cristal não-linear, efeito que foi identificado pela primeira vez quando caracterizamos o emaranhamento bipartite s(entre os feixes sinal e complementar) [Villar 2007a], constitui uma fonte degradadora de correlações quânticas. A análise completa do sistema tripartite nos forneceu dados adicionais sobre este intrincado efeito, que nos permitiram traçar possíveis caminhos que levem à medida de emaranhamento tripartite ⁵. Ou seja, esta primeira etapa de verificação experimental sedimenta as bases que devem levar à obtenção deste importante estado do sistema global.

Do ponto de vista teórico, considerando que os problemas técnicos enfrentados no sistema serão resolvidos e o emaranhamento tripartite evidenciado, estudamos o **escalonamento do emaranhamento** para um caso multipartite. Analisamos o caso em que o feixe de bombeio refletido pelo OPO é utilizado como bombeio de um segundo OPO, gerando um novo par de feixe gêmeos e um novo feixe de bombeio refletido. Verificamos que o sistema composto pelos três últimos feixes mais os feixes gêmeos do primeiro OPO apresenta **emaranhamento pentapartite** [Cassemiro 2008]. A distribuição do emaranhamento entre os diversos feixes foi caracterizada, mostrando ser até certo ponto ajustável através de parâmetros experimentais como a potência de bombeio e frequência de análise. Este resultado abre as portas para realizarmos experimentos utilizando uma rede quântica.

Conforme mencionado, plataformas que permitam a geração de fótons emaranhados em comprimentos de onda distintos constituem ferramentas bastante atrativas. Sendo o emaranhamento obtido em nosso sistema **multicolor**, notamos a possibilidade de construir um OPO tendo feixe de bombeio com comprimento de onda $\lambda \sim 780$ nm, o que leva à geração de feixes gêmeos com $\lambda \sim 1560$ nm. Ou seja, preparamos um feixe diretamente apto a interagir com um sistema atômico e que está emaranhado a um feixe com frequência dentro da banda de telecomunicações, o que satisfaz os requisitos para a realização eficiente de armazenamento e transporte de informação quântica [Jenkins 2007].

A realização prática deste tipo de experimento requer a utilização de um laser sintonizado em uma transição atômica, que seja intenso o suficiente para bombear um OPO e, de preferência, que tenha ruído coerente. O tipo de laser mais adequado a esta situação é o laser de estado sólido **Ti:safira**. Parte desta tese consistiu na construção de dois destes lasers. Apresentamos suas características e resultados preliminares de medidas de seu ruído após interação com um sistema atômico. Neste último aspecto, mencionamos que o grupo já possui diversos resultados, principalmente no que concerne à análise de

⁵Já a origem física última do ruído espúrio ainda necessita ser elucidada, demandando por si uma nova frente de pesquisa.

correlações entre feixes bombeio e sonda após interação com vapor atômico de rubídio na condição de transparência eletromagneticamente induzida [Cruz 2006].

*** **

Apresentamos no capítulo 1 conceitos básicos utilizados ao longo da tese, tais como a definição das quadraturas do campo, ruído e correlações. Além disto, descrevemos a técnica utilizada na medida de quadratura fase, a rotação da elipse de ruído por uma cavidade ótica. Por fim, apresentamos o espaço de fase quântico, que será útil na descrição de um critério de emaranhamento. Neste quesito, no capítulo 2 discutimos dois critérios de emaranhamento aplicáveis a sistemas multipartites: positividade sob transposição parcial (*positivity under partial transposition* – PPT) [Peres 1996, Simon 2000], e o critério de soma de combinações de variâncias de P. van Loock e A. Furusawa [van Loock 2000b], análogo ao critério DGCZ para sistemas bipartites [Duan 2000]. No capítulo 3 apresentamos a descrição física do OPO, fornecendo as equações dinâmicas para as amplitudes dos campos gerados, que permitem obter sua solução estacionária e características das flutuações. De posse das últimas deduzimos a matriz de covariância do OPO, que contém toda a informação quântica do sistema. Aplicamos os critérios de separabilidade vistos, identificando os melhores parâmetros experimentais para a observação do emaranhamento. Nossos resultados são finalmente apresentados no capítulo 4, em que fornecemos detalhes do experimento e mostramos a presença de correlações quânticas tripartites. O ruído espúrio é analisado, e concluímos fornecendo dados preliminares da realização de um protocolo de geração de chaves para criptografia quântica [Silberhorn 2002]. Na sequência, capítulo 5, analisamos teoricamente o escalonamento do emaranhamento, mostrando ser possível gerar emaranhamento multipartite pela ação de um único feixe de bombeio que conecta múltiplos OPOs numa configuração em cadeia. A integração entre o OPO e experimentos realizados com sistemas atômicos é discutida no capítulo 6, em que mostramos características do laser de Ti:safira construído. Por fim, apresentamos a conclusão e perspectivas.

OBS : Ao longo desta tese utilizaremos a estrutura de parágrafos de largura reduzida para realizarmos comentários e (ou) observações.

Capítulo 1

Conceitos Básicos

Nesta seção apresentamos conceitos que são frequentemente utilizados ao longo da tese. Definimos as **quadraturas** amplitude \hat{p} e fase \hat{q} do campo eletromagnético, que possuem um papel central no cálculo e **medida dos ruídos** dos feixes gerados no OPO. Com relação à medida, é bem conhecida a técnica de detecção homodina, que emprega a interferência entre um feixe coerente intenso (dito oscilador local) com aquele que se quer medir, permitindo detectar as quadraturas do último. Veremos que, no caso do OPO não degenerado, o uso de oscilador local é uma tarefa tecnicamente árdua. Isto nos motivou a utilizar uma técnica de medida diferente, fazendo uso de **cavidades óticas**, o que é explicado na sequência.

Como estamos lidando aqui com as variáveis contínuas \hat{p} e \hat{q} , ou seja, trabalhamos num espaço de Hilbert de dimensão infinita, faz-se útil tratar operações sobre estes observáveis no **espaço de fase quântico**. Neste sentido, definiremos brevemente o operador densidade para, em seguida, introduzirmos a função de Wigner, que terá uso na discussão dos critérios de emaranhamento e é empregada na solução das equações de evolução dos feixes gerados no OPO. Tratando de vários modos do campo, o princípio de incerteza de Heisenberg será generalizado e escrito em termos dos momentos de segunda ordem, que definem a **matriz de covariância** V . Definiremos então os estados gaussianos, que podem ser completamente determinados através de V , e que representam, com boa aproximação, o estado dos feixes analisados nesta tese.

Finalmente, discutiremos as **operações gaussianas** que, no espaço de fase, são descritas por transformações simpléticas. Veremos que basicamente todas as operações facilmente implementadas hoje em dia são gaussianas: misturar feixes num divisor de feixes (*beam-splitter*), realizar compressão do ruído (*squeezing*), deslocar a fase de um estado com relação a outro (*phase-shift*) e detecção homodina. Disto percebe-se claramente a importância destas operações. Vale também mencionar que os **autovalores simpléticos** da matriz de covariância têm um papel fundamental na **distinção entre estados separáveis e emaranhados**, sendo empregados com este fim ao longo da tese.

Para aqueles que já estão familiarizados com estas idéias, vale conferir a notação aqui

utilizada, que será fixada e mantida no resto do texto.

1.1 Definição das Quadraturas do campo e Espectro de ruído

Começaremos com uma descrição clássica do campo eletromagnético e quadraturas. Vamos introduzir a idéia de modulação de amplitude e fase, e definir o espectro de ruído. Faremos então uma mudança da descrição clássica para quântica via uma associação direta de observáveis tipo posição e momento em operadores hermiteanos que não comutam. O tratamento rigoroso para esta transição pode ser encontrado em diversos textos de mecânica quântica, por exemplo [Cohen-Tannoudji 2004].

1.1.1 Descrição Clássica

A amplitude de um campo eletromagnético monomodo ¹ pode ser definida da seguinte forma

$$E(t) = E_0 [X \cos(\omega_0 t) + Y \sin(\omega_0 t)], \quad (1.1.1)$$

em que a constante E_0 contém a informação dimensional. Expandindo as funções trigonométricas em termos de exponenciais temos

$$E(t) = E_0 [\alpha e^{-i\omega_0 t} + \alpha^* e^{i\omega_0 t}], \quad (1.1.2)$$

em que X e Y se relacionam às partes real [Re] e imaginária [Im] da amplitude complexa α via

$$X = 2 \operatorname{Re}(\alpha) = \alpha + \alpha^*, \quad Y = 2 \operatorname{Im}(\alpha) = -i(\alpha - \alpha^*), \quad (1.1.3)$$

$$\alpha = |\alpha| e^{i\varphi}, \quad (1.1.4)$$

onde a fase arbitrária do campo foi escolhida como φ . Estas expressões definem as quadraturas X e Y do campo eletromagnético. Podemos representar E num diagrama de fase cujos eixos são dados por X e Y . A amplitude do campo é proporcional a $|\alpha|$, e é representada pelo comprimento do vetor que parte da origem e acaba no ponto (X, Y) , e sua fase é dada pela expressão $\tan \varphi = Y/X$ (figura 1.1).

Conforme veremos, para um campo físico, a amplitude α do campo estará submetida pelo menos a uma pequena flutuação $\delta\alpha(t)$ de caráter quântico. Isto nos motiva a analisar o que ocorre caso apliquemos uma modulação macroscópica senoidal a esta amplitude (AM – modulação de amplitude). Consideremos momentaneamente a fase φ nula, o que implica

¹Denotamos por monomodo um campo de única frequência, polarização e modo espacial.

1.1. DEFINIÇÃO DAS QUADRATURAS DO CAMPO E ESPECTRO DE RUÍDO

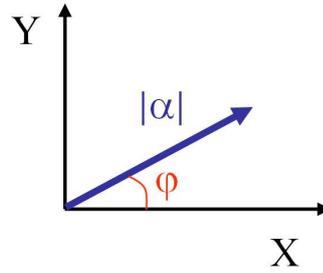


Figura 1.1: Representação esquemática de um campo eletromagnético no diagrama de fase. Sua amplitude $|\alpha|$ é dada pelo comprimento do vetor, enquanto sua fase pelo ângulo deste com relação ao eixo X.

em α real e paralelo a X . Vamos descrever o campo complexo ϵ com modulação numa fração M de sua amplitude como [Bachor 1998]

$$\epsilon(t) = \alpha(t) e^{-i\omega_0 t} = \alpha_0 [(1 - M) + M \cos(\Omega_{AM}t)] e^{-i\omega_0 t}. \quad (1.1.5)$$

Escrevendo o cosseno em termos de exponenciais temos que

$$\epsilon(t) = \alpha_0 \left[(1 - M)e^{-i\omega_0 t} + \frac{M}{2}(e^{-i(\omega_0 + \Omega_{AM})t} + e^{-i(\omega_0 - \Omega_{AM})t}) \right], \quad (1.1.6)$$

ou seja, via modulação da amplitude na frequência Ω obtivemos um campo que, além da portadora central na frequência ω_0 , apresenta também componentes nas bandas laterais $\omega_0 \pm \Omega_{AM}$. É interessante notar que a amplitude destas bandas laterais é proporcional à da portadora central, o que significa que mesmo no limite de amplitudes de modulação pequenas ($M \ll 1$) seus efeitos se fazem notar. Com relação à intensidade $I(t) = |\alpha(t)|^2$, tem-se

$$I(t) = \underbrace{|\alpha_0^2|}_{I_0} [(1 - M) + M \cos(\Omega_{AM}t)]^2 \xrightarrow{M \ll 1} I_0 - I_0 2M [1 - \cos(\Omega_{AM}t)], \quad (1.1.7)$$

ou seja, a intensidade da banda lateral é uma função linear de M .

Do mesmo modo, podemos analisar o efeito de uma modulação da frequência (FM) do campo

$$\epsilon(t) = \alpha_0 e^{-iM \cos(\Omega_{FM}t)} e^{-i\omega_0 t}. \quad (1.1.8)$$

Esta expressão pode ser reescrita utilizando a expansão de Taylor da exponencial. Considerando novamente $M \ll 1$ leva-se em conta somente os dois primeiros termos desta expansão. Neste caso,

$$\epsilon(t) \approx \alpha_0 e^{-i\omega_0 t} + i \frac{\alpha_0 M}{2} [e^{-i(\omega_0 + \Omega_{FM})t} + e^{i(\omega_0 - \Omega_{FM})t}] \quad (1.1.9)$$

e, diferentemente do caso anterior, vemos que as bandas laterais aparecem numa quadratura ortogonal (Y) à da banda central. A representação de ambas as modulações no espaço de fase é mostrada na figura 1.2.

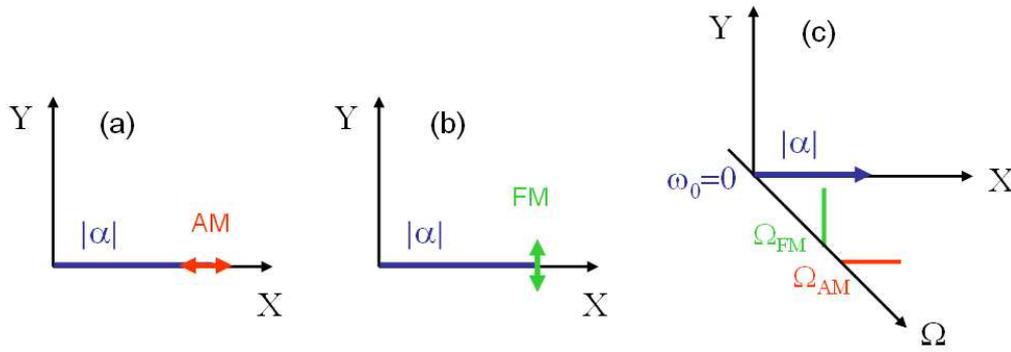


Figura 1.2: Representação das modulações de amplitude (AM) e fase (FM), que geram flutuação em quadraturas ortogonais [(a) e (b), respectivamente]. No espaço de frequência (c) elas criam bandas laterais situadas em torno da frequência principal do campo $\omega_0 \pm \Omega$.

É interessante notar a conexão entre esta modulação clássica e o ruído quântico que estaremos medindo. No caso, temos um laser cuja portadora central, de frequência ótica ω_0 , possui um número muito grande de fótons, da ordem de $10^{16}/s$ (proporcional a $|\alpha_0^2|$). As flutuações de natureza quântica $\delta\alpha(t)$ criam aleatoriamente, e com probabilidade bem pequena, alguns poucos fótons (em média apenas 1) na banda lateral situada numa frequência ² $\omega_0 \pm \Omega$. É justamente o batimento entre estas duas frequências, envolvendo então o campo intenso da portadora, que propicia a medida destas “frágeis” flutuações.

Neste quesito, faz-se necessária agora uma definição mais geral das quadraturas. Levando em consideração a modulação temporal, escrevemos

$$X_\theta(t) = \alpha(t)e^{-i\theta} + \alpha^*(t)e^{i\theta}, \quad Y_\theta(t) = -i[\alpha(t)e^{-i\theta} - \alpha^*(t)e^{i\theta}], \quad (1.1.10)$$

$$\alpha(t) \equiv \alpha_0 + \delta\alpha(t), \quad (1.1.11)$$

em que α_0 e $\delta\alpha(t)$ são ambos complexos. Além disto, incluímos a fase θ , que permite girar o referencial destas com relação à fase φ do valor médio do campo. De fato, podemos nos perguntar então se existe algum referencial que seja privilegiado, de modo a simplificar a descrição acima. Intuitivamente parece razoável utilizar $\theta = 0$ ou $\theta = \varphi$. No último caso, o eixo X_φ coincide justamente com o vetor que descreve o valor médio do campo, indicando que esta quadratura deva estar relacionada com a intensidade do feixe de medida. Calculemos esta intensidade considerando novamente o campo complexo $\epsilon = \alpha(t) \exp(-i\omega_0 t)$

$$I(t) = \alpha(t)^* \alpha(t) \quad (1.1.12)$$

$$\langle I \rangle + \delta I(t) = I_0 + \alpha_0 \delta\alpha^*(t) + \alpha_0^* \delta\alpha(t) + \delta\alpha^*(t) \delta\alpha(t), \quad (1.1.13)$$

²Em geral, a frequência arbitrária Ω é escolhida dentro da região que vai de dezenas de kHz até dezenas de MHz em torno da frequência central ω_0 .

1.1. DEFINIÇÃO DAS QUADRATURAS DO CAMPO E ESPECTRO DE RUÍDO

em que consideramos também uma intensidade com valor estacionário $\langle I \rangle$ e flutuações rápidas $\delta I(t)$. Conforme já dito, estas flutuações são muito pequenas comparadas aos valores médios, de modo que faz-se razoável desprezar o último termo de (1.1.13). Reescrevendo $\delta I(t)$ em termos do módulo de α_0 , temos

$$\delta I(t) = |\alpha_0| (e^{-i\varphi} \delta\alpha(t) + e^{i\varphi} \delta\alpha^*(t)) = |\alpha_0| \delta X_\varphi(t). \quad (1.1.14)$$

Portanto, com esta aproximação, a flutuação da quadratura X_φ é proporcional à flutuação de intensidade e Y_φ , sendo uma quadratura ortogonal, está relacionada à fase do campo. Do ponto de vista experimental, em que se utilizam detetores cujos resultados de medidas estão ligados à intensidade, esta representação é a mais adequada. Utilizaremos então as seguintes definições de quadraturas: $p \equiv X_\varphi$ para amplitude e $q \equiv Y_\varphi$ para fase

$$p(t) = e^{-i\varphi} \alpha(t) + e^{i\varphi} \alpha^*(t), \quad q(t) = -i[e^{-i\varphi} \alpha(t) - e^{i\varphi} \alpha^*(t)]. \quad (1.1.15)$$

Conforme vimos anteriormente, no domínio de frequência, as flutuações temporais de intensidade e fase se fazem notar nas bandas laterais. Vamos então reescrever as quadraturas usando a seguinte definição para a transformada de Fourier

$$\delta\alpha(\Omega) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \delta\alpha(t) e^{i\Omega t} dt, \quad \delta\alpha^*(\Omega) \equiv [\delta\alpha(\Omega)]^*, \quad (1.1.16)$$

em que Ω agora corresponde a uma frequência em torno da frequência ótica ω_0 . Esta integral não é matematicamente bem definida, dado que a flutuação $\alpha(t)$ não vai a zero para tempos infinitos. No entanto, experimentalmente, estamos interessados nas correlações entre diferentes flutuações ou na autocorrelação, que são não-nulas somente num intervalo de tempo τ curto. Do ponto de vista matemático, estas funções são bem definidas mesmo para tempos infinitos, conforme veremos a seguir. Definimos então as quadraturas no espaço de frequência por

$$p(\Omega) = e^{-i\varphi} \alpha(\Omega) + e^{i\varphi} \alpha^*(-\Omega), \quad q(\Omega) = -i[e^{-i\varphi} \alpha(\Omega) - e^{i\varphi} \alpha^*(-\Omega)]. \quad (1.1.17)$$

Como estas são números reais, valem também as seguintes relações

$$[p(\Omega)]^* = p(-\Omega), \quad [q(\Omega)]^* = q(-\Omega). \quad (1.1.18)$$

Usando estas definições, é fácil verificar que a flutuação de intensidade (1.1.14) é realmente composta do batimento da portadora central com a flutuação de amplitude na banda lateral.

Finalmente, o espectro de ruído de uma quadratura generalizada ($S_{X_\theta}(\Omega)$) é definido através do teorema de Wiener-Khintchine [Mandel e Wolf 1995]

$$\langle \delta X_\theta(\Omega) \delta X_\theta(-\Omega') \rangle = 2\pi \delta(\Omega - \Omega') S_{X_\theta}(\Omega), \quad (1.1.19)$$

em que a função delta aparece devido ao limite de integração em (1.1.16) ser infinito. No experimento, no entanto, as medidas são realizadas numa escala de tempo T finita (suficientemente longa quando comparada com τ). Além disto, utilizamos filtros em frequência para selecionar a flutuação na banda lateral Ω , que é então definida dentro de uma certa largura de banda. Levando estes fatores em conta, denotaremos nesta tese o ruído *medido* por $\Delta^2 X_\theta$, que só tem um significado quando comparado com algum outro ruído (medido nas mesmas circunstâncias) que sirva de padrão. Este assunto é abordado na próxima seção, em que introduzimos o formalismo quântico.

1.1.2 Descrição Quântica

A passagem da descrição clássica do campo eletromagnético, descrito através da variável normal α , para o campo quântico, pode ser feita via a associação $\alpha \rightarrow \hat{a}$, conforme discutido em [Cohen-Tannoudji 2004]. O operador \hat{a} e seu hermiteano conjugado \hat{a}^\dagger correspondem, respectivamente, aos operadores de aniquilação e criação de um fóton (excitação) num dado modo do campo. De fato, a hamiltoniana de um campo monomodo nada mais é que a conhecida hamiltoniana do oscilador harmônico

$$\hat{H}_k(t) = \hbar\omega_k \left(\hat{a}_k^\dagger(t) \hat{a}_k(t) + \frac{1}{2} \right), \quad (1.1.20)$$

e valem as bem conhecidas relações $[\hat{a}_k(t), \hat{a}_j^\dagger(t')] = \delta_{kj}\delta(t-t')$ e $[\hat{a}_k, \hat{a}_j] = 0$.

Dada então esta regra de transformação, define-se o operador de quadratura [em analogia à equação (1.1.10)] como

$$\hat{X}_\theta(t) = \hat{a}(t) e^{-i\theta} + \hat{a}^\dagger(t) e^{i\theta}, \quad \hat{Y}_\theta(t) = -i[\hat{a}(t) e^{-i\theta} - \hat{a}^\dagger(t) e^{i\theta}]. \quad (1.1.21)$$

Vemos que a definição das quadraturas é equivalente à definição dos operadores de posição e momento do oscilador harmônico. De fato, para qualquer quadratura temos a regra de comutação

$$[\hat{X}_\theta(t), \hat{Y}_\theta(t')] = 2i\delta(t-t'), \quad (1.1.22)$$

o que leva à relação de incerteza de Heisenberg imposta ao produto das variâncias destes observáveis

$$\langle (\hat{X}_\theta - \langle \hat{X}_\theta \rangle)^2 \rangle \langle (\hat{Y}_\theta - \langle \hat{Y}_\theta \rangle)^2 \rangle \geq \frac{1}{4} |\langle [\hat{X}_\theta, \hat{Y}_\theta] \rangle|^2 = 1. \quad (1.1.23)$$

Vale mencionar aqui que esta relação de incerteza tem papel central no estabelecimento de vários *critérios de emaranhamento*, conforme veremos no capítulo 2.

A generalização das quadraturas amplitude e fase clássicas [expressão (1.1.15)] para as correspondentes quânticas, \hat{p} e \hat{q} , pode ser feita de modo similar. Analogamente ao caso clássico, definimos uma amplitude complexa estacionária e flutuação relacionadas ao operador \hat{a}

$$\hat{a}(t) = \alpha + \delta\hat{a}(t), \quad \alpha \equiv |\alpha| e^{i\varphi} = \langle \hat{a}(t) \rangle, \quad (1.1.24)$$

1.1. DEFINIÇÃO DAS QUADRATURAS DO CAMPO E ESPECTRO DE RÚIDO

em que o símbolo α , reutilizado aqui, corresponde de fato à mesma amplitude de campo do caso clássico. Esta propriedade é mostrada notando que o seguinte estado ($|\alpha\rangle$) é autoestado do operador \hat{a}

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle, \quad |\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle, \quad (1.1.25)$$

sendo α seu autovalor complexo e $|n\rangle$ autoestado do oscilador harmônico. O valor médio dos observáveis \hat{p} e \hat{q} , no estado $|\alpha\rangle$, tem forma idêntica aos seus correspondentes clássicos, isto é, evoluem conforme a equação (1.1.15). Além disto, vemos que a probabilidade de se medir n fótons corresponde a uma distribuição Poissoniana

$$P(n) = e^{-\langle n \rangle} \frac{\langle n \rangle^n}{n!}, \quad \langle n \rangle = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle = |\alpha|^2, \quad (1.1.26)$$

com variância dada por $\Delta^2 n = |\alpha|^2$. Sendo assim, os estados $|\alpha\rangle$ fornecem uma estatística de distribuição de fótons idêntica à obtida classicamente para eventos aleatórios, sendo chamados de estados quase-clássicos ou *coerentes*³.

Notemos que, para um estado coerente, a variância de toda e qualquer quadratura tem o mesmo valor e satisfaz o limite inferior da relação de incerteza⁴ (1.1.23), ou seja, $S_{\hat{X}_\theta}^{\text{SQN}} = 1$. Este ruído é comumente chamado de shot-noise ou limite quântico padrão. Um estado é definido como comprimido (*squeezed*) quando $S_{\hat{X}_\theta} < 1$, o que faz com que a quadratura ortogonal apresente excesso de ruído $S_{\hat{Y}_\theta} > 1$, de maneira a respeitar o princípio de incerteza.

Experimentalmente, a variância da quadratura amplitude em um estado coerente ($\Delta^2 \hat{p}^{\text{vac}}$) pode ser facilmente medida. Da expressão (1.1.14) vemos que este ruído é proporcional à intensidade do feixe. Considerando a quantidade medida, incluímos uma constante de proporcionalidade relacionada ao aparato, ou seja,

$$\Delta^2 \hat{I}^{\text{vac}} = I \Delta^2 \hat{p}^{\text{vac}} = \beta I. \quad (1.1.27)$$

Vemos então que o valor do shot-noise pode ser obtido através do coeficiente angular de $\Delta^2 \hat{I}^{\text{vac}} \times I$. Em nossos resultados experimentais, os ruídos são normalizados pela constante β , que será omitida de agora em diante.

Dado que existe uma incerteza associada à amplitude quântica do campo, o diagrama de fase introduzido anteriormente (figura 1.1) é adaptado a esta nova situação, conforme mostramos na figura 1.3. A flutuação em α é representado por um “vetor” $\delta\alpha$, o ruído de um estado coerente é representado pelo círculo pontilhado e, por fim, a elipse representa as variâncias de quadraturas generalizadas $S_{\hat{X}_\theta}$ na situação em que o estado do campo apresenta compressão de ruído.

Resta agora discutir como realizar medidas da variância da quadratura fase ou, de forma mais ampla, de qualquer quadratura generalizada. Isto será feito na próxima seção.

³Com isto, justificamos a substituição da amplitude clássica α pelo operador \hat{a} realizada no início desta seção.

⁴O valor desta variância depende da constante de normalização usada na definição das quadraturas.

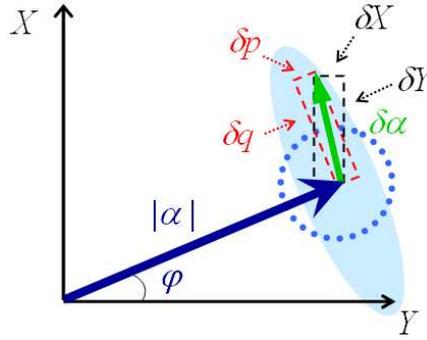


Figura 1.3: Diagrama de fase representando o valor médio do campo α e suas flutuações $\delta\alpha$. As flutuações nas quadraturas δp e δq se relacionam diretamente às flutuações de intensidade e fase do campo. O círculo pontilhado corresponde ao ruído de um estado coerente, enquanto a elipse representa o ruído do campo nas diferentes quadraturas. As regiões da elipse que estão contidas dentro da área do círculo apresentam compressão de ruído, ou seja, $S_{X_\theta} < 1$.

1.2 Medida das Quadraturas do campo

A maneira mais conhecida [Bachor 1998, Schumaker 1984] de medir as quadraturas de um campo α consiste em interferir este com um campo coerente intenso α_{loc} , denominado oscilador local. Utilizando um divisor de feixes na proporção 50 : 50, obtém-se dois feixes na saída, α_1 e α_2 , relacionados aos de entrada por

$$\alpha_1 = \frac{\alpha + \alpha_{\text{loc}}}{\sqrt{2}}, \quad \alpha_2 = \frac{\alpha - \alpha_{\text{loc}}}{\sqrt{2}}. \quad (1.2.1)$$

A intensidade do campo, quantidade a ser medida no detetor, é proporcional ao quadrado do módulo de sua amplitude, sendo assim,

$$I_1 = \frac{(\alpha^* + \alpha_{\text{loc}}^*)(\alpha + \alpha_{\text{loc}})}{2}, \quad I_2 = \frac{(\alpha^* - \alpha_{\text{loc}}^*)(\alpha - \alpha_{\text{loc}})}{2}. \quad (1.2.2)$$

Tomando agora a diferença das intensidades

$$I_- = \alpha \alpha_{\text{loc}}^* + \alpha^* \alpha_{\text{loc}} = |\alpha_{\text{loc}}| (\alpha e^{i\theta} + \alpha^* e^{-i\theta}), \quad \text{em que } \alpha_{\text{loc}} = |\alpha_{\text{loc}}| e^{i\theta}. \quad (1.2.3)$$

Reconhecemos no termo entre parênteses a quadratura generalizada X_θ definida na equação (1.1.10). Variando a fase θ do oscilador local (relativa ao campo α), podemos medir qualquer quadratura, o que corresponde a girar a elipse de ruído da figura 1.3 relativa ao valor médio do campo.

Como este método (chamado de detecção homodina) faz uso da interferência entre os campos (usada ao assumirmos que o produto $\langle \alpha \alpha_{\text{loc}} \rangle$ tem média temporal não nula), só pode ser aplicado para campos que tenham a mesma frequência. Conforme já mencionado, os feixes gêmeos gerados no OPO têm frequências distintas, e que mudam de uma realização para outra do experimento, de modo que o método de detecção homodina não pode ser implementado facilmente. Vejamos então um outro método de medir as quadraturas.

1.2.1 Cavidades Óticas

Nesta seção consideramos uma cavidade do tipo Fabry-Perot, conforme mostrado na figura 1.4. Esta cavidade é composta por um espelho de acoplamento de reflexão R_1 e outro altamente refletor, $R_2 \lesssim 1$, representando as perdas espúrias de luz, que levam ao acoplamento do vácuo ao campo intracavidade.



Figura 1.4: Esquema de cavidade ótica composta por espelhos com coeficiente de reflexão de intensidade R_1 e R_2 . O campo incidente é denotado por α_{in} , o refletido por α_R e o vácuo que entra pelo segundo espelho por α_v .

O método de rotação da elipse de ruído via uma cavidade ótica [Levenson 1985, Galatola 1991], tem por idéia principal se utilizar do fato que o campo *refletido* numa cavidade sofre uma defasagem dependente da dessintonia Δ entre a ressonância desta ⁵ $\nu_{\text{ress}} = \nu_c$ e a frequência do campo ν_0 . Esta defasagem é mostrada na figura 1.5 (juntamente com o perfil de reflexão de intensidade do campo); estaremos considerando sempre uma dessintonia normalizada pela largura de banda $\delta\nu_c$ da cavidade ⁶, ou seja, $\Delta = (\nu_0 - \nu_c)/\delta\nu_c \equiv (\nu'_0 - \nu'_c)$.

Intuitivamente, utilizando a idéia de portadora central e bandas laterais (que correspondem à elipse de ruído) discutida na seção 1.1.1, é fácil entender como o método funciona [Villar 2007b]. Suponhamos que a cavidade tem comprimento variado tal que Δ é alterado, entrando em ressonância com a banda lateral ⁷ situada na frequência $-\nu'$ (relativa a ν_0), conforme mostrado na figura 1.6. Neste caso, a banda lateral sofre uma defasagem, levando a um giro da elipse de ruído com relação à portadora, que não é afetada pela cavidade. O mesmo efeito ocorre caso a frequência de ressonância da cavidade seja variada em torno da outra banda lateral situada em ν' . No caso da portadora, o efeito é similar, mas quem gira é o vetor que representa o valor médio do campo, sem que

⁵Denotamos por ν_c a frequência de ressonância mais próxima da frequência do laser ν_0 , uma vez que a cavidade tem diversas ressonâncias, ocorrendo a cada múltiplo de c/L (c é a velocidade da luz e L o comprimento ótico da cavidade), conhecido como seu intervalo espectral livre (*free spectral range* – FSR). Quanto aos modos espaciais, estaremos considerando somente o modo principal TEM₀₀.

⁶A largura de banda se relaciona ao intervalo espectral livre por $\delta\nu_c = \text{FSR}/F$, em que a finesse F é uma medida da capacidade da cavidade em armazenar a luz. No limite de perdas pequenas, $F = 2\pi/(T_1 + T_2)$, com $T_j = 1 - R_j$.

⁷A frequência da banda lateral, normalizada pela largura de banda da cavidade, é dada por $\nu' = \Omega/(2\pi \delta\nu_c)$, com Ω utilizado na seção anterior.

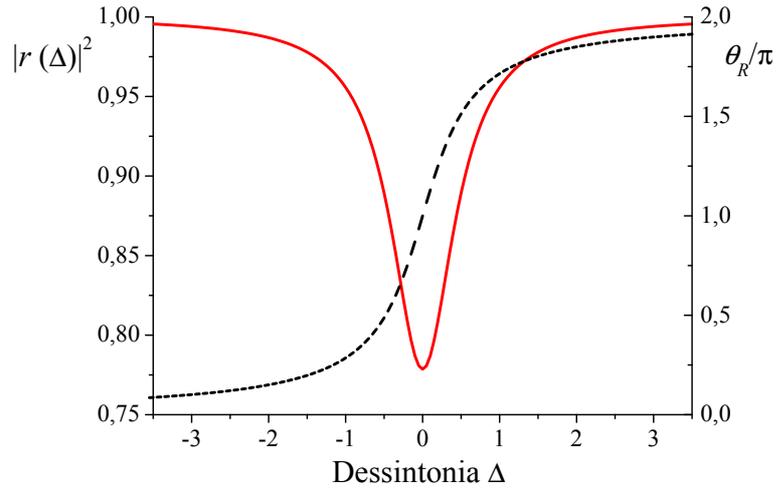


Figura 1.5: Intensidade ($|r(\theta)|^2$, linha contínua) e fase (θ_R/π , linha tracejada) do campo refletido numa cavidade ótica em função da dessintonia Δ entre esta e o campo. Foram usados os valores $R_1 = 95\%$ e $R_2 = 0,3\%$, compatíveis com as cavidades usadas em nossos experimentos.

a elipse tenha sua orientação (no espaço de fase) alterada.

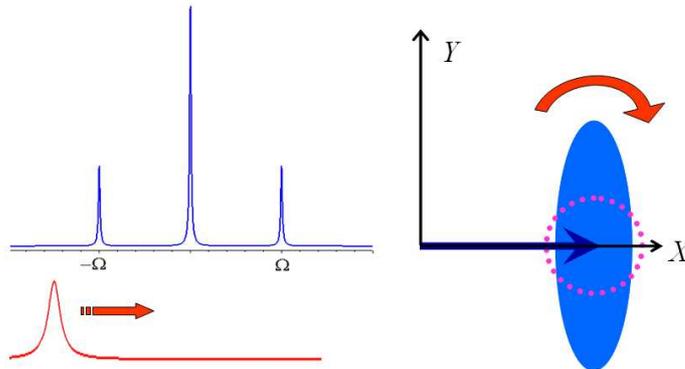


Figura 1.6: Variando a dessintonia Δ da cavidade ótica com relação à frequência da banda lateral $-\nu'$ produz-se um giro na elipse de ruído sem alterar o vetor que representa a portadora central. Deste modo é possível medir a quadratura fase através de uma medida de intensidade. Rotações similares ocorrem quando Δ é variado em torno das frequências ν' e ν_0 (neste caso é o vetor que gira).

O tratamento formal deste método é descrito com bastante detalhe em outra tese do grupo [Villar 2007b], de modo que aqui vamos apresentar somente alguns resultados de maior interesse. Considerando os campos da figura 1.4, ou seja, chamando de α_{in} o campo incidente na cavidade, α_R o refletido e $\alpha_v = \delta\alpha_v$ o vácuo que entra pelo espelho de saída, temos a seguinte expressão relacionando α_R aos demais campos [Villar 2004b,

1.2. MEDIDA DAS QUADRATURAS DO CAMPO

Grynberg 1997],

$$\alpha_R(\nu') = r(\Delta + \nu') \alpha_{in}(\nu') + t(\Delta + \nu') \alpha_v(\nu'), \quad (1.2.4)$$

em que os coeficientes de reflexão e transmissão da cavidade são

$$r(\vartheta) = \frac{r_1 - r_2 \exp(i2\pi\vartheta/F)}{1 - r_1 r_2 \exp(i2\pi\vartheta/F)}, \quad t(\vartheta) = \frac{t_1 t_2 \exp(i\pi\vartheta/F)}{1 - r_1 r_2 \exp(i2\pi\vartheta/F)}, \quad (1.2.5)$$

e ϑ é o argumento dessas funções. É justamente a fase e quadrado do módulo de $r(\Delta)$ que são mostrados na figura 1.5. Utilizando a definição da quadratura amplitude p (1.1.17) e a equação (1.2.4), temos o seguinte resultado

$$\delta p_R(\nu') = \frac{\alpha_R^*}{|\alpha_R|} \delta \alpha_R(\nu') + \frac{\alpha_R}{|\alpha_R|} \delta \alpha_R^*(-\nu') = \quad (1.2.6)$$

$$= e^{-i\theta_R(\Delta)} r(\Delta + \nu') \delta \alpha_{in}(\nu') + e^{i\theta_R(\Delta)} r^*(\Delta - \nu') \delta \alpha_{in}^*(-\nu') \\ + e^{-i\theta_R(\Delta)} t(\Delta + \nu') \delta \alpha_v(\nu') + e^{i\theta_R(\Delta)} t^*(\Delta - \nu') \delta \alpha_v^*(-\nu'), \quad (1.2.7)$$

em que $\delta \alpha_R(\nu')$ e $\delta \alpha_R^*(-\nu')$ são definidos de forma similar a $\alpha_R(\nu')$. Além disto, $\alpha_R \equiv \alpha_R(0)$ e, em termos de seu módulo e fase, $\alpha_R \equiv |\alpha_R| \exp[i\theta_R(\Delta)]$. Podemos ainda escrever esta expressão somente em termos das quadraturas. Para isto invertemos a expressão (1.1.17), escrevendo $\delta \alpha$ em termos de δp e δq . Substituindo em (1.2.7) temos

$$\delta p_R(\nu') = g_p(\Delta, \nu') \delta p_{in}(\nu') + i g_q(\Delta, \nu') \delta q_{in}(\nu') + g_{vp}(\Delta, \nu') \delta v_p(\nu') \\ + i g_{vq}(\Delta, \nu') \delta v_q(\nu'), \quad (1.2.8)$$

em que $\delta v = e^{i\varphi}(\delta v_p + i\delta v_q)/2$ é a flutuação de vácuo e

$$g_p(\Delta, \nu') = \frac{1}{2} [e^{-i\theta_R(\Delta)} r(\Delta + \nu') + e^{i\theta_R(\Delta)} r^*(\Delta - \nu')], \\ g_q(\Delta, \nu') = \frac{1}{2} [e^{-i\theta_R(\Delta)} r(\Delta + \nu') - e^{i\theta_R(\Delta)} r^*(\Delta - \nu')], \\ g_{vp}(\Delta, \nu') = \frac{1}{2} [e^{-i\theta_R(\Delta)} t(\Delta + \nu') + e^{i\theta_R(\Delta)} t^*(\Delta - \nu')], \\ g_{vq}(\Delta, \nu') = \frac{1}{2} [e^{-i\theta_R(\Delta)} t(\Delta + \nu') - e^{i\theta_R(\Delta)} t^*(\Delta - \nu')]. \quad (1.2.9)$$

Finalmente, o espectro de ruído de amplitude do feixe refletido é calculado utilizando a definição (1.1.19) [teorema de Wiener-Khintchine]

$$S_R(\Delta, \nu') = |g_p(\Delta, \nu')|^2 S_p(\nu') + |g_q(\Delta, \nu')|^2 S_q(\nu') + |g_{vp}(\Delta, \nu')|^2 + |g_{vq}(\Delta, \nu')|^2, \quad (1.2.10)$$

mostrando que o ruído do campo refletido é uma função dos ruídos de amplitude $[S_p(\nu')]$ e fase $[S_q(\nu')]$ do campo de entrada, além de depender do ruído do vácuo através dos dois últimos coeficientes. Pode-se mostrar que a frequência de análise mínima para que haja

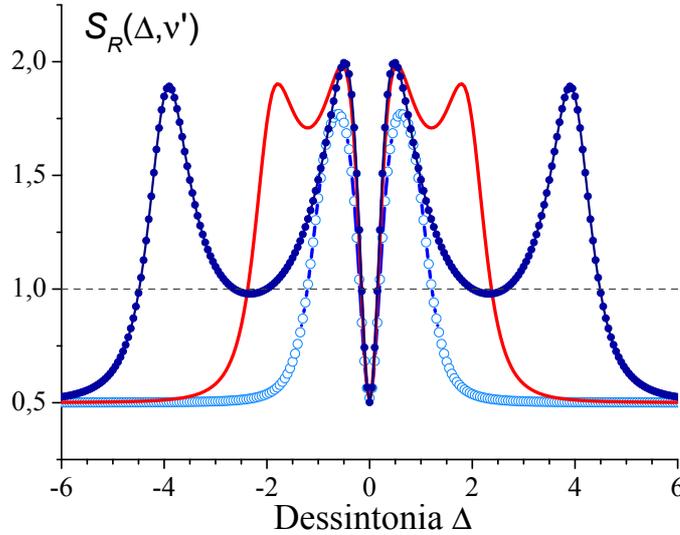


Figura 1.7: Espectro de ruído de amplitude do campo refletido em função de Δ para diversas frequências de análise. Linha contínua + círculos abertos: $\nu' = 1$; contínua: $\nu' = 2$; contínua + círculos fechados: $\nu' = 4$. Foram usados os valores $S_p = 0,5$ e $S_q = 2$. Este espectro mostra claramente a *rotação da elipse de ruído*.

completa conversão do ruído de fase do feixe incidente em ruído de amplitude no feixe refletido é

$$\nu'_{\min} = \sqrt{2} \delta\nu_c. \quad (1.2.11)$$

Além disto, esta conversão ocorre em $\Delta = \pm 0,5$ (a portadora central sofre defasagem de $\pm \pi/2$) e em $\Delta \approx \nu'$ (a banda lateral sofre a defasagem). Na figura 1.7 mostramos como o espectro $S_R(\Delta, \nu')$ varia em função da dessintonia da cavidade, para três valores distintos de ν' . Vemos que, conforme ν' diminui os dois picos laterais correspondentes à rotação da elipse se aproximam dos picos centrais correspondentes ao giro do vetor que representa a portadora central. Quando $\nu' < \nu'_{\min}$ o batimento entre portadora central e banda lateral, muito próximos neste caso, fornece um giro parcial da elipse de ruído; veja que o pico da curva em “linha contínua+ círculos abertos” tem sua amplitude reduzida.

Note que consideramos explicitamente uma correlação nula entre as quadraturas amplitude e fase do feixe incidente, $C_{pq}(\nu) = 0$, em que

$$C_{pq}(\nu)\delta(\nu - \nu'') = \langle \delta p_{in}(\nu) \delta q_{in}(-\nu'') \rangle. \quad (1.2.12)$$

Esta correlação só é nula quando os eixos maior e menor da elipse de ruído estão alinhados às quadraturas p e q , que é o nosso caso quando a cavidade do OPO interage em ressonância estrita com os feixes (dessintonias nulas). No entanto, caso esta dessintonia não seja nula, devemos acrescentar o termo $2i\text{Re}\{g_p(\Delta, \nu')g_q^*(\Delta, -\nu')\}C_{pq}(\nu')$ à expressão do espectro de ruído do feixe refletido, equação (1.2.10). A relação entre as quadraturas x e y , definidas como sendo alinhadas aos eixos maior e menor da elipse (que

1.2. MEDIDA DAS QUADRATURAS DO CAMPO

faz um ângulo ϕ com o valor médio do campo), e as quadraturas amplitude e fase é obtida através de uma rotação de eixos

$$x = \cos(\phi)p - \sin(\phi)q, \quad y = \sin(\phi)p + \cos(\phi)q. \quad (1.2.13)$$

Destas expressões obtemos a relação $C_{pq} = \sin(\phi/2) [S_y - S_x]$, que fornece a correlação entre amplitude e fase em termos dos ruídos nos eixos maior S_y e menor S_x , mais o ângulo de giro da elipse ϕ . Mostramos na figura 1.8 o espectro de ruído, em função da dessintonia da cavidade, na situação em que $\phi = 15^\circ$ e na condição de correlação máxima, $\phi = 45^\circ$. Vemos que o efeito principal da correlação não nula é tornar as curvas antissimétricas com relação à Δ .

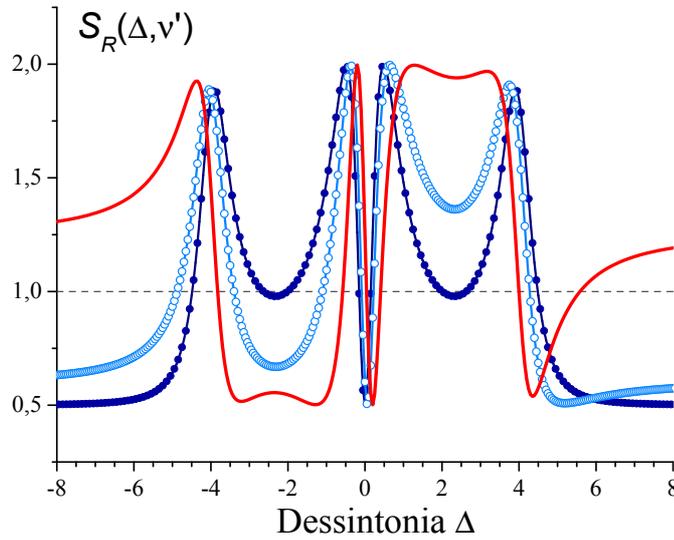


Figura 1.8: Espectros de ruído, em função da dessintonia Δ , quando a correlação entre as quadraturas amplitude e fase é não nula. Linha contínua + círculos fechados: $\phi = 0^\circ$ (sem correlação); contínua + círculos abertos: $\phi = 15^\circ$ (correlação intermediária); contínua: $\phi = 45^\circ$ (correlação máxima). Foram usados os valores $S_x = 0,5$ e $S_y = 2$ e $\nu' = 4$.

Em nosso experimento estaremos interessados em medir sincronamente o ruído de quadratura de ao menos dois feixes. De fato, medimos um ruído dado pela soma (ou subtração) das flutuações de quadratura individuais. Devemos então analisar o ruído de

$$p_{R\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} (p_{R_1} \pm p_{R_2}). \quad (1.2.14)$$

No caso em que dispomos de duas cavidades idênticas (mesma largura de banda etc.) e se a medida é realmente feita de forma síncrona ($\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$), então obtemos um ruído descrito por uma expressão idêntica a (1.2.10), trocando simplesmente $S_p(\nu')$ por $S_{p\pm}(\nu')$ (e analogamente para demais termos), como se tivéssemos girado a elipse do feixe “soma” (e/ou subtração). No entanto, caso não se tenha esta condição, obtemos a

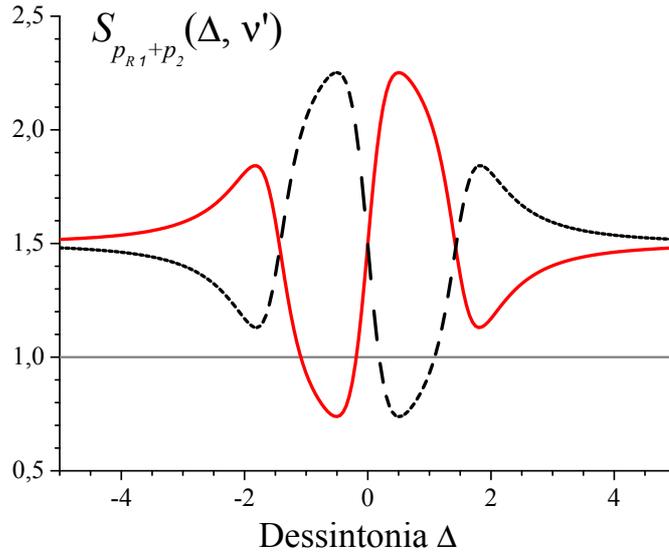


Figura 1.9: Espectros de ruído, em função da dessintonia Δ , quando se analisam dois feixes independentes, sendo que apenas um deles é refletido numa cavidade (no outro mede-se somente quadratura p). Curvas contínuas são ruídos da soma, $S_{p_{R1+p2}}$, enquanto curvas tracejadas, da subtração, $S_{p_{R1-p2}}$. Considerou-se que os feixes possuem apenas correlação de fase, $C_{q_1 p_2} = 1$ e $C_{p_1 p_2} = 0$. Foram utilizados os seguintes parâmetros: $S_{p_1} = S_{q_1} = S_{p_2} = 1,5$, $\nu' = 2$ e $C_{p_1 q_1} = 0$.

seguinte expressão para a flutuação de amplitude do campo refletido

$$\begin{aligned} \delta p_{R\pm} = & \frac{g_{p_1} \pm g_{p_2}}{2} \delta p_+ + \frac{g_{p_1} \mp g_{p_2}}{2} \delta p_- + \frac{g_{q_1} \pm g_{q_2}}{2} \delta q_+ + \frac{g_{q_1} \mp g_{q_2}}{2} \delta q_- + \\ & + \frac{g_{vp_1} \pm g_{vp_2}}{2} \delta v_{p_+} + \frac{g_{vp_1} \mp g_{vp_2}}{2} \delta v_{p_-} + \frac{g_{vq_1} \pm g_{vq_2}}{2} \delta v_{q_+} + \frac{g_{vq_1} \mp g_{vq_2}}{2} \delta v_{q_-} . \end{aligned} \quad (1.2.15)$$

Consideremos a situação em que apenas o feixe 1 é analisado numa cavidade, enquanto no feixe 2 só se mede flutuação de amplitude δp_2 . Neste caso, o espectro de ruído da combinação de flutuações de 1 com 2 é dado por

$$\begin{aligned} S_{p_{R1\pm p_2}} = & \frac{|g_{p_1}|^2}{2} S_{p_1} + \frac{|g_{q_1}|^2}{2} S_{q_1} + \frac{|g_{vp_1}|^2}{2} + \frac{|g_{vq_1}|^2}{2} + \frac{1}{2} S_{p_2} + \\ & + \text{Re}\{g_{p_1} g_{q_1}^*\} C_{p_1 q_1} \pm \text{Re}\{g_{p_1}\} C_{p_1 p_2} \pm \text{Re}\{g_{q_1}\} C_{q_1 p_2} . \end{aligned} \quad (1.2.16)$$

Vemos que o espectro obtido corresponde à soma (normalizada) do espectro da expressão (1.2.10), onde tem-se apenas um feixe, mais o espectro de amplitude do segundo feixe e correlações entre estes. Na figura 1.9 mostramos o comportamento do ruído $S_{p_{R1\pm p_2}}$ em função da dessintonia da cavidade (que atua no feixe 1), no caso em que apenas a correlação $C_{q_1 p_2}$ é não nula. Ou seja, assumimos $C_{p_1 q_1} = 0$, o que corresponde a dizer que os eixos maior e menor da elipse de ruído (no feixe 1) coincidem com as quadraturas amplitude e fase; e $C_{p_1 p_2} = 0$ ⁸. Vemos um perfil bastante distinto do apresentado na

⁸No caso em que existem somente correlações de amplitude ($C_{p_1 p_2} \neq 0$) o uso de cavidade na análise dos feixes combinados faz-se desnecessária.

1.3. ESPAÇO DE FASE E VARIÁVEIS CONTÍNUAS

figura 1.7, o que pode ser utilizado em nossos experimentos para diagnosticar se todas as cavidades estão girando a elipse de ruído apropriadamente. Os picos centrais são assimétricos devido à troca de sinal da flutuação de fase $\delta\hat{q}_1$ com relação ao sinal da dessintonia.

Recentemente fizemos uso explícito desta situação, ou seja, medida de correlações *cruzadas* do tipo quadratura *fase* em um feixe e *amplitude* em outro, explorando os efeitos de dessintonia no OPO. Isto nos propiciou ver correlações quânticas entre o feixe de bombeio e cada um dos feixes convertidos pelo processo paramétrico.

1.3 Espaço de Fase e Variáveis Contínuas

A definição de emaranhamento, como uma propriedade que relaciona intrinsecamente vários objetos quânticos, utiliza como ferramenta matemática a descrição do estado quântico via o operador de densidade $\hat{\rho}$. No cenário de variáveis contínuas (CV) medem-se, em geral, as variâncias dos operadores de quadratura e correlações entre estes, que são organizados numa matriz de covariância V . Veremos nesta seção a relação matemática entre $\hat{\rho}$ e estas quantidades medidas. Em particular, os critérios de emaranhamento em CV utilizam um formalismo teórico relacionado a estas últimas. Iremos então definir o espaço de fase quântico e fornecer algumas expressões importantes ligadas à função de Wigner.

Espaço de Fase e Forma Simplética: Começemos pela descrição do sistema quântico via o operador de densidade $\hat{\rho}$ [Fano 1957, Ter Haar 1961, Cohen-Tannoudji 1977]. Basicamente, adota-se esta descrição em vez daquela via o estado $|\psi\rangle$ (ambos no espaço de Hilbert \mathcal{H}) por ser mais geral, abrigoando a possibilidade do sistema se encontrar numa *mistura* incoerente de estados. Deste modo,

$$\hat{\rho} = \sum_n \eta_n |\psi_n\rangle\langle\psi_n|, \quad (1.3.1)$$

em que η_n representa a proporção em que cada estado $|\psi_n\rangle$ ocorre, $\sum_n \eta_n = 1$. As propriedades básicas deste operador são $\text{Tr}\{\hat{\rho}\} = 1$ e, no caso de um estado puro ($\eta_i = 1$, $\eta_{j \neq i} = 0$, para uma escolha adequada de base) vale que ⁹ $\text{Tr}\{\hat{\rho}_{\text{puro}}^2\} = 1$.

Em analogia ao espaço de fase da mecânica clássica, os graus de liberdade deste sistema quântico podem ser descritos pelo conjunto de operadores de quadratura canonicamente conjugados (vetor $2N$ -dimensional)

$$\hat{\xi} = [\hat{p}_1, \hat{q}_1, \dots, \hat{p}_N, \hat{q}_N]. \quad (1.3.2)$$

⁹Quando o estado é puro podemos escrever $\text{Tr}\{\hat{\rho}^2\} = \text{Tr}\{|\psi\rangle\langle\psi||\psi\rangle\langle\psi|\} = \text{Tr}\{|\psi\rangle\langle\psi|\} = \text{Tr}\{\hat{\rho}\} = 1$.

Cada par (\hat{p}_i, \hat{q}_i) está relacionado a um dado subsistema, no nosso caso, modos distintos do campo. Podemos reescrever a relação de comutação (1.1.22) da seguinte forma compacta

$$[\hat{\xi}_k, \hat{\xi}_j] = 2i \Omega_{kj}, \quad (1.3.3)$$

em que Ω é dada pela matriz ¹⁰

$$\Omega = \bigoplus_{l=1}^N J, \quad J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.3.4)$$

e é chamada de *forma simplética*, por razões que ficarão claras a seguir.

Interessantemente, devido a técnicas desenvolvidas por Moyal [Moyal 1949], Wigner [Wigner 1932], Weyl [Weyl 1950] e utilizando o chamado Teorema de Stone–von Neumann [Summers 1998], mostra-se que existe uma correspondência unívoca entre o operador densidade $\hat{\rho} \in \mathcal{H}$ e a dita função característica $\chi_\rho(\Lambda)$ (definida abaixo). Isto permite uma grande simplificação do tratamento de sistemas quânticos, já que se troca um vetor de operadores por um de números reais

$$\xi = [p_1, q_1, \dots, p_N, q_N]. \quad (1.3.5)$$

Com isto define-se o espaço de fase $\Gamma = (\mathbb{R}^{2N}, \Omega)$, também chamado de espaço vetorial simplético ¹¹. Sendo assim, a descrição quântica do sistema pode ser feita tanto pelo seu estado (ou operador densidade) quanto por uma função deste. Existem várias possíveis escolhas de funções [Mandel e Wolf 1995], sendo as mais conhecidas a função de Wigner, função-P e função-Q. Como estaremos interessados em descrever efeitos sobre as quadrações do campo, a função de Wigner se faz bastante apropriada, uma vez que ela fornece facilmente o valor médio de operadores que são simétricos em \hat{a} e \hat{a}^\dagger .

Função de Wigner: A função característica $\chi_\rho(\Lambda)$, de onde se deriva a função de Wigner $W(\mathcal{A})$ [Wigner 1932] é definida via o operador de Weyl $\mathcal{W}(\Lambda)$ (ou operador de deslocamento). Como estamos habituados com as expressões destas funções no espaço de fase de dimensão 2, daremos as definições generalizadas em $2N$ conjuntamente com as anteriores [Keyl 2002]. Sendo assim, temos

$$D(\lambda) = e^{\lambda \hat{a}^\dagger - \lambda^* \hat{a}} \longrightarrow \mathcal{W}(\Lambda) = e^{i\Lambda \Omega \hat{\xi}^T}, \quad (1.3.6)$$

¹⁰ Apesar de ter mesma notação que a frequência de análise (ou frequência da banda lateral) utilizada nas seções anteriores, a matriz simplética Ω não tem qualquer relação com a quantidade anterior. Mantivemos esta nomenclatura pois é a comumente encontrada na literatura, em ambos os casos. Elas serão utilizadas em contextos diferentes nesta tese, de modo que não haverá confusão na identificação.

¹¹ No caso de $N = 2$ é comum descrever $(\hat{p}, \hat{q}) \rightarrow \lambda \in \mathbb{C}$, ou seja, utiliza-se uma correspondência com um único número complexo (*c-number*) ao invés de um vetor de duas dimensões, pois evita-se utilizar a forma simplética Ω .

1.3. ESPAÇO DE FASE E VARIÁVEIS CONTÍNUAS

em que $\lambda \in \mathbb{C}$ é um número complexo e $\Lambda \in \mathbb{R}^{2N}$ é um vetor de números reais. Note que estas funções são definidas em ordem simétrica. No caso de um único modo do campo, $\Lambda = [\Lambda_1, \Lambda_2]$, a relação entre as duas expressões é vista fazendo $\lambda = -(\Lambda_1 + i\Lambda_2)$ e utilizando a definição das quadraturas \hat{p} e \hat{q} [equação (1.1.15)], assumindo a fase arbitrária φ nula].

Tomando a média do operador deslocamento, obtemos a função característica,

$$C_\rho(\lambda) = \text{Tr}\{\hat{\rho} D(\lambda)\} \longrightarrow \chi_\rho(\Lambda) = \text{Tr}\{\hat{\rho} \mathcal{W}(\Lambda)\}. \quad (1.3.7)$$

A função de Wigner está relacionada a esta via uma transformada de Fourier

$$W(\alpha) = \frac{1}{\pi^2} \int d^2\lambda C_\rho(\lambda) e^{\alpha\lambda^* - \alpha^*\lambda} \longrightarrow W(\mathcal{A}) = \frac{1}{\pi^{2N}} \int d^{2N}\Lambda \chi_\rho(\Lambda) e^{i\mathcal{A}\Omega\Lambda^T}, \quad (1.3.8)$$

também podendo ser expressa do seguinte modo [Haroche e Raimond 2006], que será útil adiante

$$\begin{aligned} W(p, q) &= \frac{1}{\pi} \int dp' \langle p - p' | \hat{\rho} | p + p' \rangle e^{2ip'q} \longrightarrow \\ W(\mathbf{x}, \mathbf{y}) &= \frac{1}{\pi^N} \int d\mathbf{x}' \langle \mathbf{x} - \mathbf{x}' | \hat{\rho} | \mathbf{x} + \mathbf{x}' \rangle e^{2i\mathbf{x}' \cdot \mathbf{p}}, \end{aligned} \quad (1.3.9)$$

em que os vetores $\mathbf{x} = [p_1, p_2, \dots, p_N]$ e $\mathbf{y} = [q_1, q_2, \dots, q_N]$ são as componentes de amplitude e fase do vetor de quadraturas ξ . Além disto, a função de Wigner é real, normalizada a um e fornece, integrando sobre todas as quadraturas exceto uma, a distribuição de probabilidades de resultados de medidas da quadratura restante \hat{p}_j (distribuição marginal).

Ela tem a importante propriedade de atuar como uma densidade de probabilidade no sentido de fornecer o resultado de médias de operadores quânticos de uma forma quase-clássica

$$\text{Tr}(\hat{\rho} \{\hat{p}^n \hat{q}^m\}) = \int dp dq W(p, q) p^n q^m, \quad (1.3.10)$$

em que o quase refere-se ao fato de que, diferentemente das distribuições de probabilidade clássicas, a função de Wigner pode assumir valores negativos¹². Note que, do lado direito da equação, aparecem os números complexos p e q , obtidos trocando o operador de aniquilação (criação) que aparece na definição de quadratura pelo número complexo α (α^*). Ainda com relação à expressão acima, $\{\hat{p}^n \hat{q}^m\}$ indica que o operador de interesse, que é uma função de \hat{p} e \hat{q} , deve estar escrito em *ordem simétrica* com relação a estes [Mandel e Wolf 1995].

Estado Gaussiano e Matriz de Covariância: Usando a definição acima (1.3.10), generalizada para N modos do campo, podemos calcular os momentos de segunda ordem do operador $\hat{\xi} = \langle \hat{\xi} \rangle + \delta\hat{\xi}$, organizados numa *matriz de covariância* V ,

$$\langle \{\delta\hat{\xi}_j, \delta\hat{\xi}_k\} / 2 \rangle = \text{Tr}\{\hat{\rho} (\delta\hat{\xi}_j \delta\hat{\xi}_k + \delta\hat{\xi}_k \delta\hat{\xi}_j) / 2\} = \int d^{2N}\xi W(\xi) \delta\xi_k \delta\xi_j = V_{j,k}. \quad (1.3.11)$$

¹²Ressaltamos que, no caso quântico, a função de Wigner pode ser tanto negativa quanto positiva.

A matriz V , para representar um estado físico, deve ser real, simétrica e positiva. Utilizando a equação acima e a relação de comutação (1.3.3), temos a seguinte identidade

$$\langle \delta \hat{\xi}_j \delta \hat{\xi}_k \rangle = \text{Tr} \left(\hat{\rho} \frac{\{\delta \hat{\xi}_j, \delta \hat{\xi}_k\}}{2} + \hat{\rho} \frac{[\delta \hat{\xi}_j, \delta \hat{\xi}_k]}{2} \right) = V_{jk} + i\Omega_{jk}. \quad (1.3.12)$$

Como $\hat{\rho}$ é um operador positivo e os elementos de $\delta \hat{\xi}$ são hermiteanos, segue que (conforme a referência [Simon 1994])

$$V + i\Omega \geq 0, \quad (1.3.13)$$

que corresponde ao *princípio de incerteza* (1.1.23) numa versão mais completa, dita forma de Robertson-Schrödinger [Robertson 1929], que todo e qualquer estado deve respeitar. Esta inequação significa que os autovalores da soma de matrizes do lado esquerdo são positivos. Quando a matriz de covariância V é diagonal, esta expressão coincide (para cada modo individual) com a relação anterior (1.1.23) (em que se considera somente um modo, $N = 1$) [Braunstein e van Loock 2005].

De fato, quando V é diagonal, a matriz $V + i\Omega$ é composta de blocos diagonais 2×2 . Sendo assim, o cálculo de seus autovalores λ é direto, fornecendo a expressão $(\lambda - \Delta^2 p_j)(\lambda - \Delta^2 q_j) = 1$. Impondo a condição de positividade, $\lambda \geq 0$, verifica-se que é necessário ter $\Delta^2 p_j \Delta^2 q_j \geq 1$, que é o resultado esperado.

Finalmente, um estado que é completamente caracterizado via os momentos de segunda ordem é dito gaussiano¹³. Sua função de Wigner é dada pela seguinte distribuição gaussiana (uma discussão detalhada encontra-se em [Simon 1987])

$$W(\xi) = \frac{1}{\pi^N \sqrt{\det V}} \exp \left(-\frac{1}{2} \xi V \xi^T \right). \quad (1.3.14)$$

Apesar do espaço de Hilbert ter dimensão infinita, vemos que um estado gaussiano é descrito de modo bastante simples. Isto permite que, para este grupo de estados, os critérios de emaranhamento em variáveis contínuas (capítulo 2) sejam levados a limites mais rígidos. Eles mostram-se ser não somente suficientes como também necessários, um resultado bastante encorajador do ponto de vista de aplicações. Em se tratando disto, devemos nos perguntar sobre a estrutura das operações, a serem aplicadas num estado, utilizadas para a realização dos diversos protocolos de informação quântica. Na próxima subseção, discutiremos as operações gaussianas.

¹³Os momentos de primeira ordem podem ser considerados nulos, uma vez que sempre é possível realizar um deslocamento do estado no espaço de fase. Isto é feito por operações locais, que não alteram as propriedades de emaranhamento do sistema global.

1.3.1 Operações Gaussianas e Transformações Simpléticas

Uma transformação linear real genérica, tal que $\hat{\xi} \rightarrow \hat{\xi}' = S \hat{\xi}$, conservando a relação de comutação $[\hat{\xi}'_j, \hat{\xi}'_k] = 2i \Omega$ (1.3.3), satisfaz a equação

$$S \Omega S^T = \Omega. \quad (1.3.15)$$

Esta é exatamente a condição que define o grupo real simplético $S_p(2N, \mathbb{R})$, representado por matrizes $2N \times 2N$. Para toda matriz $S \in S_p(2N, \mathbb{R})$ valem as seguintes propriedades [Arvind 1995, Wünsche 2000]

- A dimensão do espaço $S_p(2N, \mathbb{R})$ é $N(2N + 1)$;
- Se $S \in S_p(2N, \mathbb{R})$ então, $-S, S^{-1}$ e $S^T \in S_p(2N, \mathbb{R})$, em que as matrizes transpostas e inversa são dadas por $S^T = \Omega^{-1} S^{-1} \Omega$ e $S^{-1} = \Omega S^T \Omega^{-1}$;
- Seu determinante tem valor igual à unidade, $\det(S) = 1$.

A cada transformação simplética S agindo no espaço de fase Γ corresponde uma transformação unitária U_S no espaço de Hilbert \mathcal{H} . Os geradores da transformação unitária U_S são dados por [Arvind 1995, Eisert 2003]

$$U_S = e^{-iG}, \quad G = \sum_{j,k=1}^{2N} g_{jk} (\hat{\xi}_j \hat{\xi}_k + \hat{\xi}_k \hat{\xi}_j)/2, \quad (1.3.16)$$

ou seja, são dados por termos quadráticos em \hat{p} e \hat{q} . Estas transformações levam um estado inicial gaussiano em um estado final também gaussiano, sendo portanto chamadas de *operações gaussianas*.

A transformação $\hat{\rho}' = U_S \hat{\rho} U_S^\dagger$ aplicada ao operador de densidade $\hat{\rho}$ é equivalente a uma transformação bastante simples na função de Wigner, $W(\xi)' = W(S\xi)$ [Simon 1994]. Com relação à matriz de covariância V , utilizando a equação (1.3.12), mostra-se que uma transformação simplética é *implementada* via a operação

$$V' \longrightarrow S V S^T. \quad (1.3.17)$$

Exemplos de Transformações Simpléticas: As transformações simpléticas correspondem à grande parte das operações básicas usadas em ótica quântica: compressão de ruído $S_q(r)$ (*squeezing*), mistura de feixes $R(t)$ (*beam-splitter*) e aplicação de uma fase relativa de um estado com relação a outro $F(\delta)$ (*phase-shift*).

Por exemplo, no caso de apenas 2 modos do campo, a matriz de mistura de feixes descreve a relação entre os campos de entrada (\hat{a} e \hat{b}) e os de saída (\hat{c} e \hat{d}) após terem interagido com um divisor (lâmina de vidro)

$$R(t) : \begin{cases} \hat{c} = t \hat{a} + r \hat{b} \\ \hat{d} = t \hat{a} - r \hat{b} \end{cases}, \quad (1.3.18)$$

em que t (r) é o coeficiente de transmissão (reflexão) de amplitude do campo através do divisor. Descrevendo de forma matricial, com elementos organizados em acordo com a definição da matriz de covariância e usando $t = \cos \theta$, vemos que a transformação simplética

$$[R(\theta)]_{jk} = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\text{sen } \theta & 0 \\ 0 & \cos \theta & 0 & -\text{sen } \theta \\ \text{sen } \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & \text{sen } \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad (1.3.19)$$

nada mais é que uma rotação no espaço de fase. Esta transformação, assim como $F(\delta)$, é dita linear pois age linearmente sobre os operadores de criação e aniquilação, ou seja, elas conservam o número de fótons em cada modo do campo. Qualquer transformação unitária linear pode ser obtida por uma sequência de $R(t)$ e $F(\delta)$ [Reck 1994].

Considerando agora interações não-lineares, dadas por hamiltonianas \hat{H} quadráticas em \hat{a} e \hat{a}^\dagger , existe a possibilidade de compressão do ruído quântico ¹⁴. O operador de compressão $\hat{S}_q(\zeta)$ de um único modo do campo \hat{a} corresponde ao seguinte operador de evolução unitária [Walls e Milburn 1995]

$$\hat{S}_q(\zeta) = \exp\left(\frac{\zeta^*}{2}\hat{a}^2 - \frac{\zeta}{2}\hat{a}^{\dagger 2}\right), \quad \zeta \equiv -r(t)e^{i\Theta}, \quad (1.3.20)$$

em que $r(t) \geq 0$ é o parâmetro de compressão ¹⁵, e Θ especifica as quadraturas [conforme (1.1.21)] onde há máxima deformação

$$\hat{S}_q^\dagger(\zeta)\hat{X}_\Theta\hat{S}_q(\zeta) = e^r\hat{X}_\Theta, \quad \hat{S}_q^\dagger(\zeta)\hat{Y}_\Theta\hat{S}_q(\zeta) = e^{-r}\hat{Y}_\Theta. \quad (1.3.21)$$

Destas definições é fácil ver que, para um único modo, a matriz simplética $[S_q(r)]_j$ é dada por

$$[S_q(r)]_j = \text{diag}[e^r, e^{-r}], \quad (1.3.22)$$

em que de agora em diante iremos fixar a fase $\Theta = \varphi$, de modo que as quadraturas de maior deformação são \hat{p} e \hat{q} .

Um estado bastante simples e que apresenta emaranhamento é o gerado pela *compressão de dois estados de vácuo* independentes $|\psi\rangle_{jk} = [\hat{S}_q(\zeta)]_{jk}(|0\rangle_j \otimes |0\rangle_k)$, com o operador de compressão de dois modos dado por $[\hat{S}_q(\zeta)]_{jk} = \exp(\frac{\zeta^*}{2}\hat{a}_1\hat{a}_2 - \frac{\zeta}{2}\hat{a}_1^\dagger\hat{a}_2^\dagger)$.

No espaço de fase, a matriz simplética que realiza a compressão conjunta de dois

¹⁴Este tipo de hamiltoniana descreve, por exemplo, um OPO abaixo do limiar, no qual o campo de bombeio pode ser tratado classicamente.

¹⁵Em um sistema físico, o parâmetro de compressão $r(t)$ é finito (mesmo para tempos muito longos), uma vez que existem mecanismos de perdas, incluso em termos hamiltonianos extras.

1.3. ESPAÇO DE FASE E VARIÁVEIS CONTÍNUAS

modos (j e k), correspondendo ao operador $[\hat{S}_q(\zeta)]_{jk}$, é dada por [Adesso 2006]

$$[S_q(r)]_{jk} = \begin{pmatrix} \cosh r & 0 & \sinh r & 0 \\ 0 & \cosh r & 0 & -\sinh r \\ \sinh r & 0 & \cosh r & 0 \\ 0 & -\sinh r & 0 & \cosh r \end{pmatrix}, \quad (1.3.23)$$

Deste modo, o estado $|\psi\rangle_{jk}$ é completamente conhecido via a seguinte matriz de covariância,

$$V_{jk}^{(2sqz)} = [S_q(r)]_{jk} \mathbb{I} [S_q(r)]_{jk}^T \longrightarrow \quad (1.3.24)$$

$$V_{jk}^{(2sqz)} = \begin{pmatrix} \cosh(2r) & 0 & \sinh(2r) & 0 \\ 0 & \cosh(2r) & 0 & -\sinh(2r) \\ \sinh(2r) & 0 & \cosh(2r) & 0 \\ 0 & -\sinh(2r) & 0 & \cosh(2r) \end{pmatrix}, \quad (1.3.25)$$

em que a matriz identidade \mathbb{I} (4×4) descreve o estado inicial de dois modos do vácuo.

Utilizando as matrizes acima mostra-se que o estado “compressão de dois vácuos” também pode ser gerado via a compressão individual de cada vácuo, em quadraturas ortogonais, e posterior mistura em um divisor de feixes, ou seja

$$[S_q(r)]_{jk} = [R(\pi/4)]_{jk} \{ [S_q(r)]_j \oplus [S_q(-r)]_k \}. \quad (1.3.26)$$

Esta equivalência foi analisada no trabalho [van Loock 2000a] e será novamente discutida no capítulo 2, onde consideraremos certos critérios de emaranhamento.

Uma característica importante do estado $|\psi\rangle_{jk}$ é que ele se assemelha ao proposto originalmente por Einstein, Podolsky e Rosen [Einstein 1935] (|EPR>) no limite em que se tem infinita compressão ($r \rightarrow \infty$).

Lembre que o estado EPR¹⁶ é o estado de duas partículas perfeitamente correlacionadas na diferença das posições ($\hat{x}_1 - \hat{x}_2 = u$) e soma dos momentos ($\hat{y}_1 + \hat{y}_2 = 0$).

Esta afirmação pode ser facilmente constatada. Para tanto, utilizamos a equação (1.3.25) e a definição de $W(\xi)$ num estado gaussiano (1.3.14), de onde obtemos a seguinte função de Wigner [Walls e Milburn 1995]

$$W(\xi) = \frac{4}{\pi^2} \exp\left(-e^{-2r}[(p_1 + p_2)^2 + (q_1 - q_2)^2] - e^{2r}[(p_1 - p_2)^2 + (q_1 + q_2)^2]\right), \quad (1.3.27)$$

que se aproxima de $C \delta(p_1 - p_2) \delta(q_1 + q_2)$ quando o parâmetro de compressão tende a infinito, ou seja, $|\psi\rangle_{jk}(r \rightarrow \infty) \rightarrow |\text{EPR}\rangle$. Note que o estado proposto por EPR é

¹⁶Discutiremos um pouco mais sobre o estado EPR no capítulo 2

constituído pelos autoestados de posição e momento, sendo portanto não-físico e não-normalizável [Toledo Piza 2003]. Neste sentido, o estado “compressão de dois vácuos”, sendo realizável experimentalmente, possui grande apelo a aplicações práticas em informação quântica, tal como teletransporte [Braunstein 1998b]. A geração ótima de squeezing e emaranhamento em estados gaussianos de 2-modos via a Hamiltoniana \hat{H} e consequentes aplicações é discutida em detalhe em [Kraus 2003].

Autovalores Simpléticos e Relação de Incerteza: Devemos ainda mencionar mais um resultado de grande relevância derivado do Teorema de Williamson [Williamson 1936]: a decomposição da matriz de covariância V (que sempre é real, simétrica e positiva) em modos normais é dada por uma transformação simplética S_w e sempre pode ser escrita na forma diagonal (também chamada de forma normal de Williamson)

$$V' = S_w V S_w^T, \quad V' = \bigoplus_{k=1}^N \begin{pmatrix} \nu_k & 0 \\ 0 & \nu_k \end{pmatrix}. \quad (1.3.28)$$

As quantidades ν_k são conhecidas como *autovalores simpléticos* da matriz V , e podem ser calculadas via a expressão ¹⁷

$$\{\nu_k\} = (\text{Autovalores } [\mathcal{V}])^{1/2}, \quad \mathcal{V} = -(V\Omega)^2, \quad (1.3.29)$$

ou seja, correspondem à raiz quadrada dos autovalores ordinários da matriz \mathcal{V} . Eles são invariantes com relação a transformações simpléticas globais agindo em V . Isto é facilmente visto notando que $S V S^T \Omega = S V \Omega S^{-1}$, onde se utilizaram as propriedades $\Omega^2 = -\mathbb{I}$, $\Omega^{-1} = -\Omega$, além da definição de invariância da forma simplética Ω [equação (1.3.15)]. Disto segue que $[(S V S^T)\Omega]^2 = S (V \Omega)^2 S^{-1}$, cujos autovalores são iguais aos de \mathcal{V} . Outro invariante global é o determinante da matriz de covariância V (já que $\det S = 1$). Esta é uma propriedade importante e esperada pois, conforme mostrado em [Adesso 2004], a **pureza** ¹⁸ do sistema global é dada por

$$\mu_{\hat{\rho}} = \frac{1}{\sqrt{\det V}} = \prod_{k=1}^N \nu_k^{-1}. \quad (1.3.30)$$

Portanto, desta expressão vemos que, num estado puro,

$$\nu_k = 1, \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, N\}, \quad (1.3.31)$$

ou seja, a decomposição em modos normais de qualquer estado puro é igual ao estado de vácuo. Numa análise similar, mostram-se que os determinantes dos blocos (2×2) , da

¹⁷Estes autovalores, no caso de uma matriz de covariância física, são números positivos, conforme veremos em breve.

¹⁸A pureza é definida como $\text{Tr}\{\hat{\rho}^2\}$ e, conforme vimos, assume valor unitário quando o estado do sistema é puro.

1.3. ESPAÇO DE FASE E VARIÁVEIS CONTÍNUAS

matriz de covariância, relacionados à descrição individual de cada modo são invariantes sob transformações simpléticas locais $S \in S_p(2, \mathbb{R})$ [Adesso 2006]. Isto reflete a propriedade conhecida de que, por exemplo, somente por ações locais (ou seja, feitas individualmente em um modo ou outro, sem que estes interajam entre si) não se altera a separabilidade (ou emaranhamento) dos modos.

Finalmente, podemos analisar a relação de incerteza (1.3.13) sob a ação da transformação simplética S_w [Simon 1994]

$$S_w (V + i\Omega) S_w^T = V' + i\Omega \geq 0. \quad (1.3.32)$$

Como V' é diagonal, é muito fácil calcular os autovalores λ da soma de matrizes

$$\det[V' + i\Omega] = \det \begin{pmatrix} A_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & A_N \end{pmatrix} = \det(A_1) \det(A_2) \dots \det(A_N) = 0 \quad (1.3.33)$$

em que

$$\det(A_k) = \det \begin{pmatrix} \nu_k - \lambda & i \\ -i & \nu_k - \lambda \end{pmatrix}. \quad (1.3.34)$$

Como $\lambda \geq 0$, segue a seguinte condição sobre os autovalores simpléticos ν_k , a ser respeitada por qualquer matriz de covariância física

$$\nu_k \geq 1, \quad \forall k, \quad \text{ou} \quad \nu^{\min} \geq 1, \quad (1.3.35)$$

em que ν^{\min} refere-se ao mínimo autovalor simplético de V .

*** **

Apresentamos no próximo capítulo dois diferentes critérios de emaranhamento em variáveis contínuas. Em um deles (critério PPT), a condição de separabilidade pode ser escrita em termos dos autovalores simpléticos, cujas características discutimos nesta seção.

CAPÍTULO 1. CONCEITOS BÁSICOS

Capítulo 2

Critérios de Separabilidade

Certamente um dos trabalhos de maior impacto na Mecânica Quântica, o artigo de Einstein, Podolsky e Rosen [Einstein 1935] introduziu um tema que, além de gerar um grande debate com relação à interpretação desta teoria, também trouxe profundas consequências hoje exploradas na área de Informação Quântica. Eles introduziram um estado (EPR) de duas partículas (1 e 2) com a propriedade de correlação perfeita entre as posições $\Psi(\hat{x}_1 - \hat{x}_2) = \delta(x_1 - x_2 - u)$ e anticorrelação perfeita entre momentos $\Psi(\hat{y}_1 + \hat{y}_2) = \delta(y_1 + y_2)$, ou seja, medindo \hat{x}_1 (\hat{y}_1) conhecemos \hat{x}_2 (\hat{y}_2) e vice-versa.

Sabemos da mecânica quântica que a medida de observáveis canonicamente conjugados (como posição e momento) está sujeita ao Princípio de Incerteza de Heisenberg [equação (1.1.23)], que impõe restrições às variâncias dos observáveis \hat{x} e \hat{y} . Vejamos então a argumentação que levou ao conhecido paradoxo EPR. Ao realizarmos uma medida de \hat{x}_1 obteríamos conhecimento sobre \hat{x}_2 , ou seja, o valor de \hat{x}_2 passaria a ser determinado, de forma que qualquer observador que o medisse concordaria sobre seu valor. O análogo ocorre caso escolhessemos medir \hat{y}_1 . Mas as partículas podem estar bem distantes uma da outra (não havendo qualquer interação), de modo que uma decisão sobre o que medir em 1 não poderia ter qualquer influência em 2. Sendo assim, chegamos à conclusão de que tanto x_2 quanto y_2 já deveriam estar *a priori* determinados, correspondendo portanto a um “elemento de realidade”. Este resultado seria incompatível com o Princípio de Incerteza, e nos levaria à conclusão de que a teoria quântica, apesar de explicar vários fenômenos, estaria incompleta.

As ditas hipóteses de “Realismo Local” são justamente as que atribuem realidade a uma quantidade caso esta possa ter valor conhecido e preciso sem qualquer perturbação local ao sistema [Haroche e Raimond 2006]. Aqui vale dizer que, no contexto de mecânica quântica este pressuposto é desprovido de qualquer significado, pois somente quantidades medidas podem ter um valor atribuído [Peres 1978]. Na hipótese de realismo local, explica-se o fato de que os observáveis têm valores pré-determinados pela argumentação de que, no momento inicial em que o estado emaranhado é preparado (partículas 1 e 2 juntas), existem variáveis ocultas que descrevem as correlações no sistema. Além disto, o princípio

de incerteza é explicado utilizando o aparato de medida, que atua nas variáveis ocultas de maneira imprevisível, afetando resultados posteriores de medidas.

Um grande avanço na solução desta disputa foi realizado por John Bell [Bell 1964, Bell 1966], que colocou a questão numa base matemática. Ele mostrou que correlações entre os sistemas 1 e 2 são mais fortes no caso quântico que no caso clássico. Isto pode ser posto na forma de uma inequação, cuja violação mostra o caráter quântico do sistema, comprovando a “não-localidade” ou “não-realismo”. Discussões didáticas sobre estas desigualdades podem ser lidas nas referências [Greenberger 1990, Eberly 2002, Dehlinger 2002, Villar 2007b].

Vários experimentos foram realizados visando violar as desigualdades de Bell. Os trabalhos pioneiros foram de Clauser *et al.* e Aspect *et al.* [Clauser 1978, Aspect 1982], lidando com estados de polarização de fótons. Apesar de comprovada a violação, a possibilidade de “realismo local” ainda ficaria aberta devido a imperfeições experimentais (no caso, eficiência de detecção), abrindo a possibilidade de explicação dos resultados de forma clássica. Vários outros experimentos foram realizados cada um excluindo uma dada imperfeição (não localidade e eficiência de detecção da medida), mas ainda deixando aberta a possibilidade de outra [Weihs 1998, Wineland 2001]. Finalmente, recentemente foi analisada toda uma classe importante de hipóteses não-locais [Leggett 2003, Gröblacher 2007, Paterek 2007, Branciard 2007].

Deixadas agora as questões relativas à interpretação da teoria, e assumindo que a mecânica quântica esteja correta, estamos interessados em preparar estados emaranhados para futuro uso em protocolos de Informação Quântica. Surge então a questão: além da desigualdade de Bell ¹, existe alguma outra forma (e simples) de atestar que se produziu um estado emaranhado?

Lembremos que, para um sistema composto de N subsistemas completamente separáveis, vale

$$\hat{\rho}_{\text{sep}} = \sum_m p_m \hat{\rho}_m^{(1)} \otimes \hat{\rho}_m^{(2)} \otimes \dots \otimes \hat{\rho}_m^{(N)}, \quad (2.0.1)$$

em que o sistema possui algum grau de emaranhamento quando não pode ser escrito desta forma. Quando não existe qualquer partição que possa ser escrita separadamente do restante, usando um produto como acima, então o sistema é dito ter emaranhamento N -partite.

Veremos nesta seção os principais critérios no âmbito de variáveis contínuas: positividade sob transposição parcial (PPT) [Peres 1996, Simon 2000], soma de variâncias de operadores tipo-EPR desenvolvido por Duan *et al.* [Duan 2000] para sistemas bipartites e

¹A violação da desigualdade de Bell é apenas *suficiente* para atestar que um estado é emaranhado. Por exemplo, os estados de Werner são estados emaranhados que não violam estas desigualdades [Werner 1989].

2.1. POSITIVIDADE SOB TRANSPOSIÇÃO PARCIAL

sua generalização multipartite feita por P. van Loock e Braunstein [van Loock 2003]. Todos estes critérios serão, no capítulo seguinte, aplicados ao estado produzido no Oscilador Paramétrico Ótico, que é nosso sistema de estudo.

Vale mencionar que a primeira forma de identificar um estado emaranhado (em variáveis contínuas), independentemente das desigualdades de Bell, foi feita em analogia ao raciocínio utilizado por EPR. Basicamente, a idéia consiste em medir os observáveis \hat{x}_1 e \hat{y}_1 e daí inferir os valores $\hat{x}_2^{inf} = g_x \hat{x}_1$ e $\hat{y}_2^{inf} = g_y \hat{y}_1$ [Reid 1989b], em que os coeficientes $g_{x,y}$ são constantes de proporcionalidade. Segundo EPR, os valores de \hat{x}_2 e \hat{y}_2 são predeterminados, o que leva a conhecê-los com precisão maior que a permitida pela desigualdade de Heisenberg. Então, medindo-se a variância inferida $\Delta^2(\hat{x}_2 - g_x \hat{x}_1)$ e $\Delta^2(\hat{y}_2 - g_y \hat{y}_1)$ devemos ter

$$\Delta^2(\hat{x}_2 - \hat{x}_2^{inf}) \cdot \Delta^2(\hat{y}_2 - \hat{y}_2^{inf}) \not\geq 1. \quad (2.0.2)$$

Ou seja, a violação da desigualdade de Heisenberg inferida revela o emaranhamento. Note que não há nenhuma contradição com a mecânica quântica, dado que foram usadas quantidades *inferidas* em vez de medidas.

O primeiro experimento a detectar emaranhamento no cenário de variáveis contínuas utilizou justamente esta idéia. Verificou-se o emaranhamento entre os feixes gêmeos produzidos em um OPO degenerado operando abaixo do limiar [Ou 1992]. Subsequentemente, realizaram-se uma série de outros experimentos cujo principal objetivo era evidenciar o emaranhamento num dado sistema, o que foi feito utilizando os critérios que veremos abaixo.

Por exemplo, mostrou-se emaranhamento entre duas amostras atômicas macroscópicas [Julsgaard 2001], entre os feixes gêmeos não-degenerados produzidos em um OPO abaixo [Schori 2002] e acima [Villar 2005] do limiar. Utilizando dois feixes com compressão de ruído combinados num divisor, gera-se na saída outros dois feixes agora emaranhados. Neste sentido, utilizando o efeito Kerr produziu-se emaranhamento utilizando fibras óticas [Silberhorn 2001] e átomos frios numa cavidade [Josse 2004]. Do mesmo modo provou-se a existência de emaranhamento entre pulsos intensos de luz [Glöckl 2006]. Utilizando a combinação de um número maior de feixes comprimidos, produziu-se pela primeira vez um estado emaranhado tripartite [Aoki 2003] e, recentemente, um estado quadripartite [Su 2007].

Começamos então o estudo destes critérios pelo método de transposição parcial do operador de densidade.

2.1 Positividade sob Transposição Parcial

Explicaremos o princípio fundamental envolvido neste critério [Peres 1998], exemplificando com variáveis discretas, caso em que ele foi primeiramente aplicado. Na sequência,

veremos como ele se estende para variáveis contínuas, e em que situações é não apenas um critério necessário mas também suficiente para que um estado seja emaranhado.

2.1.1 Descrição do critério

O critério de separabilidade desenvolvido por A. Peres [Peres 1996] baseia-se numa idéia bastante simples envolvendo uma propriedade fundamental dos mapas.

Um mapa \mathcal{E} é aquele que descreve a evolução de um estado inicial $\hat{\rho}$ ao estado final $\hat{\rho}'$: $\hat{\rho} \rightarrow \hat{\rho}' = \mathcal{E}(\hat{\rho})$. Esta evolução pode se dar por um processo dinâmico unitário, um salto quântico, através do acoplamento com o ambiente etc. As propriedades que mapas devem satisfazer para descreverem processos físicos estão descritas em [Schumacher 1996]. Eles são ditos “positivos” quando todos os autovalores λ de $\hat{\rho}'$ forem positivos, $\lambda \geq 0$.

Existem mapas lineares \mathcal{E} que são *positivos* mas não *completamente positivos* (CP). Isto significa que a extensão trivial deste mapa a um sistema de dimensão superior $\mathcal{I} \otimes \mathcal{E}$ resulta em um mapa não-positivo (\mathcal{I} é o mapa identidade que atua nos sistemas “adicionados”). Podemos agora aplicar esta idéia a um estado *separável* descrito por $\hat{\rho} = \sum_n \eta_n \hat{\rho}^{(1)} \otimes \hat{\rho}^{(2)}$. Vemos facilmente que a ação do mapa \mathcal{E} no segundo subsistema fornece

$$(\mathcal{I} \otimes \mathcal{E}) \left(\sum_n \eta_n \hat{\rho}^{(1)} \otimes \hat{\rho}^{(2)} \right) = \sum_n \eta_n \hat{\rho}^{(1)} \otimes \mathcal{E}(\hat{\rho}^{(2)}) \geq 0. \quad (2.1.1)$$

Ou seja, $(\mathcal{I} \otimes \mathcal{E})(\hat{\rho}) \geq 0$ é uma condição *necessária* para que o estado ρ seja separável. A violação desta desigualdade implica que o subsistema (ou partição) $\hat{\rho}^{(2)}$ está emaranhado com o subsistema restante $\hat{\rho}^{(1)}$.

A Transposição Parcial (PT) consiste na operação usual de transposição, mas agindo somente sobre um subsistema do operador densidade $\hat{\rho}$, ou seja, é realizada por um mapa $\mathcal{I} \otimes \mathcal{T}$, em que \mathcal{T} é o mapa de transposição. Essencialmente, PT significa fazer a troca $|j\rangle\langle k| \rightarrow |k\rangle\langle j|$ numa dada partição de $\hat{\rho}$.

Para sistemas de dimensão pequena (dim=2,3), a transposição parcial é o único mapa que é positivo mas não CP [Keyl 2002]. Asher Peres foi o primeiro a apontar que este mapa poderia ser utilizado como um critério de separabilidade [Bruß 2005]. Visto de um outro modo, podemos compreender o critério lembrando que a transposição de $\hat{\rho}$ é uma transformação *unitária*, mantendo os autovalores do operador densidade invariantes. No entanto, transposição *parcial* não é unitária, de onde segue que o operador resultante da transformação pode ser negativo. Com relação a *variáveis discretas* foi mostrado [Horodecki M. 1996] que o critério é *necessário e suficiente* para sistemas do tipo (2×2) e (2×3) em que, na notação $(n \times m)$, n significa o número de sistemas de m níveis.

Como exemplo, podemos perguntar o que ocorre se removermos um dos qubits do estado de Werner [Werner 1989] $|W\rangle = (|100\rangle + |010\rangle + |001\rangle)/\sqrt{3}$. O sistema resultante

2.1. POSITIVIDADE SOB TRANSPOSIÇÃO PARCIAL

ainda se apresenta emaranhado? Para responder esta pergunta, consideremos a remoção do primeiro qubit, através da operação de traço parcial, que fornece o seguinte operador densidade

$$\hat{\rho}_w = \text{Tr}_1(|W\rangle\langle W|) = \frac{1}{3}(|00\rangle\langle 00| + |10\rangle\langle 10| + |01\rangle\langle 01| + |01\rangle\langle 10| + |10\rangle\langle 01|). \quad (2.1.2)$$

O resultado obtido é uma mistura dos estados $|00\rangle$ e estado de Bell $|\Psi^+\rangle = (|01\rangle + |10\rangle)/\sqrt{2}$, mostrando portanto que o emaranhamento ainda persiste. Apliquemos o critério descrito acima. Transpondo, por exemplo o segundo qubit, obtemos

$$[\text{Tr}_1(|W\rangle\langle W|)]_{\text{PT}} = \frac{1}{3}(|00\rangle\langle 00| + |10\rangle\langle 10| + |01\rangle\langle 01| + |00\rangle\langle 11| + |11\rangle\langle 00|), \quad (2.1.3)$$

que apresenta os seguintes autovalores: $1/3, 1/3, (1 \pm \sqrt{5})/6$. O autovalor negativo mostra então que $(\mathcal{I} \otimes \mathcal{T})(\hat{\rho}_w) \not\geq 0$, o que é condição suficiente para provar a existência do emaranhamento do subsistema transposto com relação ao subsistema restante.

Podemos imaginar que para sistemas de Hilbert de dimensão maior a aplicação prática deste critério se torne bastante complicada, dado o número elevado de transposições parciais a serem aplicadas para verificar todas as possibilidades de separabilidade parciais. No entanto, como veremos na próxima seção, no contexto de variáveis contínuas o critério pode ser facilmente aplicado.

2.1.2 Aplicação em Variáveis Contínuas

No caso em que se trata de um espaço de Hilbert de dimensão infinita é conveniente descrever o sistema quântico no espaço de fase. Em termos deste e no contexto de variáveis contínuas, a ação da transposição parcial adquire a interpretação geométrica de uma *reflexão num espelho*: a função de Wigner se altera pela troca no sinal da quadratura q , ou seja, $W(p, q) \xrightarrow{\text{PT}} W(p, -q)$ [Simon 2000].

Para mostrar este resultado descreveremos o sistema utilizando o seguinte vetor

$$\xi = (p_1, q_1, p_2, q_2), \quad \hat{\xi} = (\hat{p}_1, \hat{q}_1, \hat{p}_2, \hat{q}_2), \quad (2.1.4)$$

em que utilizam-se apenas dois subsistemas por estarmos interessados em analisar separabilidade bipartite. Na parte esquerda da expressão utilizamos números reais que representam os operadores que aparecem à direita. A nomenclatura aqui segue a estabelecida na seção 1, além disto faremos uso de resultados e conceitos lá estabelecidos.

A distribuição de Wigner e o operador densidade estão relacionados via

$$W(\xi) = \frac{1}{\pi^2} \int dp'_1 dp'_2 \langle p_1 - p'_1, p_2 - p'_2 | \hat{\rho} | p_1 + p'_1, p_2 + p'_2 \rangle e^{2i(p'_1 q_1 + p'_2 q_2)}. \quad (2.1.5)$$

Apliquando PT, por exemplo ao segundo subsistema, obtemos

$$\langle p_1 - p'_1, p_2 - p'_2 | \hat{\rho}^{T_2} | p_1 + p'_1, p_2 + p'_2 \rangle = \langle p_1 - p'_1, p_2 + p'_2 | \hat{\rho} | p_1 + p'_1, p_2 - p'_2 \rangle. \quad (2.1.6)$$

Fazendo então a mudança de variáveis $p'_2 \rightarrow -P'_2$, obtemos uma expressão idêntica à (2.1.5), exceto que na exponencial o sinal de q_2 aparece invertido, ou seja,

$$W(p_1, q_1, p_2, q_2) \xrightarrow{\text{PT}} W(p_1, q_1, p_2, -q_2), \quad (2.1.7)$$

como queríamos mostrar. Podemos ver este resultado de um outro modo: usamos o fato de que a transposição de um operador hermiteano (como o operador de densidade) corresponde à conjugação complexa. Do ponto de vista da evolução temporal, descrita pela equação de Schrödinger, isto corresponde à reversão temporal $i\hbar\partial/\partial t \rightarrow -i\hbar\partial/\partial t$. Ou seja, as coordenadas de momento trocam de sinal [Braunstein e van Loock 2005].

Usando este resultado, o critério de positividade sob transposição parcial implica em que a função $W(p_1, q_1, p_2, -q_2) \equiv W(\Lambda\xi)$ [$\Lambda = \text{diag}(1, 1, 1, -1)$] deva ser ainda uma função de Wigner válida caso o estado $\hat{\rho}$ seja separável. Podemos então explorar o efeito desta operação sobre a relação de incerteza [equação (1.3.13)]. Primeiramente, recordamos a expressão (1.3.11) que relaciona a matriz de covariância $V = \langle \{\delta\hat{\xi}, \delta\hat{\xi}^T\} \rangle / 2$ à função de Wigner. Disto vemos que a transposição parcial de V é realizada do seguinte modo

$$V \xrightarrow{\text{PT}} \tilde{V} = \Lambda V \Lambda, \quad (2.1.8)$$

de onde segue que, para ser uma matriz de covariância válida, no caso do estado ser separável, devemos ter

$$\tilde{V} + i\Omega \geq 0, \quad (2.1.9)$$

que é então uma condição *necessária* para separabilidade; sua violação significa que o estado descrito por \tilde{V} é não físico. Para obter outra inequação, agora envolvendo explicitamente os elementos da matriz de covariância (escrita de forma geral)

$$V = \begin{pmatrix} A & C \\ C^T & B \end{pmatrix}, \quad (2.1.10)$$

R. Simon utilizou-se de alguns invariantes simpléticos. Vemos claramente que a relação (2.1.9) tem uma forma invariante com relação a transformações simpléticas $S \in Sp(4, \mathbb{R})$ (lembremos que Ω é invariante). No entanto, para estados separáveis deve valer também uma invariância sob transformações simpléticas locais $Sp(2, \mathbb{R}) \otimes Sp(2, \mathbb{R})$. Neste caso, ele construiu a seguinte inequação [equivalente a (2.1.9)] composta por $Sp(2, \mathbb{R})$ invariantes

$$\det A \det B + \left(\frac{1}{4} - |\det C| \right)^2 - \text{Tr}(AJCJB JC^T J) \geq \frac{1}{4}(\det A + \det B), \quad (2.1.11)$$

em que a matriz J corresponde ao bloco constituinte de Ω [equação (1.3.4)]. Este é o resultado final da aplicação do critério de PPT com relação à matriz de covariância obtido em [Simon 2000].

No entanto, podemos ainda ter uma simplificação da inequação (2.1.9) reescrevendo-a em termos dos autovalores simpléticos de \tilde{V} [Adesso 2006, Adesso 2007], que sabemos

2.1. POSITIVIDADE SOB TRANSPOSIÇÃO PARCIAL

serem facilmente calculáveis [equação (1.3.29)]. Para tanto, utilizamos simplesmente o fato que Ω é um invariante simplético e que a decomposição de \tilde{V} (descrevendo um estado gaussiano) em modos normais é justamente realizada por uma transformação simplética [Williamson 1936],

$$S_w (\tilde{V} + \frac{i}{2}\Omega) S_w^T = S_w \tilde{V} S_w^T + i\Omega \geq 0. \quad (2.1.12)$$

Como $S_w \tilde{V} S_w^T = \text{diag}(\tilde{\nu}_1, \tilde{\nu}_1, \dots, \tilde{\nu}_j, \tilde{\nu}_j)$, a inequação acima implica em

$$\tilde{\nu}_k \geq 1 \quad \forall k, \quad (2.1.13)$$

para qualquer estado separável. A violação desta condição é *suficiente* para comprovar o emaranhamento [analogamente ao realizado na equação (1.3.35)]. Empregaremos esta forma do critério no estudo de nosso sistema.

Restringindo-se a estados *gaussianos* (puros ou mistos) mostrou-se que o critério PPT é *necessário e suficiente* nas seguintes condições:

- Sistemas bipartites (1×1) [Simon 2000];
- Sistemas analisados em bipartições do tipo ($1 \times N$), ou seja, verifica-se se um único modo é ou não separável dos restantes N modos [Werner 2001]. O caso anterior corresponde a restrição $N = 1$;
- Partições bissimétricas ² do tipo ($N_A \times N_B$) quando se analisa a separabilidade dos modos N_A com relação aos N_B [Serafini 2005].

No caso geral de bipartição de modos ($M \times N$) sabe-se que o número n de autovalores simpléticos da matriz $\tilde{V}_{M|N}$ que podem violar o critério PPT é, no máximo, igual ao menor entre M e N , ou seja, $n_{m\acute{a}x} = \min\{M, N\}$ [Serafini 2006]. Além disto, na mesma condição, foi mostrado (explicitamente no caso (2×2)) que existem estados não-separáveis porém positivos sob transposição parcial, sendo então *não-destiláveis* ³ [Werner 2001].

A idéia de destilação consiste em transformar um conjunto de cópias de estados emaranhados não-puros (com ruído clássico) em um conjunto menor de cópias porém num estado maximamente emaranhado, mais próximo do puro [Bennett 1996a]. Isto é realizado através de operações locais e comunicação clássica (LOCC). A destilação consiste de uma etapa importante para a realização de um repetidor quântico [Dür 1999].

²Estaremos denotando um sistema como simétrico quando sua matriz de covariância for invariante sob permutação de qualquer dos N modos que a compõem.

³A condição necessária (mas não suficiente) para que um estado qualquer (em variáveis discretas ou contínuas) seja destilável é que ele tenha operador densidade $\hat{\rho}$ negativo sob transposição parcial, ou seja, que viole o critério PPT [Horodecki M. 1998].

No caso de estados CV gaussianos de modos ($M \times N$), mostrou-se [Giedke 2001a] que todos os estados que violam PPT (NPT), e somente estes, são destiláveis. De modo geral, estados emaranhados que não podem ser purificados são chamados de *bound entangled states*. Infelizmente, para estados gaussianos não é possível realizar a destilação fazendo uso apenas de operações gaussianas (GLOCC) [Giedke 2002, Eisert 2002, Fiurásek 2002]. No entanto, mesmo usando somente GLOCC, aplicações interessantes como geração segura de chaves para criptografia quântica podem ser realizadas [Navascues 2004].

Com relação à quantificação do emaranhamento, mencionamos que a *negatividade logarítmica* [Vidal 2002] pode ser escrita como uma função do menor autovalor simplético $\tilde{\nu}_{min}$ (da matriz de covariância PT – \tilde{V}). Este resultado é válido para qualquer bipartição ($M \times N$) de estados gaussianos bissimétricos [Adesso 2004, Serafini 2005]. Deste modo, quanto menor $\tilde{\nu}_{min}$, maior é o grau de emaranhamento.

Dado este prólogo, voltemos agora a questões mais práticas. De maneira a ilustrar o método acima exposto analisemos um estado descrito pela seguinte matriz de covariância

$$V = \begin{pmatrix} S_{\hat{p}_1} & 0 & C_{\hat{p}_1\hat{p}_2} & 0 \\ 0 & S_{\hat{q}_1} & 0 & C_{\hat{q}_1\hat{q}_2} \\ C_{\hat{p}_2\hat{p}_1} & 0 & S_{\hat{p}_2} & 0 \\ 0 & C_{\hat{q}_2\hat{q}_1} & 0 & S_{\hat{q}_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1,8 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & -2,5 \\ 1,8 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -2,5 & 0 & 3 \end{pmatrix}. \quad (2.1.14)$$

Vemos a presença de compressão de ruído na diferença de intensidade, $S_{\hat{p}_-} = (S_{\hat{p}_1} + S_{\hat{p}_2})/2 - C_{\hat{p}_1\hat{p}_2} = 0,2$, e na soma das fases, $S_{\hat{q}_+} = (S_{\hat{q}_1} + S_{\hat{q}_2})/2 + C_{\hat{q}_1\hat{q}_2} = 0,5$. Vejamos o que ocorre realizando a transposição do segundo subsistema, ou seja, $\delta\hat{q}_2 \rightarrow -\delta\hat{q}_2$

$$\tilde{V} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1,8 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 2,5 \\ 1,8 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2,5 & 0 & 3 \end{pmatrix}. \quad (2.1.15)$$

Obtemos um estado comprimido tanto na diferença de intensidades quanto na *diferença* de fases, o que viola o princípio de incerteza de Heisenberg. Ou seja, obtivemos um sistema não-físico, o que comprova a existência do emaranhamento segundo PPT. Também podemos calcular os autovalores simpléticos de \tilde{V}

$$-(\Omega\tilde{V})^2 = \begin{pmatrix} 10,5 & 0 & 10,4 & 0 \\ 0 & 10,5 & 0 & 10,4 \\ 10,4 & 0 & 10,5 & 0 \\ 0 & 10,4 & 0 & 10,5 \end{pmatrix} \Rightarrow \{\tilde{\nu}\} \approx \{0,32; 0,32; 4,57; 4,57\}. \quad (2.1.16)$$

Este resultado mostra que existe ao menos um $\tilde{\nu}_k \leq 1$, garantindo a presença de emaranhamento. Similarmente, podemos analisar a matriz de covariância que define um estado de “compressão de dois vácuos” [equação(1.3.25) da seção 1]. Vê-se facilmente que o critério PPT é violado para qualquer parâmetro de squeezing não nulo, $r > 0$.

2.2. SOMA DE VARIÂNCIAS

Um outro critério [Giedke 2001b], independente de PPT, bastante poderoso (detectando inclusive *bound entanglement*), faz uso de um mapa não-linear para transformar uma dada matriz de covariância numa outra matriz que, após um certo número de iterações, pode ser não física, o que evidencia o emaranhamento. Como este critério também é *necessário e suficiente*, vemos que a detecção de emaranhamento em estados gaussianos (separabilidade bipartite), com número de modos arbitrários, é em princípio resolvida. Ainda assim, existem vários outros critérios de separabilidade (mais vantajosos do ponto de vista experimental), alguns dos quais explicados na próxima seção.

2.2 Soma de variâncias

Um outro critério de separabilidade (bipartite) importante foi desenvolvido por Duan *et al.* [Duan 2000] e faz uso de uma desigualdade envolvendo a soma de variâncias de operadores tipo-EPR. Do ponto de vista experimental, é um critério mais prático que PPT, uma vez que não é necessário medir todos os ruídos que compõem a matriz de covariância. A seguir vamos descrever os principais aspectos deste critério e sua extensão ao caso multipartite [van Loock 2003]. Uma discussão sobre ambos critérios também pode ser lida em outra tese de doutorado do grupo [Villar 2007b].

2.2.1 Caso Bipartite

Sabemos que as variâncias dos operadores tipo-EPR, diferença das posições (\hat{u}) de duas partículas (nomeadas pelos índices 1 ou 2) e soma dos momentos (\hat{v}),

$$\hat{u} = \frac{\hat{x}_1 - \hat{x}_2}{\sqrt{2}}, \quad \hat{v} = \frac{\hat{y}_1 + \hat{y}_2}{\sqrt{2}}, \quad (2.2.1)$$

podem assumir valor nulo no caso de um estado emaranhado. Mas e no caso de estados separáveis, existe algum limite que a soma destas variâncias deva respeitar? A resposta a esta simples pergunta nos permite construir uma versão simplificada, porém suficiente aos nossos propósitos, do critério DGCZ [Duan 2000].

Para tanto descrevemos o sistema separável utilizando o operador densidade

$$\hat{\rho}_{\text{sep}} = \sum_n \eta_n \hat{\rho}^{(1)} \otimes \hat{\rho}^{(2)} \quad (2.2.2)$$

e calculamos a soma de variâncias usando a definição (2.2.1) dos operadores \hat{u} e \hat{v}

$$\Delta^2 \hat{u}_{\hat{\rho}_{\text{sep}}} + \Delta^2 \hat{v}_{\hat{\rho}_{\text{sep}}} = \frac{1}{2} (\Delta^2 \hat{x}_1 + \Delta^2 \hat{x}_2 + \Delta^2 \hat{y}_1 + \Delta^2 \hat{y}_2) - C_{\hat{x}_1 \hat{x}_2} + C_{\hat{y}_1 \hat{y}_2}, \quad (2.2.3)$$

$$C_{\hat{o}_1 \hat{o}_2} \equiv \sum_n \eta_n (\langle \hat{o}_1 \hat{o}_2 \rangle_n - \langle \hat{o}_1 \rangle_n \langle \hat{o}_2 \rangle_n). \quad (2.2.4)$$

Claramente, para um estado separável, as correlações ($C_{\hat{o}_1\hat{o}_2}$) são nulas, restando portanto avaliar o termo entre parênteses da primeira equação. Utilizando o princípio de incerteza podemos escrever

$$\Delta^2\hat{x}_j + \Delta^2\hat{y}_j \geq \frac{||[\hat{x}_j, \hat{y}_j]||^2}{\Delta^2\hat{y}_j} + \Delta^2\hat{y}_j, \quad (2.2.5)$$

em que a última relação apresenta um mínimo em função de $\Delta^2\hat{y}_j$. Substituindo o valor $(\Delta^2\hat{y}_j)_{\min} = ||[\hat{x}_j, \hat{y}_j]||$ e usando a relação de comutação $[\hat{x}_j, \hat{y}_j] = i$ obtemos

$$\Delta^2\hat{u}_{\hat{\rho}_{\text{sep}}} + \Delta^2\hat{v}_{\hat{\rho}_{\text{sep}}} \geq 2, \quad (2.2.6)$$

cuja violação é *suficiente* para comprovar o emaranhamento de um dado estado.

O critério também pode ser escrito, no caso de estados gaussianos, de modo a ser *necessário* [Duan 2000], sendo então equivalente ao critério de Peres–Simon (PPT) (veja, por exemplo, [Horodecki R. 2007]). Para tanto, utiliza-se a matriz de covariância na dita *forma padrão (II)* (implementada a partir de qualquer outra matriz de covariância via transformações simpléticas locais, conforme demonstrado no artigo)

$$V^{(II)} = \begin{pmatrix} S_{\hat{p}_1} & 0 & C_{\hat{p}_1\hat{p}_2} & 0 \\ 0 & S_{\hat{q}_1} & 0 & C_{\hat{q}_1\hat{q}_2} \\ C_{\hat{p}_1\hat{p}_2} & 0 & S_{\hat{p}_2} & 0 \\ 0 & C_{\hat{q}_1\hat{q}_2} & 0 & S_{\hat{q}_2} \end{pmatrix} \quad (2.2.7)$$

em que os elementos devem satisfazer

$$\frac{S_{\hat{p}_1} - 1}{S_{\hat{p}_2} - 1} = \frac{S_{\hat{q}_1} - 1}{S_{\hat{q}_2} - 1} \text{ e,} \quad (2.2.8)$$

$$|C_{\hat{p}_1\hat{p}_2}| - |C_{\hat{q}_1\hat{q}_2}| = \sqrt{(S_{\hat{p}_1} - 1)(S_{\hat{p}_2} - 1)} - \sqrt{(S_{\hat{q}_1} - 1)(S_{\hat{q}_2} - 1)}. \quad (2.2.9)$$

O critério se apresenta modificado segundo a expressão

$$\Delta^2\hat{u}_{\hat{\rho}_{\text{sep}}} + \Delta^2\hat{v}_{\hat{\rho}_{\text{sep}}} \geq a_0^2 + \frac{1}{a_0^2}, \quad (2.2.10)$$

em que,

$$a_0^2 = \frac{S_{\hat{p}_2} - 1}{S_{\hat{p}_1} - 1} = \frac{S_{\hat{q}_2} - 1}{S_{\hat{q}_1} - 1}, \quad \hat{u} = a_0\hat{x}_1 - \frac{C_{\hat{p}_1\hat{p}_2}}{|C_{\hat{p}_1\hat{p}_2}|} \frac{1}{a_0}\hat{x}_2, \quad \hat{v} = a_0\hat{y}_1 - \frac{C_{\hat{q}_1\hat{q}_2}}{|C_{\hat{q}_1\hat{q}_2}|} \frac{1}{a_0}\hat{y}_2. \quad (2.2.11)$$

A aplicação deste critério à matriz de covariância dada na equação (2.1.14) é imediata. Temos um modo bipartite simétrico ($S_{\hat{p}_1} = S_{\hat{p}_2}$ e $S_{\hat{q}_1} = S_{\hat{q}_2}$) que não se encontra na forma padrão (II), uma vez que a condição (2.2.9) não é satisfeita. Utilizando a versão *suficiente* do critério, definição (2.2.6), e os ruídos $S_{\hat{p}_-} = \Delta^2\hat{u} = 0,2$ e $S_{\hat{q}_+} = \Delta^2\hat{v} = 0,5$, comprovamos a presença de emaranhamento, $\Delta^2\hat{u} + \Delta^2\hat{v} = 0,7 \leq 2$.

Um critério bastante similar ao DGCZ, porém desenvolvido anteriormente, é o de P. B. Tan[Tan 1999]. Neste critério, considera-se em vez da soma de variâncias, o seu produto:

2.2. SOMA DE VARIÂNCIAS

$\Delta^2\hat{u} \Delta^2\hat{v} \geq 1$ [usando definição (2.2.1) de \hat{u} e \hat{v}]. A análise da relação entre este critério e o anterior (DGCZ) foi feita por [Giovannetti 2003], estabelecendo uma generalização da condição de separabilidade, de modo a não ser preciso utilizar a forma padrão (II) (veja também [Agarwal 2005]).

Também vale mencionar a extensão deste critério no sentido de tratar outros sistemas quânticos, cujos operadores de interesse satisfazem uma álgebra diferente dos aqui mencionados (posição e momento). Por exemplo, citamos os trabalhos [Korokolva 2002, Korokolva 2005] lidando com os operadores de Stokes (úteis para definir emaranhamento entre variáveis de polarização) e [Julsgaard 2001] lidando com operadores coletivos de *spin*. A comparação entre o critério DGCZ e o de variâncias inferidas pode ser encontrada em [Bowen 2003]. Um resultado de grande interesse prático é o fato de que o último depende fortemente da pureza do estado, levando a uma dependência bastante restritiva com relação às perdas do sistema (eficiência de detecção etc).

Podemos agora nos perguntar sobre o que ocorre no caso em que abandonamos a restrição a modos bipartites. Este assunto é abordado na próxima seção, em que o critério DGCZ é generalizado.

2.2.2 Caso Multipartite

Similarmente ao procedimento adotado na última seção, estaremos interessados aqui em calcular a soma de variâncias dos operadores \hat{u} e \hat{v} em determinados estados descritos por um operador densidade. Faremos novamente uma abordagem simplificada do problema, considerando somente o caso tripartite, sendo os detalhes e extensão a múltiplos modos obtidos em [van Loock 2003].

Obviamente, para caracterizar emaranhamento tripartite de um sistema é necessário excluir a forma completamente separável do operador densidade,

$$\hat{\rho}_{\text{sep}} = \sum_n \eta_n \hat{\rho}_n^{(1)} \otimes \hat{\rho}_n^{(2)} \otimes \hat{\rho}_n^{(3)}, \quad (2.2.12)$$

mas esta é uma restrição fraca, haja vista a possibilidade de ainda descrevermos o estado usando as formas biseparáveis

$$\hat{\rho}_{\text{bisep1}} = \sum \eta_n \hat{\rho}_n^{(1)} \otimes \hat{\rho}_n^{(2,3)}, \quad (2.2.13)$$

$$\hat{\rho}_{\text{bisep2}} = \sum \eta_n \hat{\rho}_n^{(2)} \otimes \hat{\rho}_n^{(1,3)}, \quad (2.2.14)$$

$$\hat{\rho}_{\text{bisep3}} = \sum \eta_n \hat{\rho}_n^{(3)} \otimes \hat{\rho}_n^{(1,2)}, \quad (2.2.15)$$

onde $[\hat{\rho}^{(k)} \otimes \hat{\rho}^{(i,j)}]$ significa que o subsistema conjunto (i, j) pode não ser separável, mas é certamente separável da parte (k) . Utilizaremos então estas três formas biseparáveis no cálculo das variâncias de \hat{u} e \hat{v} , definidos no caso tripartite como

$$\hat{u} = h_1\hat{x}_1 + h_2\hat{x}_2 + h_3\hat{x}_3 \quad \text{e} \quad \hat{v} = g_1\hat{y}_1 + g_2\hat{y}_2 + g_3\hat{y}_3, \quad (2.2.16)$$

em que as constantes h_j e g_j são números reais. Um cálculo análogo ao da seção anterior fornece

$$\hat{\rho}_{\text{bise}p1} \implies \Delta_{\hat{\rho}_{b1}}^2 \hat{u} + \Delta_{\hat{\rho}_{b1}}^2 \hat{v} \geq 2 (|h_1 g_1| + |h_2 g_2 + h_3 g_3|) , \quad (2.2.17)$$

$$\hat{\rho}_{\text{bise}p2} \implies \Delta_{\hat{\rho}_{b2}}^2 \hat{u} + \Delta_{\hat{\rho}_{b2}}^2 \hat{v} \geq 2 (|h_2 g_2| + |h_1 g_1 + h_3 g_3|) , \quad (2.2.18)$$

$$\hat{\rho}_{\text{bise}p3} \implies \Delta_{\hat{\rho}_{b3}}^2 \hat{u} + \Delta_{\hat{\rho}_{b3}}^2 \hat{v} \geq 2 (|h_3 g_3| + |h_1 g_1 + h_2 g_2|) , \quad (2.2.19)$$

que são desigualdades a serem respeitadas por qualquer estado biseparável da forma acima estabelecida. No entanto, para um operador de densidade qualquer, separável ou não, temos a seguinte desigualdade menos restritiva

$$\forall \hat{\rho} \implies \Delta_{\hat{\rho}}^2 \hat{u} + \Delta_{\hat{\rho}}^2 \hat{v} \geq 2 |h_1 g_1 + h_2 g_2 + h_3 g_3| . \quad (2.2.20)$$

De forma a permitir uma maior região em que os estados emaranhados com certeza existem, podemos escolher o limite inferior dado em (2.2.20) igual a zero. De fato, isto ocorre sempre que \hat{u} e \hat{v} comutam. Uma possível escolha do conjunto de constantes h_j e g_j é portanto $h_1 = -h_2 = g_1 = g_2 = 1$ e $h_3 = 0$, o que implica, segundo as equações (2.2.17)–(2.2.19), num limite inferior de quatro nas duas primeiras inequações e zero na última

$$\hat{\rho}_{\text{bise}p1} \implies \Delta_{\hat{\rho}_{b1}}^2 (\hat{x}_1 - \hat{x}_2) + \Delta_{\hat{\rho}_{b1}}^2 (\hat{y}_1 + \hat{y}_2 + g_3 \hat{y}_3) \geq 4 , \quad (2.2.21)$$

$$\hat{\rho}_{\text{bise}p2} \implies \Delta_{\hat{\rho}_{b2}}^2 (\hat{x}_1 - \hat{x}_2) + \Delta_{\hat{\rho}_{b2}}^2 (\hat{y}_1 + \hat{y}_2 + g_3 \hat{y}_3) \geq 4 , \quad (2.2.22)$$

$$\hat{\rho}_{\text{bise}p3} \implies \Delta_{\hat{\rho}_{b3}}^2 (\hat{x}_1 - \hat{x}_2) + \Delta_{\hat{\rho}_{b3}}^2 (\hat{y}_1 + \hat{y}_2 + g_3 \hat{y}_3) \geq 0 . \quad (2.2.23)$$

Ou seja, a última desigualdade, no presente caso, não permite distinguir entre estado separável e emaranhado. Por outro lado, as duas primeiras permitem eliminar as formas $\hat{\rho}_{\text{bise}p1}$ e $\hat{\rho}_{\text{bise}p2}$.

Fazendo uma análise semelhante, agora escolhendo os valores para $h_1 = h_3 = g_1 = -g_3 = 1$ e $h_2 = 0$, chegamos em desigualdades que permitem eliminar as formas biseparáveis $\hat{\rho}_{\text{bise}p1}$ e $\hat{\rho}_{\text{bise}p3}$. Do mesmo modo, para $h_2 = h_3 = g_2 = -g_3 = 1$ e $h_1 = 0$ eliminam-se as formas $\hat{\rho}_{\text{bise}p2}$ e $\hat{\rho}_{\text{bise}p3}$. Deste modo, o conjunto de desigualdades abaixo corresponde ao critério de separabilidade tripartite de P. van Loock e A. Furusawa [van Loock 2003].

$$\Delta_{\hat{\rho}_{\text{bise}p12}}^2 (\hat{x}_1 - \hat{x}_2) + \Delta_{\hat{\rho}_{\text{bise}p12}}^2 (\hat{y}_1 + \hat{y}_2 + g_3 \hat{y}_3) \geq 4 , \quad (2.2.24)$$

$$\Delta_{\hat{\rho}_{\text{bise}p13}}^2 (\hat{x}_1 + \hat{x}_3) + \Delta_{\hat{\rho}_{\text{bise}p13}}^2 (\hat{y}_1 - \hat{y}_3 + g_2 \hat{y}_2) \geq 4 , \quad (2.2.25)$$

$$\Delta_{\hat{\rho}_{\text{bise}p23}}^2 (\hat{x}_2 + \hat{x}_3) + \Delta_{\hat{\rho}_{\text{bise}p23}}^2 (\hat{y}_2 - \hat{y}_3 + g_1 \hat{y}_1) \geq 4 . \quad (2.2.26)$$

Notemos que, no caso de um estado *puro*, a violação de duas dentre as três desigualdades é *suficiente* para garantir a presença de emaranhamento tripartite *genuíno* [Giedke 2001c]. As constantes g_j restantes, que aparecem no segundo termo de cada expressão acima, podem ser escolhidas livremente de modo a minimizar a variância deste termo. No caso em que elas são nulas recuperamos o critério bipartite DGCZ.

2.2. SOMA DE VARIÂNCIAS

Quando o estado *não é puro*, a violação das desigualdades acima mostra que existe uma *inseparabilidade* tripartite, o que pode significar um emaranhamento de dois modos, ou seja, o operador de densidade do sistema completo $\hat{\rho}_T$ seria escrito como

$$\hat{\rho}_T = \pi_1 \sum_j \eta_j \hat{\rho}_j^{(1)} \otimes \hat{\rho}_j^{(2,3)} + \pi_2 \sum_k \eta_k \hat{\rho}_k^{(2)} \otimes \hat{\rho}_k^{(1,3)} + \pi_3 \sum_l \eta_l \hat{\rho}_l^{(3)} \otimes \hat{\rho}_l^{(1,2)} \quad (2.2.27)$$

$$= \pi_1 \hat{\rho}_{\text{bise}p1} + \pi_2 \hat{\rho}_{\text{bise}p2} + \pi_3 \hat{\rho}_{\text{bise}p3}, \quad (2.2.28)$$

sendo π_i um peso estatístico. O problema de discernir entre um estado completamente inseparável (como o descrito acima) e um estado emaranhado genuíno (que não consiste de uma mistura de subsistemas emaranhados, mas de um emaranhamento *conjunto* entre todas as partes) é tratado na referência [Hyllus 2006], em que se utiliza um procedimento de otimização com relação a uma testemunha de emaranhamento.

Como um exemplo do critério DGCZ e da extensão aqui exposta podemos comprovar um fato bastante conhecido [Bohr 1935, Aharanov 1966]: uma maneira simples de produzir emaranhamento consiste em misturar dois feixes de luz, com compressão de ruído, em um divisor de feixes. Esta situação está ilustrada na figura 2.1. Vemos que os campos de

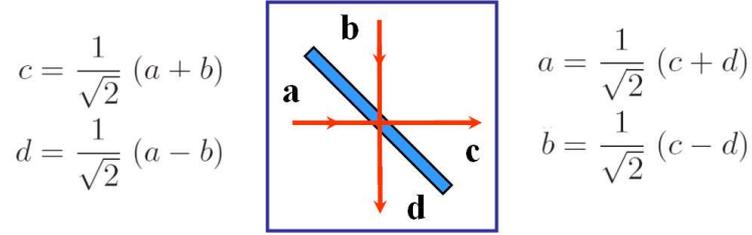


Figura 2.1: Esquema de um divisor de feixes. As equações à esquerda fornecem a relação entre os campos de saída no divisor (c e d) e os de entrada (a e b); à direita apresentamos a relação inversa.

entrada (equações à direita) se escrevem em termos dos campos de saída de forma bastante similar à definição de \hat{u} e \hat{v} [equação (2.2.1)]. Para deixar a semelhança mais explícita, basta escrever a primeira das equações à direita em termos da quadratura generalizada \hat{X}_θ e a segunda em termos de \hat{Y}_ϕ [equação (1.1.21)]

$$\hat{X}_\theta^a = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{X}_\theta^c + \hat{X}_\theta^d), \quad \hat{Y}_\phi^b = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Y}_\phi^c - \hat{Y}_\phi^d) \quad (2.2.29)$$

Para violar o critério (2.2.6), é suficiente que $\Delta^2 \hat{u} < 1$ e $\Delta^2 \hat{v} < 1$, ou seja, basta que os campos a e b apresentem compressão de ruído. No caso em que este squeezing ocorre numa certa quadratura (\hat{X}) do campo a e na quadratura ortogonal (\hat{Y}) do campo b , os campos devem ser incididos no divisor de feixes com mesma fase ($\theta = \phi$); quando ambos têm compressão de ruído na mesma quadratura, eles devem ser incididos com fase ortogonal ($\theta = \phi + \pi/2$). Também pode-se mostrar uma proposição ainda mais forte que

esta: através de um único feixe comprimido misturado com $(N - 1)$ campos coerentes, via ótica linear, podemos obter N feixes emaranhados [van Loock 2000b].

De fato, um dos primeiros estados tripartite emaranhado (CV) produzido [Aoki 2003] foi gerado através da combinação de três feixes comprimidos independentes, gerados em três OPO's operando abaixo do limiar. O estado foi caracterizado usando o critério de soma de variâncias [van Loock 2003], explicado nesta seção.

Até agora discutimos critérios que fazem uso apenas dos momentos de segunda ordem. No caso de estados bipartites gaussianos vimos que tanto PPT quanto DGCZ são necessários e suficientes para determinar o emaranhamento mas, retirada a restrição do estado ser gaussiano, eles são apenas suficientes. Neste contexto, Agarwal mostrou, via um exemplo explícito, um estado não gaussiano emaranhado cuja inseparabilidade não é detectada via DGCZ [Agarwal 2005]. Utilizando o critério PPT, ele construiu então uma outra desigualdade, similar ao critério DGCZ, mas agora envolvendo correlações de mais alta ordem, fornecendo assim uma outra maneira operacional de detectar a inseparabilidade de estados não-gaussianos.

Em todo caso, o erro que se comete, no que concerne à caracterização do emaranhamento, ao se *assumir* que se tem um estado gaussiano, é no sentido de subestimar o grau de emaranhamento do estado produzido [Wolf 2006]. Ou seja, os estados gaussianos minimizam a quantidade de emaranhamento (usando um quantificador apropriado, conforme discutido na referência).

*** **

Concluindo, discutimos em detalhe dois importantes critérios de separabilidade multipartite, com os quais poderemos verificar teoricamente as correlações entre os feixes gerados no OPO e estabelecer quais são as condições experimentais mais favoráveis à observação do emaranhamento tripartite. No capítulo seguinte estabelecemos as equações que governam as flutuações quânticas destes campos, aplicando os resultados tanto na desigualdade (2.1.13) que caracteriza o critério PPT, quanto nas desigualdades (2.2.24)–(2.2.26) que caracterizam o critério de P. van Loock *et al.*

Capítulo 3

O Oscilador Paramétrico Ótico

O Oscilador Paramétrico Ótico consiste de um cristal de não-linearidade de segunda ordem ($\chi^{(2)}$) disposto no interior de uma cavidade ótica (figura 3.1). Quando bombeado por uma

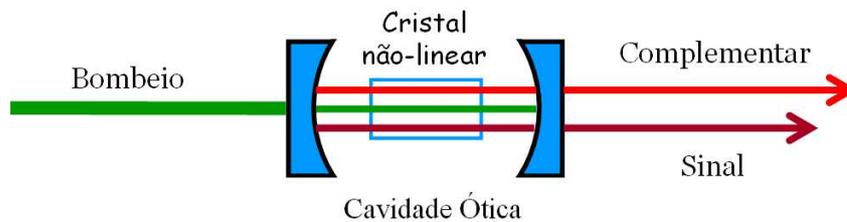


Figura 3.1: Esquema de um OPO. A conversão paramétrica de fótons do bombeio em fótons de sinal e complementar é realizada via um cristal não-linear disposto numa cavidade ótica.

fonte de luz suficientemente intensa, o cristal gera pares de fótons, nos chamados modos sinal e complementar, em frequências (ω_1 e ω_2) próximas da metade da frequência do campo incidente (ω_0). Mais precisamente, via conservação de energia,

$$\omega_0 = \omega_1 + \omega_2. \quad (3.0.1)$$

Os fótons que são espontaneamente emitidos pelo cristal inicialmente são parcialmente refletidos pela cavidade e levam a um processo de emissão estimulada. Quando a taxa com que este processo ocorre (ganho) é superior às perdas totais, produzem-se feixes sinal e complementar intensos. Esta situação é conhecida como *operação acima do limiar de oscilação* e é a considerada nesta tese.

O primeiro OPO foi produzido somente cinco anos após a invenção da laser, sendo uma consequência direta da exploração de efeitos não-lineares [Giordmaine 1965]. Já em 1970, a análise dos fótons emitidos via conversão paramétrica mostrou haver coincidência temporal e espacial entre as detecções de fotocontagem [Burnham 1970, Friberg 1985], indicando a presença de propriedades não clássicas neste sistema.

Posteriormente, a correlação quântica entre as quadraturas amplitude dos feixes convertidos gerados no OPO ($\delta p_1 - \delta p_2 = 0$) foi medida tanto abaixo [Wu 1986], quanto

acima [Heidmann 1987] do limiar de oscilação. Dado o alto grau de compressão obtido (maior que 50%), estes feixes foram nomeados pelo termo “feixes gêmeos”. A correlação de intensidades pode ser facilmente entendida analisando o processo paramétrico do ponto de vista microscópico: um dado fóton do feixe de bombeio cria exatamente um fóton em sinal e outro em complementar, levando portanto a uma correlação perfeita entre o número de fótons dos últimos.

Subsequentemente, mostrou-se que além de correlação de intensidade os feixes gêmeos também teriam forte anticorrelação de fase [Reid 1988]. Mais uma vez, analisando a equação (3.0.1), temos a seguinte expressão para a flutuação de frequência

$$\delta\omega_0 = \delta\omega_1 + \delta\omega_2, \quad (3.0.2)$$

que pode ser relacionada a uma flutuação de fase. Isto mostra que a soma das fases dos gêmeos flutua de modo conjunto à flutuação do bombeio. Desta forma, temos um par de variáveis (quadraturas amplitude, \hat{p}_1 e \hat{p}_2 , e fase, \hat{q}_1 e \hat{q}_2) que se comporta exatamente como as variáveis de posição e momento do paradoxo EPR. Este resultado foi demonstrado experimentalmente em um OPO degenerado ($\omega_1 = \omega_2$) abaixo do limiar [Ou 1992] e constituiu a primeira realização de um estado emaranhado em variáveis contínuas (CV). Neste experimento, as quadraturas dos campos sinal e complementar foram medidas via detecções homodinas individuais, e o emaranhamento foi comprovado utilizando o método de variâncias inferidas mencionado no último capítulo. O primeiro experimento de teletransporte em CV utilizou um estado emaranhado como este [Furusawa 1998].

Posteriormente mostrou-se [Schori 2002] resultado análogo em um OPO *não-degenerado* também abaixo do limiar; neste caso a ressonância da cavidade do OPO foi ativamente controlada de modo a gerar, a cada realização, sinal e complementar com frequências previamente definidas, possibilitando o uso de oscilador local na medida das quadraturas.

Acima do limiar, o OPO deixa de ser apenas um amplificador passivo passando a apresentar uma dinâmica mais rica. Devido a uma série de problemas técnicos, que ficarão claros ao longo da tese, a observação de emaranhamento no OPO, nesta condição de operação, levou vários anos para acontecer.

Somente recentemente foram medidas as correlações de fase entre os feixes gêmeos acima do limiar, o que foi realizado tanto com o OPO não-degenerado, quanto degenerado. No primeiro caso, nosso grupo [Villar 2005] empregou a técnica de rotação de elipse de ruído via cavidades óticas para ter acesso às quadraturas de sinal e complementar; no trabalho [Su 2006] foi utilizado um interferômetro de Mach-Zehnder desbalanceado com o mesmo intuito; em [Jing 2006] empregou-se uma técnica eficiente de travamento de frequência e estabilização do OPO. No segundo caso, uma vez que se tenha feixes degenerados, o uso de detecção homodina habitual com oscilador local intenso é direto. A degenerescência pode ser obtida empregando uma lâmina de quarto de onda no interior da cavidade [Laurat 2005a].

3.1. DESCRIÇÃO TEÓRICA DO OPO

Existe uma diferença importante entre um OPO acima e abaixo do limiar. Conforme já mencionado, acima do limiar os feixes gêmeos possuem uma portadora central intensa. Isto leva a um efeito de retro-alimentação em que fótons de sinal, na frequência ω_1 (ou $\omega_1 \pm \Omega$) e complementar, na frequência $\omega_2 \pm \Omega$ (ou ω_2), são aniquilados gerando um fóton no bombeio, na frequência $\omega_0 \pm \Omega$. Estes fótons, que populam as bandas laterais do feixe de bombeio, possuem então correlações quânticas com fótons dos feixes gêmeos. A análise teórica detalhada desta questão levou nosso grupo a prever a existência de emaranhamento tripartite neste sistema [Villar 2006]. Existem ainda outras propostas de produção de emaranhamento multipartite no OPO, mas através das chamadas não-linearidades “convergentes” [Pfister 2004, Bradley 2005] que, no entanto, não são muito fáceis de realizar experimentalmente [Pooser 2005].

Por fim, vale mencionar que o OPO é um sistema amplamente utilizado para geração de luz não-clássica. Através da subtração de fótons de um estado de vácuo comprimido, gerou-se estados de Fock de um único fóton, superposições com números ímpares de fótons e pequenos “gatos” de Schrödinger óticos [Neergaard-Nielsen 2006, Wakui 2007, Ourjoumtsev 2007]. Além disto, tem-se mostrado uma importante ferramenta na realização experimental de diversos protocolos de informação quântica, tais como codificação densa de informação (*dense coding*) [Li X. 2002], teletransporte [Furusawa 1998], teletransporte em uma rede (*network*) composta de três partes [Yonezawa 2004] e teletransporte de emaranhamento (*entanglement swapping*) [Jia 2004].

Neste capítulo apresentaremos as principais equações que descrevem a evolução quântica dos feixes envolvidos no processo paramétrico. Com estas equações aplicaremos os critérios de emaranhamento vistos anteriormente, mostrando rapidamente que o OPO apresenta emaranhamento bipartite e descrevendo em maior detalhe a previsão de emaranhamento tripartite. O uso do critério de positividade sob transposição parcial não foi empregado nos trabalhos citados anteriormente, sendo uma ferramenta de análise adicional incluída nesta tese.

3.1 Descrição teórica do OPO

Conforme mencionado, o feixe de bombeio se acopla aos feixes gêmeos através de uma não-linearidade do tipo $\chi^{(2)}$ (desconsiderando termos não-lineares de ordem mais alta). Este processo é dado pela seguinte hamiltoniana de interação [Walls e Milburn 1995]

$$\hat{H}_I = 2i\hbar \frac{\chi}{\tau} (\hat{a}_0^\dagger \hat{a}_1 \hat{a}_2 - \hat{a}_0 \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger). \quad (3.1.1)$$

em que \hat{a}_j e \hat{a}_j^\dagger são os operadores de aniquilação e criação do modo $j \in \{0, 1, 2\}$, correspondendo respectivamente aos feixes bombeio, sinal e complementar. O inverso do tempo τ corresponde ao intervalo espectral livre da cavidade do OPO e a constante χ fornece o acoplamento entre os feixes. Além disto, temos também as seguintes hamiltonianas de

cada modo individual

$$\hat{H}_j = \hbar \frac{2\gamma'_j}{\tau} \Delta_j \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j, \quad (3.1.2)$$

cuja forma é a de um oscilador harmônico. A constante $\Delta_j = (\omega_j - \omega_{cj})/\delta\omega_{cj}$ representa a dessintonia entre a frequência de ressonância da cavidade mais próxima da frequência do modo j (em unidades de largura de banda $\delta\omega_{cj}$) e $\gamma'_j = \gamma_j + \mu_j$ corresponde às perdas totais, sendo $2\gamma_j = T_j$ a parte relacionada à transmissão pelo espelho de acoplamento e $2\mu_j$ à perda espúria¹. Por fim, descrevemos o feixe laser de bombeio incidente na cavidade por uma amplitude clássica α_0^{in} que está relacionada ao campo intracavidade através da hamiltoniana de acoplamento

$$\hat{H}_{\text{in}} = i\hbar \frac{\sqrt{2\gamma_0}}{\tau} \alpha_0^{\text{in}} (\hat{a}_0 - \hat{a}_0^\dagger). \quad (3.1.3)$$

A evolução do sistema, descrito via o operador de densidade $\hat{\rho}$, é obtida utilizando a equação de Heisenberg

$$i\hbar \frac{d}{dt} \hat{\rho} = [(\hat{H}_0 + \hat{H}_1 + \hat{H}_2 + \hat{H}_I + \hat{H}_{\text{in}}), \hat{\rho}] + \sum_j \hat{\Lambda}_j \hat{\rho}, \quad (3.1.4)$$

$$\hat{\Lambda}_j \hat{\rho} = \frac{\gamma'_j}{\tau} (2\hat{a}_j \hat{\rho} \hat{a}_j^\dagger - \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j). \quad (3.1.5)$$

em que o operador de Lindblad $\hat{\Lambda}_j$ [Gardiner 1991, Scully e Zubairy 1997] é introduzido para levar em conta o acoplamento do sistema com o ambiente, modelado por um reservatório de infinitos osciladores harmônicos em equilíbrio térmico. Ou seja, através deste operador aparecem os termos de vácuo associados às perdas do sistema.

O procedimento padrão para resolver a equação (3.1.4) consiste em reescrevê-la em termos da função de Wigner (ou outra função de quase-probabilidade) que é então reconhecida como sendo uma equação de Fokker-Planck. Esta por sua vez é escrita em termos das amplitudes complexas α_j levando a uma equação de Langevin. Estes cálculos estão descritos em várias referências [Reynaud 1989, Fabre 1990, Villar 2004a], inclusive teses de doutorado realizadas no grupo [Martinelli 2002, Villar 2007b]. Devido ao fato que as frequências de sinal e complementar são aproximadamente iguais ($\omega_1 \approx \omega_2$), podemos considerar $\gamma_1 = \gamma_2 \equiv \gamma$. Além disto, vamos assumir mesmas perdas espúrias, implicando em $\gamma'_1 = \gamma'_2 \equiv \gamma'$ e $\delta\omega_{c1} = \delta\omega_{c2} \equiv \delta\omega$. Obtemos então o seguinte conjunto de equações para as amplitudes complexas intracavidade

$$\tau \frac{d}{dt} \alpha_0 = -\gamma'_0 (1 - i\Delta_0) \alpha_0 - 2\chi \alpha_1 \alpha_2 + \sqrt{2\gamma_0} \alpha_0^{\text{in}} + \sqrt{2\mu_0} \delta v_0, \quad (3.1.6)$$

$$\tau \frac{d}{dt} \alpha_1 = -\gamma' (1 - i\Delta) \alpha_1 + 2\chi \alpha_0 \alpha_2^* + \sqrt{2\gamma} \delta u_1 + \sqrt{2\mu} \delta v_1, \quad (3.1.7)$$

$$\tau \frac{d}{dt} \alpha_2 = -\gamma' (1 - i\Delta) \alpha_2 + 2\chi \alpha_0 \alpha_1^* + \sqrt{2\gamma} \delta u_2 + \sqrt{2\mu} \delta v_2, \quad (3.1.8)$$

¹Denominamos por *perda espúria* o processo de espalhamento ou absorção de luz relacionado à imperfeições óticas dos espelhos da cavidade do OPO e cristal. Estas perdas são bem caracterizadas e têm valor conhecido.

3.1. DESCRIÇÃO TEÓRICA DO OPO

em que os termos δu_j e δv_j correspondem a flutuações do vácuo que se acoplam ao sistema, respectivamente, pela transmissão “legítima” dos espelhos da cavidade (no caso do bombeio, δu_0 dá lugar à amplitude do feixe laser de entrada α_0^{in}) e através das perdas espúrias.

Procedemos reescrevendo estas amplitudes em termos de seu valor estacionário mais uma flutuação

$$\alpha_j(t) = \alpha_j + \delta\alpha_j(t), \quad \alpha_j = \langle \alpha_j(t) \rangle = p_j e^{i\varphi_j}, \quad (3.1.9)$$

em que as fases φ_j são definidas com relação ao feixe de bombeio externo, escolhido como real ($\varphi_0^{\text{in}} = 0$).

Solução Estacionária: Os valores estacionários são encontrados tomando a média temporal das equações (3.1.6–3.1.8). Verifica-se, após uma álgebra simples, a seguinte relação entre a fase do bombeio e a soma das fases dos feixes gêmeos ($\varphi_+ \equiv \varphi_1 + \varphi_2$)

$$2\chi e^{i(\varphi_0 - \varphi_+)} = \frac{\gamma'}{p_0}(1 - i\Delta), \quad (3.1.10)$$

que será usada adiante para eliminar a constante χ . Além disto, para o OPO acima da potência limiar de oscilação ($\alpha_1, \alpha_2 \neq 0$), obtemos a amplitude intracavidade do bombeio

$$p_0^2 = \frac{\gamma'^2}{4\chi^2}(1 + \Delta^2), \quad (3.1.11)$$

que mostra ser independente da potência do feixe de entrada. Após uma certa álgebra encontramos a intensidade intracavidade dos feixes gêmeos (p^2)

$$p^2 = \sqrt{\frac{2\gamma_0}{4\chi^2} p_0^{\text{in}^2} - \left[\frac{\gamma'_0 \gamma'}{4\chi^2} (\Delta_0 + \Delta) \right]^2} - \frac{\gamma'_0 \gamma'}{4\chi^2} (1 - \Delta_0 \Delta), \quad (3.1.12)$$

cujos mínimo, em função de $p_0^{\text{in}^2}$ e das dessintonias, fornece a potência de limiar

$$P_{\text{lim}} = \frac{\gamma'^2 \gamma'^2}{8\gamma_0 \chi^2}. \quad (3.1.13)$$

Em termos desta, obtêm-se as seguintes expressões para as amplitudes intracavidade

$$p^2 = \frac{2\gamma_0}{\gamma'_0 \gamma'} P_{\text{lim}} \left[\sqrt{\sigma - (\Delta_0 + \Delta)^2} - (1 - \Delta_0 \Delta) \right], \quad (3.1.14)$$

$$p_0^2 = \frac{2\gamma_0}{\gamma'^2} P_{\text{lim}} (1 + \Delta^2), \quad (3.1.15)$$

e fase do bombeio

$$e^{i\varphi_0} = (1 + i\Delta_0) \frac{1 + \Delta^2}{\sigma} + \frac{p^2 \gamma'_0 \gamma'}{2\gamma_0 P_{\text{lim}}} \frac{1 - i\Delta}{\sigma(1 + \Delta^2)}, \quad (3.1.16)$$

sendo $\sigma \equiv P_0^{\text{in}}/P_{\text{lim}}$ a razão entre a potência de bombeio e a de limiar. Quando $\Delta = \Delta_0 = 0$ a fase φ_0 é nula, já que o lado direito da equação (3.1.16) fica puramente real, o que também implica em $\varphi_+ = 0$ dada a relação (3.1.10).

Flutuações Quânticas: Com relação à solução do problema em termos das flutuações, que têm amplitude muito menor que o valor médio do campo, é comum adotar o procedimento de linearização, que consiste em desprezar termos que envolvam o produto de flutuações nas equações (3.1.6)–(3.1.8).

Apesar de existir uma equação que defina a soma das fases dos feixes gêmeos φ_+ , o análogo para sua diferença φ_- não é bem definido. De fato, os feixes sinal e complementar sofrem uma *difusão de fases* [Reid 1989a], não havendo uma solução estacionária para as amplitudes complexas destes campos, o que também leva a problemas na definição das quadraturas (pois são definidas com relação ao valor médio do campo). Na referência [Villar 2007a] mostramos que, apesar deste processo de difusão, o procedimento de linearização fornece um resultado idêntico ao obtido via uma simulação numérica das equações de evolução na representação P . Além disto, do ponto de vista experimental, em que a escala de tempo de medida é muito mais rápida que a escala de tempo do processo de difusão, esta aproximação teórica é justificável [Villar 2007b]. Adotando a linearização obteremos uma estatística gaussiana para o estado dos feixes gerados no OPO, ou seja, sua caracterização completa se dá pela análise dos elementos de uma matriz de covariância.

Reescrevendo então as equações (3.1.6)–(3.1.8), temos

$$\tau \frac{d}{dt} \delta\alpha_0 = -\gamma'_0(1-i\Delta_0)\delta\alpha_0 - 2\chi p (e^{i\varphi_2}\delta\alpha_1 + e^{i\varphi_1}\delta\alpha_2) + \sqrt{2\gamma_0}\delta\alpha_0^{\text{in}} + \sqrt{2\mu_0}\delta v_0, \quad (3.1.17)$$

$$\tau \frac{d}{dt} \delta\alpha_1 = -\gamma'(1-i\Delta)\delta\alpha_1 + 2\chi(p e^{-i\varphi_2}\delta\alpha_0 + p_0 e^{i\varphi_0}\delta\alpha_2^*) + \sqrt{2\gamma}\delta u_1 + \sqrt{2\mu}\delta v_1, \quad (3.1.18)$$

$$\tau \frac{d}{dt} \delta\alpha_2 = -\gamma'(1-i\Delta)\delta\alpha_2 + 2\chi(p e^{-i\varphi_1}\delta\alpha_0 + p_0 e^{i\varphi_0}\delta\alpha_1^*) + \sqrt{2\gamma}\delta u_2 + \sqrt{2\mu}\delta v_2. \quad (3.1.19)$$

As fases φ_j destas equações podem ser simplificadas substituindo χ segundo a equação (3.1.10) e fazendo a seguinte mudança de variáveis

$$\delta\alpha_j(t) \longrightarrow \delta\check{\alpha}_j(t) e^{i\varphi_j}. \quad (3.1.20)$$

Finalmente, indo para o espaço de frequência ($d/dt \rightarrow i\Omega$), temos

$$i\Omega\tau \delta\check{\alpha}_0 = -\gamma'_0(1-i\Delta_0)\delta\check{\alpha}_0 - \beta\gamma'(1+i\Delta)(\delta\check{\alpha}_1 + \delta\check{\alpha}_2) + \sqrt{2\gamma_0}\delta\alpha_0^{\text{in}} e^{-i\varphi_0} + \sqrt{2\mu_0}\delta v_0, \quad (3.1.21)$$

$$i\Omega\tau \delta\check{\alpha}_1 = -\gamma'(1-i\Delta)\delta\check{\alpha}_1 + \gamma'(1-i\Delta)[\beta\delta\check{\alpha}_0 + \delta\check{\alpha}_2^*(-\Omega)] + \sqrt{2\gamma}\delta u_1 + \sqrt{2\mu}\delta v_1, \quad (3.1.22)$$

$$i\Omega\tau \delta\check{\alpha}_2 = -\gamma'(1-i\Delta)\delta\check{\alpha}_2 + \gamma'(1-i\Delta)[\beta\delta\check{\alpha}_0 + \delta\check{\alpha}_1^*(-\Omega)] + \sqrt{2\gamma}\delta u_2 + \sqrt{2\mu}\delta v_2, \quad (3.1.23)$$

em que os termos δv_j e δu_j podem ser multiplicados por uma fase qualquer, por se tratarem de flutuações do vácuo. Além disto, de agora em diante, sempre que não explicitado o argumento das flutuações, deve-se assumi-lo como igual a Ω . Estas equações podem ser

3.1. DESCRIÇÃO TEÓRICA DO OPO

escritas ainda da seguinte forma matricial,

$$i\Omega'2\gamma' \delta\check{\alpha}(\Omega) = -\mathbb{A} \delta\check{\alpha}(\Omega) + \mathbb{T} \mathbb{F}_{-\varphi} \delta\mathbf{u}(\Omega) + \mathbb{T}_v \delta\mathbf{v}(\Omega), \quad (3.1.24)$$

em que

$$\delta\check{\alpha}(\Omega) = [\delta\check{\alpha}_0(\Omega), \delta\check{\alpha}_0^*(-\Omega), \delta\check{\alpha}_1(\Omega), \delta\check{\alpha}_1^*(-\Omega), \delta\check{\alpha}_2(\Omega), \delta\check{\alpha}_2^*(-\Omega)]^T \quad (3.1.25)$$

e, similarmente, definem-se $\delta\mathbf{u}(\Omega)$ e $\delta\mathbf{v}(\Omega)$, usando $\delta u_0(\Omega) \equiv \delta\alpha_0^{\text{in}}(\Omega)$. Deste modo

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} d_0^* & 0 & \beta d & 0 & \beta d & 0 \\ 0 & d_0 & 0 & \beta d^* & 0 & \beta d^* \\ -\beta d^* & 0 & d^* & 0 & 0 & -d^* \\ 0 & -\beta d & 0 & d & -d & 0 \\ -\beta d^* & 0 & 0 & -d^* & d^* & 0 \\ 0 & -\beta d & -d & 0 & 0 & d \end{pmatrix}, \quad (3.1.26)$$

$$\mathbb{T} = \text{diag}[\sqrt{2\gamma_0}, \sqrt{2\gamma_0}, \sqrt{2\gamma}, \sqrt{2\gamma}, \sqrt{2\gamma}, \sqrt{2\gamma}], \quad (3.1.27)$$

$$\mathbb{T}_v = \text{diag}[\sqrt{2\mu_0}, \sqrt{2\mu_0}, \sqrt{2\mu}, \sqrt{2\mu}, \sqrt{2\mu}, \sqrt{2\mu}], \quad (3.1.28)$$

$$\mathbb{F}_{\varphi} = \text{diag}[e^{-i\varphi_0}, e^{i\varphi_0}, 1, 1, 1, 1], \quad (3.1.29)$$

em que $d_0 \equiv \gamma'_0(1 + i\Delta_0)$, $d \equiv \gamma'(1 + i\Delta)$ e $\Omega' \equiv \Omega/\delta\omega$ é a frequência de análise em unidades de largura de banda da cavidade do OPO ($\delta\omega = 2\gamma'/\tau$). As flutuações dos campos intracavidade são obtidas resolvendo a equação (3.1.24)

$$\delta\check{\alpha}(\Omega) = (i\Omega'2\gamma' + \mathbb{A})^{-1} [\mathbb{T} \mathbb{F}_{-\varphi} \delta\mathbf{u}(\Omega) + \mathbb{T}_v \delta\mathbf{v}(\Omega)]. \quad (3.1.30)$$

O campo que sai da cavidade está relacionado ao campo intracavidade via a seguinte relação

$$[\delta\check{\alpha}_j e^{i\Phi_j}]_{\text{out}} = -\delta\check{\alpha}_j^{\text{in}} e^{i\varphi_j^{\text{in}}} + \sqrt{2\gamma_j} \delta\check{\alpha}_j(t) e^{i\varphi_j}. \quad (3.1.31)$$

Vemos que o campo de bombeio refletido pela cavidade apresenta uma fase diferente da incidente, o que deve ser levado em conta na determinação das quadraturas deste, já que são definidas com relação ao valor estacionário do campo. Com relação aos feixes gêmeos não existe tal preocupação uma vez que os feixes de entrada constituem apenas flutuações do vácuo, o que nos possibilita escolher $\varphi_{1,2}^{\text{in}} = \varphi_{1,2}$, o que implica em ter um referencial de eixos na saída idêntico ao intracavidade.

A relação entre Φ_0 e φ_0 é encontrada resolvendo uma expressão idêntica à acima, exceto que ao invés das flutuações utiliza-se o valor estacionário do campo. Temos os seguintes resultados

$$(p_0^{\text{out}})^2 = (p_0^{\text{in}})^2 + 2\gamma_0 p_0^2 - 2\sqrt{2\gamma_0} p_0^{\text{in}} p_0 \cos(\varphi_0) \quad (3.1.32)$$

$$\text{sen } \Phi_0 = \frac{\sqrt{2\gamma_0} p_0}{p_0^{\text{out}}} \text{sen } \varphi_0, \quad \cos \Phi_0 = \frac{-p_0^{\text{in}} + \sqrt{2\gamma_0} p_0 \cos \varphi_0}{p_0^{\text{out}}}. \quad (3.1.33)$$

No caso em que não há dessintonia a fase φ_0 é nula, resultando em Φ_0 igualmente nula. Com esta simplificação é possível resolver analiticamente o sistema de equações (3.1.21)–(3.1.23), o que será feito adiante.

Feitas estas considerações, reescrevemos a equação (3.1.31) da seguinte forma matricial

$$\delta\check{\alpha}_{\text{out}}(\Omega) = -\mathbb{F}_{-\Phi} \delta\mathbf{u}(\Omega) + \mathbb{T} \mathbb{F}_{\varphi-\Phi} \delta\check{\alpha}(\Omega) \quad (3.1.34)$$

$$\begin{aligned} &= [-\mathbb{F}_{-\Phi} + \mathbb{T} \mathbb{F}_{\varphi-\Phi} (i\Omega'2\gamma' + \mathbb{A})^{-1} \mathbb{T} \mathbb{F}_{-\varphi}] \delta\mathbf{u}(\Omega) \\ &+ [\mathbb{T} \mathbb{F}_{\varphi-\Phi} (i\Omega'2\gamma' + \mathbb{A})^{-1} \mathbb{T}_v] \delta\mathbf{v}(\Omega). \end{aligned} \quad (3.1.35)$$

O espectro de ruído $S_{\text{out}}(\check{\alpha}) = \langle \delta\check{\alpha}_{\text{out}}(\Omega) \delta\check{\alpha}_{\text{out}}^T(-\Omega) \rangle$ pode ser finalmente calculado

$$\begin{aligned} S_{\text{out}}(\check{\alpha}) &= [-\mathbb{F}_{-\Phi} + \mathbb{T} \mathbb{F}_{\varphi-\Phi} (i\Omega'2\gamma' + \mathbb{A})^{-1} \mathbb{T} \mathbb{F}_{-\varphi}] \times S_{\text{in}} \times \\ &\times [-\mathbb{F}_{-\Phi} + \mathbb{F}_{-\varphi} \mathbb{T} (-i\Omega'2\gamma' + \mathbb{A}^T)^{-1} \mathbb{F}_{\varphi-\Phi} \mathbb{T}] + \\ &+ [\mathbb{T} \mathbb{F}_{\varphi-\Phi} (i\Omega'2\gamma' + \mathbb{A})^{-1} \mathbb{T}_v] \times S_v \times [\mathbb{T}_v (-i\Omega'2\gamma' + \mathbb{A}^T)^{-1} \mathbb{F}_{\varphi-\Phi} \mathbb{T}]. \end{aligned} \quad (3.1.36)$$

As matrizes $S_{\text{in}} = \langle \delta\mathbf{u}(\Omega) \delta\mathbf{u}^T(-\Omega) \rangle$ e $S_v = \langle \delta\mathbf{v}(\Omega) \delta\mathbf{v}^T(-\Omega) \rangle$ são facilmente calculadas utilizando as definições de quadratura

$$\delta\alpha_j(\Omega) = \frac{e^{i\varphi_j}}{2} [\delta p_j(\Omega) + i \delta q_j(\Omega)]. \quad (3.1.37)$$

Por exemplo, calculemos o elemento

$$\begin{aligned} S_{\text{in}}^{(1,1)} &= \langle \delta\alpha_0^{\text{in}}(\Omega) \delta(\alpha_0^{\text{in}})^T(-\Omega) \rangle \\ &= \frac{e^{i\varphi_0}}{4} \langle [\delta p_0^{\text{in}}(\Omega) + i \delta q_0^{\text{in}}(\Omega)] [\delta p_0^{\text{in}}(-\Omega) + i \delta q_0^{\text{in}}(-\Omega)] \rangle \\ &= \frac{e^{i\varphi_0}}{4} [S_{p_0}^{\text{in}} - S_{q_0}^{\text{in}}]. \end{aligned} \quad (3.1.38)$$

Fazendo cálculos similares, e lembrando que no caso do vácuo o ruído de quadratura tem valor igual à unidade, obtemos todos os elementos destas matrizes. Deste modo,

$$S_{\text{in}} = \begin{pmatrix} (S_{p_0}^{\text{in}} - S_{q_0}^{\text{in}})/4 & (S_{p_0}^{\text{in}} + S_{q_0}^{\text{in}})/4 \\ (S_{p_0}^{\text{in}} + S_{q_0}^{\text{in}})/4 & (S_{p_0}^{\text{in}} - S_{q_0}^{\text{in}})/4 \end{pmatrix} \bigoplus_{j=1}^2 s_v, \quad S_v = \bigoplus_{j=1}^3 s_v, \quad (3.1.39)$$

$$\text{com } s_v = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.1.40)$$

Ou seja, estas matrizes são compostas de três blocos diagonais: o bloco correspondente à matriz s_v contém a informação sobre o estado de vácuo que se acoplou aos modos de bombeio, sinal e complementar; já o primeiro bloco da matriz S_{in} contém informação sobre o ruído do feixe laser incidente.

A partir da matriz $S_{\text{out}}(\check{\alpha})$ podemos obter os elementos que compõem a matriz de covariância do OPO (V_{OPO}), que será utilizada na aplicação do critério PPT. Utilizaremos

3.1. DESCRIÇÃO TEÓRICA DO OPO

o seguinte ordenamento para os modos dos campos bombeio, sinal e complementar

$$V_{OPO} = \begin{pmatrix} S_{\hat{p}_0} & 0 & C_{\hat{p}_0\hat{p}_1} & 0 & C_{\hat{p}_0\hat{p}_2} & 0 \\ 0 & S_{\hat{q}_0} & 0 & C_{\hat{q}_0\hat{q}_1} & 0 & C_{\hat{q}_0\hat{q}_2} \\ C_{\hat{p}_1\hat{p}_0} & 0 & S_{\hat{p}_1} & 0 & C_{\hat{p}_1\hat{p}_2} & 0 \\ 0 & C_{\hat{q}_1\hat{q}_0} & 0 & S_{\hat{q}_1} & 0 & C_{\hat{q}_1\hat{q}_2} \\ C_{\hat{p}_2\hat{p}_0} & 0 & C_{\hat{p}_2\hat{p}_1} & 0 & S_{\hat{p}_2} & 0 \\ 0 & C_{\hat{q}_2\hat{q}_0} & 0 & C_{\hat{q}_2\hat{q}_1} & 0 & S_{\hat{q}_2} \end{pmatrix}. \quad (3.1.41)$$

Como um exemplo, calculemos os ruídos de amplitude $S_{\hat{p}_j}$. Através da relação (3.1.37) entre a flutuação $\delta\alpha_j(\Omega)$ e as flutuações de quadratura, mais a definição de $\delta\check{\alpha}_j$ (3.1.20), temos a seguinte expressão genérica

$$\begin{aligned} S_{\hat{p}_j} &= \langle \delta p_j(\Omega) \delta p_j(-\Omega) \rangle \\ &= \langle \delta\check{\alpha}_j(\Omega) \delta\check{\alpha}_j(-\Omega) \rangle + \langle \delta\check{\alpha}_j(\Omega) \delta\check{\alpha}_j^*(\Omega) \rangle + \langle \delta\check{\alpha}_j^*(-\Omega) \delta\check{\alpha}_j(-\Omega) \rangle + \langle \delta\check{\alpha}_j^*(-\Omega) \delta\check{\alpha}_j^*(\Omega) \rangle, \end{aligned} \quad (3.1.42)$$

cujos termos correspondem aos elementos do bloco (2×2) na diagonal da matriz $S_{\text{out}}(\check{\alpha})$. Estes blocos são *ilustrados* na expressão (3.1.43) através dos retângulos vermelhos, cuja inscrição mostra os elementos da *matriz de covariância* a eles relacionados. Por exemplo, o primeiro bloco (parte superior à esquerda), indica que para calcular o ruído $S_{\hat{p}_0}$ (e $S_{\hat{q}_0}$) deve-se considerar a soma dos elementos $[1,1]$, $[1,2]$, $[2,1]$ e $[2,2]$ da matriz $S_{\text{out}}(\check{\alpha})$. Os demais ruídos são calculados de forma similar. Os ruídos de fase S_{q_j} são dados pela mesma soma de quatro termos da equação (3.1.42), exceto que o sinal do primeiro e último termo [os que estão na diagonal do bloco (2×2)] fica negativo. A mesma troca de sinal ocorre quando se analisa as correlações de fase, dadas pela soma dos termos no bloco (2×2) fora da diagonal da matriz $S_{\text{out}}(\check{\alpha})$. Com isto o problema de encontrar os espectros de ruído dos feixes que saem do OPO fica resolvido.

$$S_{\text{out}}(\check{\alpha}) = \begin{pmatrix} \begin{matrix} \circ S_{\hat{p}_0} \\ \circ S_{\hat{q}_0} \end{matrix} & \begin{matrix} \circ C_{\hat{p}_0\hat{p}_1} \\ \circ C_{\hat{q}_0\hat{q}_1} \end{matrix} & \begin{matrix} \circ C_{\hat{p}_0\hat{p}_2} \\ \circ C_{\hat{q}_0\hat{q}_2} \end{matrix} \\ & \begin{matrix} \circ S_{\hat{p}_1} \\ \circ S_{\hat{q}_1} \end{matrix} & \begin{matrix} \circ C_{\hat{p}_1\hat{p}_2} \\ \circ C_{\hat{q}_1\hat{q}_2} \end{matrix} \\ & & \begin{matrix} \circ S_{\hat{p}_2} \\ \circ S_{\hat{q}_2} \end{matrix} \end{pmatrix}. \quad (3.1.43)$$

Solução Analítica: No entanto, podemos ainda ganhar um pouco mais de intuição sobre o sistema analisando as equações (3.1.21)–(3.1.23) no espaço da soma e subtração dos feixes gêmeos,

$$\delta\check{\alpha}_{\pm} = \frac{\delta\check{\alpha}_1 \pm \delta\check{\alpha}_2}{\sqrt{2}}. \quad (3.1.44)$$

As equações (3.1.21)–(3.1.23) são reescritas do seguinte modo

$$i\Omega\tau \delta\check{\alpha}_- = -\gamma'(1-i\Delta) [\delta\check{\alpha}_- + \delta\check{\alpha}_-^*(-\Omega)] + \sqrt{2\gamma} \delta u_- + \sqrt{2\mu} \delta v_-, \quad (3.1.45)$$

$$\begin{aligned} i\Omega\tau \delta\check{\alpha}_+ &= -\gamma'(1-i\Delta) [\delta\check{\alpha}_+ - \delta\check{\alpha}_+^*(-\Omega)] + \sqrt{2\gamma'} \beta (1-i\Delta) \delta\check{\alpha}_0 + \\ &= +\sqrt{2\gamma} \delta u_+ + \sqrt{2\mu} \delta v_+, \end{aligned} \quad (3.1.46)$$

$$\begin{aligned} i\Omega\tau \delta\check{\alpha}_0 &= -\sqrt{2}\beta\gamma'(1+i\Delta) \delta\check{\alpha}_+ - \gamma'_0(1-i\Delta_0) \delta\check{\alpha}_0 + \\ &= +\sqrt{2\gamma_0} \delta\alpha_0^{\text{in}} e^{-i\varphi_0} + \sqrt{2\mu_0} \delta v_0. \end{aligned} \quad (3.1.47)$$

Destas equações vemos que o espaço da subtração se desaclopa dos demais, sendo resolvido de modo mais simples. A equação (3.1.45) pode ser escrita em termos das flutuações de quadratura (veja que o termo entre colchetes é exatamente igual a δp_-), bastando tomar as partes real e imaginária para separar amplitude de fase

$$\delta p_-(\Omega) = \frac{1}{2\gamma'(1+i\Omega')} (\sqrt{2\gamma} \delta u_{p_-}(\Omega) + \sqrt{2\mu} \delta v_{p_-}(\Omega)), \quad (3.1.48)$$

$$\begin{aligned} \delta q_-(\Omega) &= i \frac{1}{2\gamma'\Omega'} \left[\frac{\Delta}{1+i\Omega'} (\sqrt{2\gamma} \delta u_{p_-}(\Omega) + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{2\mu} \delta v_{p_-}(\Omega)) + \sqrt{2\gamma} \delta u_{q_-}(\Omega) + \sqrt{2\mu} \delta v_{q_-}(\Omega) \right]. \end{aligned} \quad (3.1.49)$$

As flutuações do campo fora da cavidade são obtidas usando novamente a equação (3.1.31)

$$\delta p_-^{\text{out}}(\Omega) = \left(-1 + \frac{\gamma/\gamma'}{1+i\Omega'} \right) \delta u_{p_-}(\Omega) + \frac{\sqrt{\gamma\mu}}{\gamma'(1+i\Omega')} \delta v_{p_-}(\Omega) \quad (3.1.50)$$

$$\begin{aligned} \delta q_-^{\text{out}}(\Omega) &= i \frac{\Delta}{\gamma'\Omega'(1-i\Omega')} [\gamma \delta u_{p_-}(\Omega) + \sqrt{\gamma\mu} \delta v_{p_-}(\Omega)] + \\ &\quad + \left(-1 - i \frac{\gamma/\gamma'}{\Omega'} \right) \delta u_{q_-}(\Omega) + i \frac{\sqrt{\gamma\mu}}{\gamma'\Omega'} \delta v_{q_-}(\Omega), \end{aligned} \quad (3.1.51)$$

cujos resultados nos fornece o seguinte espectro de ruído

$$S_{\hat{p}_-} = 1 - \frac{\gamma/\gamma'}{1+\Omega'^2}, \quad (3.1.52)$$

$$S_{\hat{q}_-} = 1 + \frac{\gamma/\gamma'}{\Omega'^2} \left(1 + \frac{\Delta^2}{1+\Omega'^2} \right). \quad (3.1.53)$$

Esta expressão nos permite ver claramente que a correlação de intensidade entre os feixes gêmeos é bastante robusta. De fato, $S_{\hat{p}_-}$ apresenta compressão de ruído independente da potência de bombeio σ . Além disto, a compressão ocorre em qualquer frequência de análise, sendo que vai se aproximando de um campo coerente na medida que se analisa em frequências muito maiores que a largura de banda da cavidade do OPO (figura 3.2, círculos). Isto ocorre porque esta escala de tempo é muito inferior ao tempo de vida do fóton na cavidade, possibilitando que um fóton seja detetado em um feixe mas não no outro. No caso ideal em que não há perdas espúrias ($\gamma' = \gamma$) seria possível obter uma correlação perfeita $S_{\hat{p}_-} = 0$ (em $\Omega = 0$), já que não se perde nenhum fóton.

3.1. DESCRIÇÃO TEÓRICA DO OPO

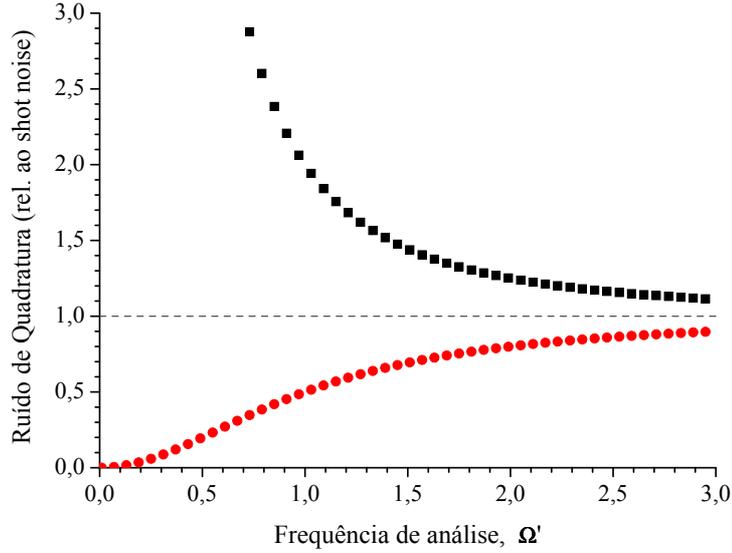


Figura 3.2: Espectros de ruído, no espaço da subtração dos feixes gêmeos, das quadraturas amplitude $S_{\hat{p}_-}$ (círculos) e fase $S_{\hat{q}_-}$ (quadrados). As perdas espúrias foram consideradas nulas $\gamma' = \gamma$.

Quanto ao comportamento de $S_{\hat{q}_-}$, vemos excesso de ruído, uma vez que o princípio de incerteza de Heisenberg deve ser respeitado. Novamente, no caso ideal em que $\gamma' = \gamma$ e se tivermos dessintonia nula, este ruído é exatamente o inverso do ruído de amplitude, mostrando que este subespaço está em um estado de incerteza mínima². O comportamento de $S_{\hat{q}_-}$ em função da frequência de análise é mostrado na figura 3.2 (quadrados).

No caso *especial* em que as dessintonias dos campos são nulas ($\Delta = \Delta_0 = 0$), também é possível encontrar uma solução analítica para os demais subespaços. Deste modo, temos as seguintes flutuações para os campos de saída

$$\delta p_+^{\text{out}}(\Omega) = \kappa_p \delta p_0^{\text{in}} + \sqrt{\mu_0/\gamma_0} \kappa_p \delta v_{p_0} + (2\gamma\xi_p - 1) \delta u_{p_+} + 2\sqrt{\gamma\mu} \xi_p \delta v_{p_+}, \quad (3.1.54)$$

$$\delta q_+^{\text{out}}(\Omega) = \kappa_q \delta q_0^{\text{in}} + \sqrt{\mu_0/\gamma_0} \kappa_q \delta v_{q_0} + (2\gamma\xi_q - 1) \delta u_{q_+} + 2\sqrt{\gamma\mu} \xi_q \delta v_{q_+}, \quad (3.1.55)$$

$$\delta p_0^{\text{out}}(\Omega) = \vartheta_p \delta p_0^{\text{in}} + \sqrt{\mu_0/\gamma_0} (\vartheta_p + 1) \delta v_{p_0} - \kappa_p \delta u_{p_+} - \sqrt{\mu/\gamma} \kappa_p \delta v_{p_+}, \quad (3.1.56)$$

$$\delta q_0^{\text{out}}(\Omega) = \vartheta_q \delta q_0^{\text{in}} + \sqrt{\mu_0/\gamma_0} (\vartheta_q + 1) \delta v_{q_0} - \kappa_q \delta u_{q_+} - \sqrt{\mu/\gamma} \kappa_q \delta v_{q_+}, \quad (3.1.57)$$

onde foram usadas as definições

$$\xi_p = 2i\gamma'\Omega' + \frac{2\gamma'^2\beta^2}{\gamma'_0 + 2i\gamma'\Omega'}, \quad (3.1.58)$$

$$\xi_q = 2\gamma' + \xi_p, \quad (3.1.59)$$

$$\kappa_{p,q} = \frac{2\sqrt{2}\gamma'\beta\sqrt{\gamma_0\gamma}}{\gamma'_0 + 2i\gamma'\Omega'} (\xi_{p,q})^{-1}, \quad (3.1.60)$$

$$\vartheta_{p,q} = -1 + \frac{2\gamma_0}{\gamma'_0 + 2i\gamma'\Omega'} \left[1 - \sqrt{2\gamma_0\gamma} \gamma' \beta \kappa_{p,q} \right]. \quad (3.1.61)$$

²Enfatizamos que estas soluções não são válidas no limite em que a frequência de análise $\Omega \rightarrow 0$, uma vez que o processo de difusão de fase torna-se importante.

Mais uma vez, calculamos os espectros de ruído para obter

$$S_{\hat{p}_+} = |\kappa_p|^2 S_{p_0}^{\text{in}} + |2\gamma\xi - 1|^2 + \mu_0/\gamma_0 |\kappa_p|^2 + 4\gamma\mu |\xi|^2, \quad (3.1.62)$$

$$S_{\hat{q}_+} = |\kappa_q|^2 S_{q_0}^{\text{in}} + |2\gamma\zeta - 1|^2 + \mu_0/\gamma_0 |\kappa_q|^2 + 4\gamma\mu |\zeta|^2, \quad (3.1.63)$$

$$S_{\hat{p}_0} = |\vartheta_p|^2 S_{p_0}^{\text{in}} + |\kappa_p|^2 + \mu_0/\gamma_0 |\vartheta_p + 1|^2 + \mu/\gamma |\kappa_p|^2, \quad (3.1.64)$$

$$S_{\hat{q}_0} = |\vartheta_q|^2 S_{q_0}^{\text{in}} + |\kappa_q|^2 + \mu_0/\gamma_0 |\vartheta_q + 1|^2 + \mu/\gamma |\kappa_q|^2. \quad (3.1.65)$$

A figura 3.3 mostra o comportamento de $S_{\hat{q}_+}$ e $S_{\hat{q}_0}$ em função da frequência de análise e

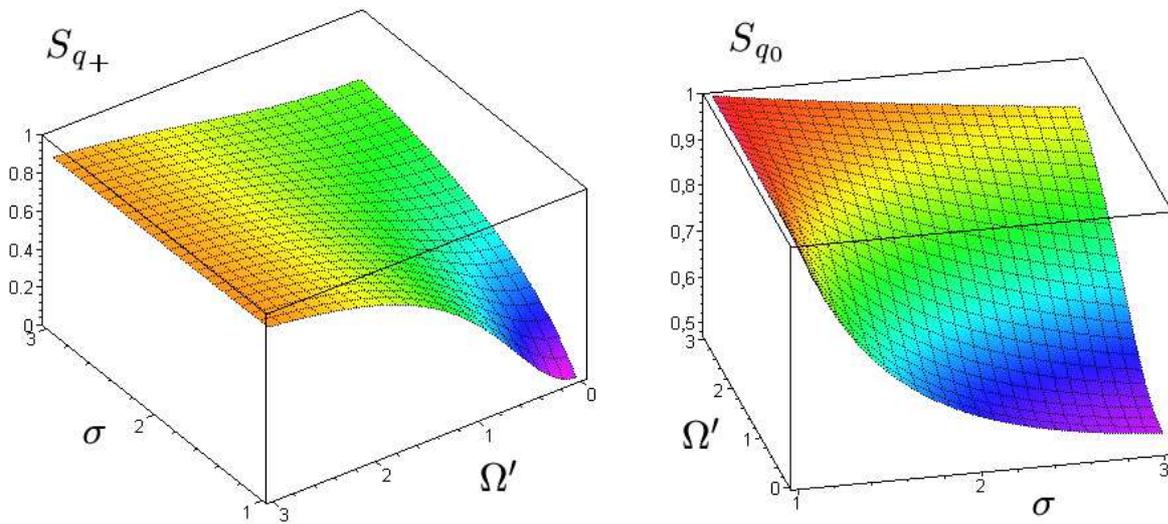


Figura 3.3: Espectros de ruído da quadratura fase para soma dos gêmeos $S_{\hat{q}_+}$ (esquerda) e bombeio $S_{\hat{q}_0}$ (direita) [Atenção: a direção dos eixos não é a mesma nas duas figuras]. As perdas espúrias foram consideradas nulas $\gamma' = \gamma$ e o feixe de bombeio coerente $S_{\hat{p}_0} = S_{\hat{q}_0} = 1$.

potência de bombeio no caso de operação ideal. O ruído de fase do bombeio é igual ao shot-noise quando $\sigma = 1$ e, quando o processo paramétrico se inicia, passa a apresentar compressão, que aumenta conforme σ aumenta. Comportamento oposto ocorre com $S_{\hat{q}_+}$. Ambos têm compressão máxima conforme $\Omega' \rightarrow 0$. Os ruídos das variáveis conjugadas ($S_{\hat{p}_+}$ e $S_{\hat{p}_0}$) obviamente apresentam excesso na mesma região de parâmetros.

A observação experimental de compressão de ruído em $S_{\hat{q}_0}$ é reportada nas referências [Kasai 1997, Zhang K.S. 2001]. Conforme discutimos, esta compressão advém do processo de deamplificação dos gêmeos gerando novamente bombeio (chamado pelos autores de efeito cascata), o que requer campos sinal e complementar intensos.

O comportamento destes ruídos será melhor explorado na próxima seção em que discutiremos questões relativas ao emaranhamento presente no sistema.

3.2 Emaranhamento no OPO

O sistema de três feixes gerados no OPO é, idealmente (sem levar em conta perdas espúrias), um estado puro ³. Sendo assim, por meio de transformações simpléticas ⁴, $S_V \in S_p(6, \mathbb{R})$, a matriz de covariância V_{OPO} deve ser equivalente à matriz que representa o estado de três modos do vácuo independentes (matriz identidade \mathbb{I} de dimensão 6×6)

$$V_{OPO} = S_V \mathbb{I} S_V^T. \quad (3.2.1)$$

Uma maneira de interpretar o OPO é justamente como o sistema físico que realiza a operação S_V , criando ruído quanticamente correlacionado nas bandas laterais de bombeio, sinal e complementar, onde havia antes ruído coerente descorrelacionado. Vejamos como a transformação S_V se escreve em termos das transformações de compressão $[S_q(r)]_j$ (1.3.22) e mistura de feixes $R(\theta)_{(jk)}$ (1.3.19), em que os índices $\{j, k\}$ indicam o subespaço em que a transformação é aplicada.

Sabemos que o subespaço da subtração dos feixes gêmeos se separa do subespaço restante, soma e bombeio. Esta mudança de variáveis $\{0, 1, 2\} \rightarrow \{0, +, -\}$ é feita segundo a rotação

$$V_{(0+-)} = \overbrace{[\mathbb{I}_0 \oplus R(\pi/4)_{(12)}]}^{\mathcal{R}_{(12)}} \cdot V_{(012)} \cdot [\mathbb{I}_0 \oplus R(\pi/4)_{(12)}]^T \quad (3.2.2)$$

$$= \begin{pmatrix} S_{\hat{p}_0} & 0 & C_{\hat{p}_0\hat{p}_+} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_{\hat{q}_0} & 0 & C_{\hat{q}_0\hat{q}_+} & 0 & 0 \\ C_{\hat{p}_+\hat{p}_0} & 0 & S_{\hat{p}_+} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{\hat{q}_+\hat{q}_0} & 0 & S_{\hat{q}_+} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{\hat{p}_-} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{\hat{q}_-} \end{pmatrix}, \quad (3.2.3)$$

em que a correlação de amplitudes é dada por $C_{\hat{p}_0\hat{p}_+} = (C_{\hat{p}_0\hat{p}_1} + C_{\hat{p}_0\hat{p}_2})/\sqrt{2}$ e relação similar para a correlação de fases. Analisando somente o subespaço dos feixes gêmeos, podemos dizer que ele é gerado pela combinação, em um divisor de feixes, dos feixes “soma” e “subtração”. Segundo os resultados vistos na seção anterior, estes “feixes” apresentam compressão de ruído em quadraturas ortogonais ($S_{\hat{q}_+}$ e $S_{\hat{p}_-}$), situação que sabemos levar a emaranhamento nos feixes que saem do divisor (sinal e complementar), conforme discutimos brevemente na seção 1.3.1 e em maior detalhe na seção 2.2.2 ao aplicarmos o critério de Duan *et al.* Esta situação está representada na figura 3.4. Quando

³Veja que, desconsiderando os termos de perdas espúrias, restam somente dois termos de interação do sistema com o vácuo, δu_1 e δu_2 [equações (3.1.6)–(3.1.8)]. Estes termos não levam o sistema a um estado misto. Eles constituem o campo inicial no modo dos feixes convertidos e que propiciam a geração de fótons dada a presença do bombeio.

⁴Estas transformações foram introduzidas na seção 1.3.1.

$\sigma \rightarrow 1$, tem-se $S_{\hat{q}_+} \rightarrow S_{\hat{p}_-}$, levando a um estado comprimido de dois vácuos. De fato, este é exatamente o estado produzido por um OPO operando abaixo do limiar [Wu 1986]. No experimento descrito em [Villar 2005] medimos compressão de ruído em $S_{\hat{q}_+}$ e $S_{\hat{p}_-}$.

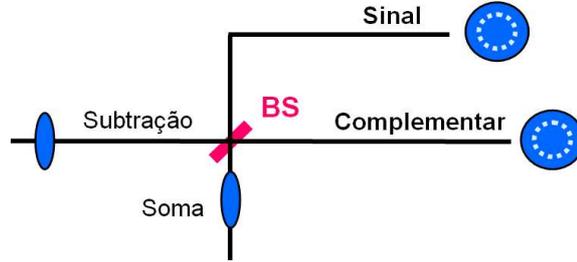


Figura 3.4: Representação esquemática da elipse de ruído dos feixes gêmeos quando analisados no espaço $\{1, 2\}$ e no espaço da soma e subtração $\{+, -\}$, obtido via o uso de um divisor de feixes. Neste último espaço aparece claramente a compressão de ruído em $S_{\hat{q}_+}$ e $S_{\hat{p}_-}$.

atestando o emaranhamento bipartite do sistema.

Retornando à matriz completa $V_{(0+-)}$, vemos que através da aplicação de compressão de ruído individualmente a cada modo $\{0+-\}$, é possível levar o subespaço da subtração no estado do vácuo (I)

$$V_{(vc-vc,I)} = \overbrace{\{[S_q(r_0)] \oplus [S_q(r_+)] \oplus [S_q(r_-)]\}}^{\mathcal{Z}} \cdot V_{0+-} \cdot \{\mathcal{Z}\}^T \quad (3.2.4)$$

$$= \begin{pmatrix} \sqrt{S_{\hat{p}_0} S_{\hat{q}_0}} & 0 & \lambda C_{\hat{p}_0 \hat{p}_+} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{S_{\hat{p}_0} S_{\hat{q}_0}} & 0 & \lambda^{-1} C_{\hat{q}_0 \hat{q}_+} & 0 & 0 \\ \lambda C_{\hat{p}_+ \hat{p}_0} & 0 & \sqrt{S_{\hat{p}_+} S_{\hat{q}_+}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda^{-1} C_{\hat{q}_+ \hat{q}_0} & 0 & \sqrt{S_{\hat{p}_+} S_{\hat{q}_+}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.2.5)$$

em que os parâmetros de compressão (r_j) são escolhidos tais que a operação $[S_q(r_j)]$ gera ruídos igualmente distribuídos nas quadraturas amplitude e fase do modo j . Por exemplo

$$[S_q(r_0)] = \text{diag} \left[\left(\frac{S_{\hat{q}_0}}{S_{\hat{p}_0}} \right)^{1/4}, \left(\frac{S_{\hat{p}_0}}{S_{\hat{q}_0}} \right)^{1/4} \right]. \quad (3.2.6)$$

Além disto, definiu-se

$$\lambda = \left(\frac{S_{\hat{q}_+} S_{\hat{q}_0}}{S_{\hat{p}_+} S_{\hat{p}_0}} \right)^{1/4}. \quad (3.2.7)$$

Pode-se mostrar que os elementos da matriz $V_{(vc-vc,I)}$ satisfazem as seguintes relações,

$$\lambda C_{\hat{p}_0 \hat{p}_+} = -\lambda^{-1} C_{\hat{q}_0 \hat{q}_+} = \sinh(r), \quad (3.2.8)$$

$$\sqrt{S_{\hat{p}_0} S_{\hat{q}_0}} = \sqrt{S_{\hat{p}_+} S_{\hat{q}_+}} = \cosh(r), \quad (3.2.9)$$

3.2. EMARANHAMENTO NO OPO

ou seja, após a aplicação *local* da transformação de compressão, o subespaço $\{0, +\}$ é levado exatamente na matriz que representa o “estado comprimido de dois vácuos”. Este importante resultado *indica* que o feixe “soma” deva ser emaranhado com o bombeio, ou seja, o OPO deve apresentar emaranhamento tripartite.

Finalmente, realizando uma rotação neste subespaço $[R(\pi/4)_{(vc-vc)}]$ chegamos em dois estados de vácuo comprimido independentes, que são levados ao estado coerente via uma posterior aplicação de operações de compressão individuais (\mathcal{Z}_{vc})

$$\mathbb{I} = \overbrace{\{ [Z_{vc} R(\pi/4)_{(vc-vc)}] \oplus \mathbb{I}_I \}}^{\mathcal{Z}_{vc} \mathcal{R}_{(vc-vc)}} \cdot V_{(vc-vc, I)} \cdot \{ \mathcal{Z}_{vc} \mathcal{R}_{(vc-vc)} \}^T \quad (3.2.10)$$

$$Z_{vc} = [S_q(r)]_{vc} \oplus [S_q(r)]_{vc}. \quad (3.2.11)$$

A transformação $S_V = (\mathcal{Z}_{vc} \mathcal{R}_{(vc-vc)} \cdot \mathcal{Z} \cdot \mathcal{R}_{(12)})^{-1}$ está esquematizada na figura 3.5. O

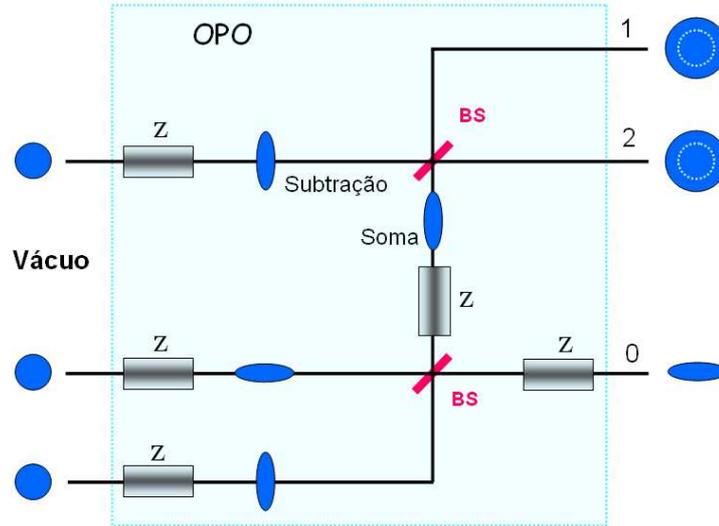


Figura 3.5: Representação esquemática da transformação simplética S_V que leva o estado do vácuo no estado gerado pelo OPO. Os retângulos Z realizam a compressão de uma dada quadratura do feixe que por ele passa. Os ruídos são representados pelos círculos (estado coerente) e elipses azuis e a mistura de feixes é realizada via o divisor BS.

OPO realiza o conjunto de operações que aparecem na área hachurada da figura. A seguir iremos analisar o emaranhamento tripartite aplicando diretamente o critério de P. van Loock *et al.* e de Peres-Simon (PPT).

3.2.1 Aplicação dos critérios de separabilidade

Começemos analisando o critério de soma de variâncias, que garante a presença de emaranhamento num sistema tripartite quando ao menos duas dentre as inequações (2.2.21-2.2.23) são violadas. Estas expressões são reescritas do seguinte modo, em termos das

quadraturas dos feixes gerados no OPO

$$V_0 = \Delta^2 \left(\frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{2}} \right) + \Delta^2 \left(\frac{\hat{q}_1 + \hat{q}_2 - \alpha_0 \hat{q}_0}{\sqrt{2}} \right) \geq 2, \quad (3.2.12)$$

$$V_1 = \Delta^2 \left(\frac{\hat{p}_0 + \hat{p}_2}{\sqrt{2}} \right) + \Delta^2 \left(\frac{\alpha_1 \hat{q}_1 + \hat{q}_2 - \hat{q}_0}{\sqrt{2}} \right) \geq 2, \quad (3.2.13)$$

$$V_2 = \Delta^2 \left(\frac{\hat{p}_0 + \hat{p}_1}{\sqrt{2}} \right) + \Delta^2 \left(\frac{\hat{q}_1 + \alpha_2 \hat{q}_2 - \hat{q}_0}{\sqrt{2}} \right) \geq 2. \quad (3.2.14)$$

Para obter os parâmetros α_j nas somas acima basta diferenciar cada inequação com relação ao respectivo α_j e impor que o resultado seja nulo, uma vez que os α_j as minimizam. Deste modo

$$\alpha_0 = \frac{C_{\hat{q}_0 \hat{q}_1} + C_{\hat{q}_0 \hat{q}_2}}{\Delta^2 \hat{q}_0}, \quad \alpha_1 = \frac{C_{\hat{q}_0 \hat{q}_1} - C_{\hat{q}_1 \hat{q}_2}}{\Delta^2 \hat{q}_1}, \quad \alpha_2 = \frac{C_{\hat{q}_0 \hat{q}_2} - C_{\hat{q}_1 \hat{q}_2}}{\Delta^2 \hat{q}_2}. \quad (3.2.15)$$

Com isto as inequações (3.2.12)–(3.2.14) podem ser reescritas da seguinte forma

$$V_0 = \Delta^2 \left(\frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{2}} \right) + \Delta^2 \left(\frac{\hat{q}_1 + \hat{q}_2}{\sqrt{2}} \right) - \beta_0 \geq 2, \quad (3.2.16)$$

$$V_1 = \Delta^2 \left(\frac{\hat{p}_0 + \hat{p}_2}{\sqrt{2}} \right) + \Delta^2 \left(\frac{\hat{q}_2 - \hat{q}_0}{\sqrt{2}} \right) - \beta_1 \geq 2, \quad (3.2.17)$$

$$V_2 = \Delta^2 \left(\frac{\hat{p}_0 + \hat{p}_1}{\sqrt{2}} \right) + \Delta^2 \left(\frac{\hat{q}_1 - \hat{q}_0}{\sqrt{2}} \right) - \beta_2 \geq 2. \quad (3.2.18)$$

em que os coeficientes β_j correspondem às seguintes correlações

$$\beta_0 = \frac{(C_{\hat{q}_0 \hat{q}_1} + C_{\hat{q}_0 \hat{q}_2})^2}{2 \Delta^2 \hat{q}_0}, \quad \beta_1 = \frac{(C_{\hat{q}_0 \hat{q}_1} - C_{\hat{q}_1 \hat{q}_2})^2}{2 \Delta^2 \hat{q}_1}, \quad \beta_2 = \frac{(C_{\hat{q}_0 \hat{q}_2} - C_{\hat{q}_1 \hat{q}_2})^2}{2 \Delta^2 \hat{q}_2}. \quad (3.2.19)$$

Comparando com o critério bipartite DGCZ, vemos que cada uma destas inequações consiste em averiguar o emaranhamento entre dois feixes, dada a soma e subtração de ruídos em quadraturas ortogonais nos dois termos entre parênteses, menos o termo β_j . É justamente este último termo que leva em conta possíveis correlações com o feixe restante, ou seja, através dele é utilizada a informação quântica que se tem sobre o sistema global.

Para manter clara a distinção entre ruído medido e ruído calculado, vamos reescrever as desigualdades utilizando a convenção de que o símbolo “ Δ^2 ” será usado no primeiro caso e “ S ” no último (conforme feito nos cálculos do ruído no OPO), então

$$V_0 = S_{\hat{p}_{12}^-} + S_{\hat{q}_{12}^+} - \beta_0 \geq 2, \quad (3.2.20)$$

$$V_1 = S_{\hat{p}_{02}^+} + S_{\hat{q}_{02}^-} - \beta_1 \geq 2, \quad (3.2.21)$$

$$V_2 = S_{\hat{p}_{01}^+} + S_{\hat{q}_{01}^-} - \beta_2 \geq 2, \quad (3.2.22)$$

em que foram definidos

$$\hat{p}_{jk}^\pm = \frac{\hat{p}_j \pm \hat{p}_k}{\sqrt{2}}, \quad \hat{q}_{jk}^\pm = \frac{\hat{q}_j \pm \hat{q}_k}{\sqrt{2}}, \quad \text{com } j, k \in \{0, 1, 2\}, j < k. \quad (3.2.23)$$

3.2. EMARANHAMENTO NO OPO

Do ponto de vista teórico, dada a simetria existente entre os feixes gêmeos, que apresentam ruído idêntico salvo imperfeições experimentais, podemos estudar apenas as inequações V_0 e V_1 . Começemos analisando V_0 . Já sabemos que o OPO apresenta compressão de ruído robusta em $S_{\hat{p}_{12}}^-$ e $S_{\hat{q}_{12}}^+$, no último caso sendo perfeita quando a potência de bombeio σ tende ao limiar de oscilação (figura 3.3). Deste modo, independentemente da correlação β_0 envolvendo o feixe de bombeio, a soma de variâncias V_0 é claramente inferior ao limite 2. No entanto, vejamos o comportamento de $S'_{\hat{q}_{12}}^+ \equiv S_{\hat{q}_{12}}^+ - \beta_0$ e β_0 mostrados na figura 3.6(a). Vemos que, apesar da observada compressão de ruído na soma das fases dos gêmeos, ou

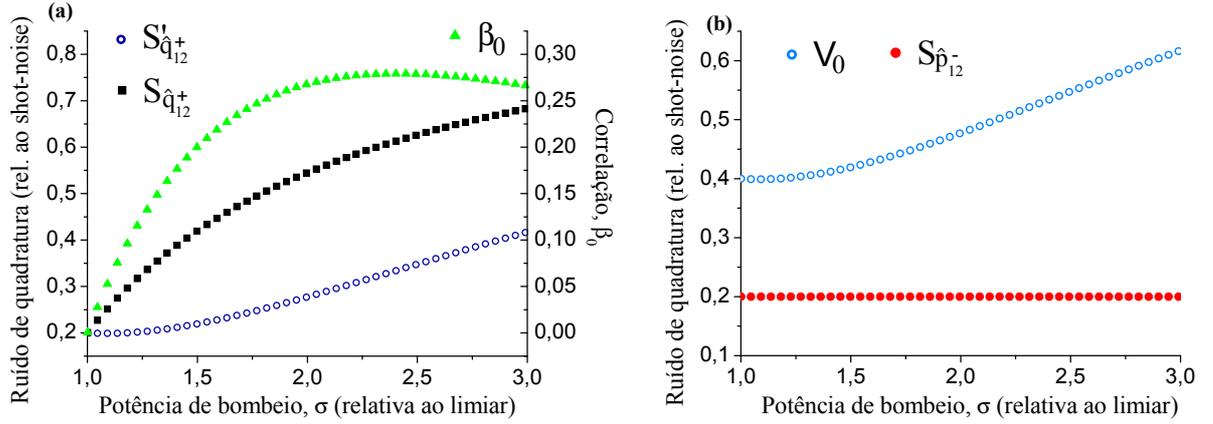


Figura 3.6: Ruídos que entram na definição da primeira desigualdade tripartite V_0 . **(a)** O ruído $S'_{\hat{q}_{12}}^+$ (círculos abertos) mostra a correlação quântica de fase entre os gêmeos e o bombeio quando seu ruído é inferior a $S_{\hat{q}_{12}}^+$ (quadrados) devido à correção β_0 (triângulos). **(b)** Ruído da subtração de amplitudes dos gêmeos $S_{\hat{p}_{12}}^-$ (círculos fechados) e soma das variâncias V_0 (círculos abertos). Utilizamos o valor típico $\Omega = 0,5$ para a frequência de análise.

seja, $S_{\hat{q}_{12}}^+ \leq 1$ (quadrados), a inserção de informação proveniente do bombeio, via a correlação β_0 , leva a um nível ainda inferior de ruído, dado pela curva $S'_{\hat{q}_{12}}^+$ (círculos abertos). Isto mostra que o campo de bombeio possui correlações quânticas de fase com os feixes gêmeos. Esta propriedade em si já é bastante interessante, e foi medida pela primeira vez por nosso grupo [Cassemiro 2007a], conforme veremos em maior detalhe. Por fim, na parte (b) da figura 3.6, mostramos o conhecido ruído na subtração de amplitude dos gêmeos $S_{\hat{p}_{12}}^-$, além do comportamento da soma das variâncias completa V_0 (que em grande parte atesta a não separabilidade dos feixes gêmeos).

Com relação aos termos em V_1 , temos excesso de ruído na subtração das fases de bombeio e complementar ($S_{\hat{q}_{02}}^- \geq 1$), mas ao incluirmos a correção β_1 observamos compressão ($S'_{\hat{q}_{02}}^- \equiv S_{\hat{q}_{02}}^- - \beta_1 \leq 1$), o que é até certo ponto esperado, dada a forte correlação existente entre os gêmeos. Repare que a correção (adição de informação) dada por β_1 [figura 3.7(a)] é cerca de 4 vezes maior que a dada por β_0 . Analisando o ruído da soma de amplitudes $S_{\hat{p}_{02}}^+$ observamos compressão de ruído que atesta uma correlação quântica

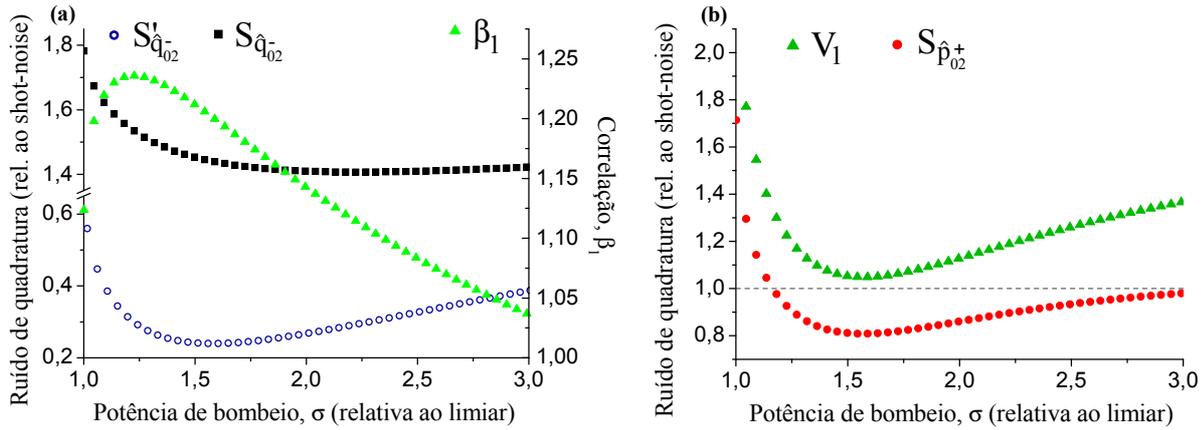


Figura 3.7: Ruídos que entram na definição da segunda desigualdade tripartite V_1 . **(a)** Ruído na combinação de um dos gêmeos e bombeio $S_{\hat{q}_{02}^-}$ (quadrados) e ruído corrigido $S'_{\hat{q}_{02}^-}$ (círculos abertos) via à correção β_1 (triângulos). **(b)** Ruído da soma de amplitudes $S_{\hat{p}_{02}^+}$ (círculos fechados), cuja compressão mostra a correlação quântica de amplitude entre bombeio e um dos gêmeos, e soma das variâncias V_1 (triângulos). Utilizamos o valor típico $\Omega = 0,5$ para a frequência de análise.

entre as amplitudes de bombeio e um dos gêmeos, já que $S_{\hat{p}_0}$ e $S_{\hat{p}_2}$ apresentam excesso. Na figura 3.7(b) mostramos o comportamento de $S_{\hat{p}_{02}^+}$ e de V_1 em função da potência de bombeio σ . Vemos violação da desigualdade (3.2.21) para qualquer valor de σ , sendo que a região mais favorável para evidenciar o emaranhamento tripartite ($V_0 \leq 2$ e $V_1 \leq 2$) ocorre em torno de $\sigma = 1,5$.

Finalmente, podemos nos perguntar sobre as correlações cruzadas do tipo $C_{\hat{q}_j \hat{p}_k}$. Vimos que na situação de dessintonias nulas ($\Delta = \Delta_0 = 0$) o subespaço envolvendo as quadraturas \hat{p} se separa do que envolve \hat{q} , o que nos permitiu encontrar as soluções analíticas (3.1.62)–(3.1.65). No entanto, quando a cavidade do OPO não se encontra nesta situação temos conversão do ruído de amplitude em fase, e vice-versa, analogamente ao efeito visto no método de rotação da elipse de ruído usando cavidades óticas. De modo geral, esta é uma situação a ser evitada experimentalmente, pois complica a compreensão dos dados medidos.

Por outro lado, a dessintonia Δ_0 (com relação ao bombeio) pode ser usada, por exemplo, de modo a se obter acesso parcial à correlação de fase entre gêmeos e bombeio, sem que seja necessária a utilização de uma cavidade de análise adicional para o bombeio. Esta situação é apresentada na figura 3.8.

A correlação $C_{\hat{q}_{12}^+ \hat{p}_0} = [(C_{\hat{p}_0 \hat{q}_1} + C_{\hat{p}_0 \hat{q}_2})]/\sqrt{2}$ corresponde basicamente ao termo entre parênteses na definição de β_0 (3.2.19), exceto que mudamos a quadratura do bombeio de fase para amplitude. Mostramos na figura 3.8 esta correlação normalizada pelo valor de $C_{\hat{q}_{12}^+ \hat{q}_0}$ em dessintonia nula. Conforme esperado $C_{\hat{q}_{12}^+ \hat{p}_0} = 0$ quando as dessintonias são nulas, $\Delta_0 = \Delta = 0$. A máxima conversão de informação da correlação $C_{\hat{q}_{12}^+ \hat{q}_0}$ em $C_{\hat{q}_{12}^+ \hat{p}_0}$

3.2. EMARANHAMENTO NO OPO

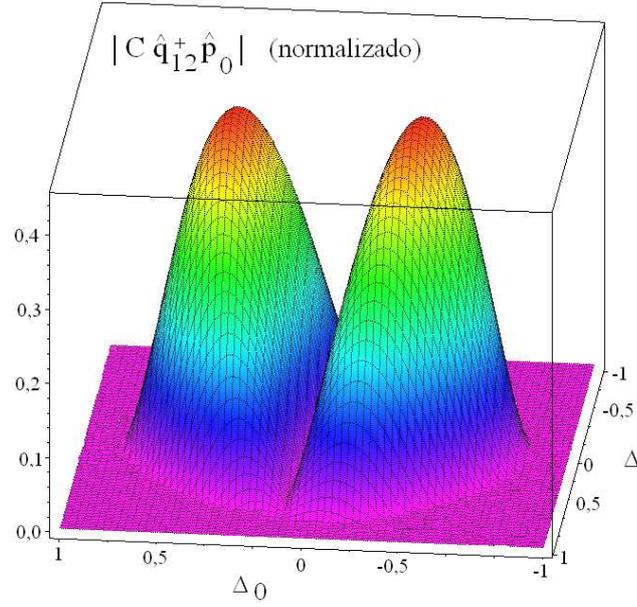


Figura 3.8: Efeito das dessintonias da cavidade do OPO, Δ_0 (com relação ao bombeio) e Δ (com relação aos gêmeos), sobre a correlação $C_{\hat{q}_{12}^+ \hat{p}_0}$ que envolve a quadratura fase dos gêmeos e amplitude do bombeio (mostramos o valor absoluto e normalizado por $C_{\hat{q}_{12}^+ \hat{q}_0}$ em dessintonia nula). Quando $\Delta_0 \approx 0,4$ e $\Delta \approx 0$, temos a máxima conversão, $C_{\hat{q}_{12}^+ \hat{p}_0} / [C_{\hat{q}_{12}^+ \hat{q}_0} (\Delta_0 = \Delta = 0)] \approx 0,45$. Utilizamos o valor típico $\Omega = 0,5$ para a frequência de análise além de fixarmos a potência de bombeio em $\sigma = 1,7$.

ocorre quando $\Delta_0 \approx 0,4$ e $\Delta \approx 0$, que fornece um valor da ordem de $0,45 \times C_{\hat{q}_{12}^+ \hat{q}_0} (\Delta_0 = \Delta = 0)$.

Vale ressaltar que, diferentemente das cavidades de análise, a dessintonia Δ_j no OPO causa a rotação da elipse de ruído não apenas do feixe j como também dos demais dois feixes, dado o acoplamento entre os subespaços $\{+, 0\}$. Esta dessintonia, portanto, altera a própria dinâmica do OPO, o que dificulta a interpretação da conversão entre quadraturas $\hat{q} \rightarrow \hat{p}$ via a visão pictórica de um giro da elipse de ruído de cada feixe. Se o efeito fosse idêntico ao das cavidades de análise, a conversão seria extremamente pequena, visto que a largura de banda do OPO é muito superior à frequência de análise utilizada.

Concluindo, vimos que as combinações de ruído presentes nas desigualdades (3.2.20)–(3.2.22), derivadas segundo o critério de separabilidade de van Loock *et al.*, apresentam compressão numa ampla região experimentalmente acessível, mostrando que um experimento para evidenciar o emaranhamento tripartite do sistema seja bastante plausível.

Vejam agora o que o critério PPT fornece com relação ao nosso sistema⁵. A verificação do emaranhamento via este critério é feita realizando a transposição parcial da matriz de covariância⁶ V_{OPO} . Como nosso sistema consiste de apenas três feixes, a única

⁵Análise análoga, considerando somente os feixes gêmeos, encontra-se em [Laurat 2005b].

⁶Mais precisamente, a transposição parcial, no sentido correto do termo, é realizada no operador de

forma de bipartição que podemos fazer é do tipo (1×2) , ou seja, transposição com relação ao subespaço de cada um dos feixes isoladamente. Sendo assim, estamos na condição em que o critério é não só suficiente como também necessário ⁷.

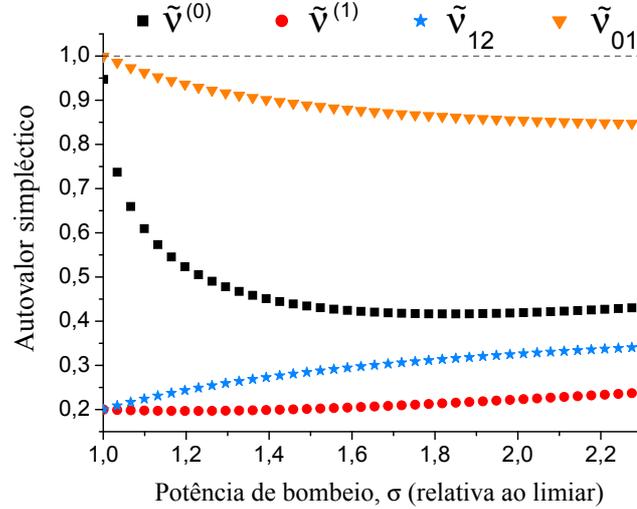


Figura 3.9: Valores do menor autovalor simplético $\tilde{v}^{(j)}$ obtido via a transposição parcial do feixe j da matriz de covariância do OPO. Emaranhamento entre j e o subsistema restante ocorre quando $\tilde{v}^{(j)} < 1$. Transpondo o bombeio, temos $\tilde{v}^{(0)}$ (quadrados) e um dos gêmeos, $\tilde{v}^{(1)}$ (círculos). Analisando o subespaço reduzido dos gêmeos, temos \tilde{v}_{12} (estrelas) e o subespaço de um dos gêmeos mais bombeio fornece \tilde{v}_{01} (triângulos). Utilizamos o valor típico $\Omega = 0,5$ para a frequência de análise.

As matrizes, após transposição parcial com relação ao feixe j , são denotadas por $\tilde{V}^{(j)}$, tendo autovalores simpléticos $\tilde{v}_k^{(j)}$. Como estaremos interessados somente no menor destes autovalores, o índice k faz-se supérfluo. Novamente, dada a simetria existente entre sinal e complementar, iremos calcular apenas $\tilde{v}^{(0)}$ e $\tilde{v}^{(1)} = \tilde{v}^{(2)}$. Para ter emaranhamento tripartite genuíno basta que ambos sejam inferiores a um, conforme equação (2.1.13).

Na figura 3.9 mostramos o comportamento dos menores autovalores simpléticos, $\tilde{v}^{(0)}$ e $\tilde{v}^{(1)}$, em função da potência de bombeio σ . Vemos claramente a presença de emaranhamento. O autovalor $\tilde{v}^{(0)}$ atesta o emaranhamento entre o bombeio e o sistema composto pelos dois gêmeos. Ao nos aproximarmos do limiar, tem-se $\tilde{v}^{(0)} \rightarrow 1$, uma vez que o processo paramétrico que relaciona estes feixes diminui. Esta é uma situação similar à vista na figura 3.7 com relação à soma de variâncias V_1 . Já o autovalor $\tilde{v}^{(1)} \ll 1$ atesta o emaranhamento entre um dos gêmeos e o sistema composto do outro gêmeo mais o densidade que descreve o sistema. No nível da matriz de covariância, esta transformação é equivalente a uma operação de reversão temporal, conforme vimos. Empregaremos aqui o termo “transposição” neste sentido mais amplo, apesar de menos rigoroso.

⁷Além de usarmos bipartições do tipo $(1 \times N)$, o critério só pode ser realmente dito como necessário se o estado gerado pelo OPO for gaussiano. Quanto a isto, veremos na seção 4.4 que temos indícios favoráveis.

3.2. EMARANHAMENTO NO OPO

bombeio, confirmando o fato já sabido de que os feixes gêmeos formam um sistema com alto grau de emaranhamento. De fato, podemos analisar isoladamente o subespaço dos gêmeos $\{1, 2\}$, realizando a operação equivalente ao traço parcial na matriz de densidade, para obtermos o autovalor $\tilde{\nu}_{12} < 1$ (estrelas); como são só dois feixes não precisamos especificar o subespaço que foi transposto, o que simplifica a notação.

Do mesmo modo, podemos investigar o sistema composto de sinal (ou complementar) mais bombeio. Neste caso, obtemos um autovalor simplético inferior à unidade, porém próximo ($\tilde{\nu}_{01} \approx 1$). Isto indica que o emaranhamento tripartite no OPO não consiste apenas em emaranhamentos bipartites compartilhados pelos três feixes mas também, e mais fortemente, em um emaranhamento que só é presente no sistema conjunto. Uma representação pictórica disto é apresentada na figura 3.10.

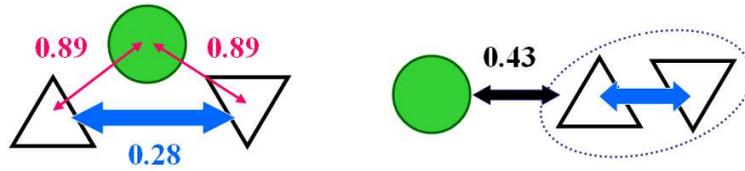


Figura 3.10: Representação pictórica da distribuição do emaranhamento tripartite no OPO. O bombeio é ilustrado pelo círculo verde, sinal e complementar pelos triângulos. Com as flechas indicamos o autovalor simplético que quantifica o emaranhamento entre as partes conectadas, dados na mesma condição da figura 3.9, considerando $\sigma = 1, 5$. Emaranhamento entre cada par de feixes é mostrado à esquerda; à direita, tem-se a estrutura atribuída ao sistema tripartite, mostrando bombeio fortemente emaranhado ao conjunto dos gêmeos, que por sua vez apresentam emaranhamento ainda mais forte.

Todos os autovalores simpléticos diminuem quando a frequência de análise Ω tende a zero, exceto por $\tilde{\nu}_{01}$, que tende a um. Isto se deve ao fato de que, nesta situação, o emaranhamento entre os gêmeos é perfeito $\tilde{\nu}_{12} \rightarrow 0$, levando ao anulamento das correlações que os envolvam individualmente ao bombeio. O mesmo ocorre com o termo de correlação β_0 definido em (3.2.19).

Finalmente, podemos comparar os dois critérios de emaranhamento. Na figura 3.11(a) mostramos juntamente os autovalores simpléticos usados para verificar o emaranhamento tripartite ($\tilde{\nu}^{(0)} < 1$ e $\tilde{\nu}^{(1)} < 1$) e a soma de variâncias que definem as desigualdades de P. van Loock *et al.* ($V_0 < 2$ e $V_1 < 2$), em função da potência de bombeio σ . Vemos claramente um comportamento similar em ambos os pares de variáveis, dando mesma informação com relação às condições que se deve buscar para realização de um experimento.

Até aqui, assumimos que o ruído do feixe de bombeio incidente na cavidade é coerente, o que nem sempre é verdade. Vejamos então como estas variáveis se alteram em função de $S_{q_0}^{\text{in}}$. Esta situação é mostrada na figura 3.11(b), em que foram consideradas as mesmas condições usadas em (a) e fixando a potência de bombeio em $\sigma = 1.15$.

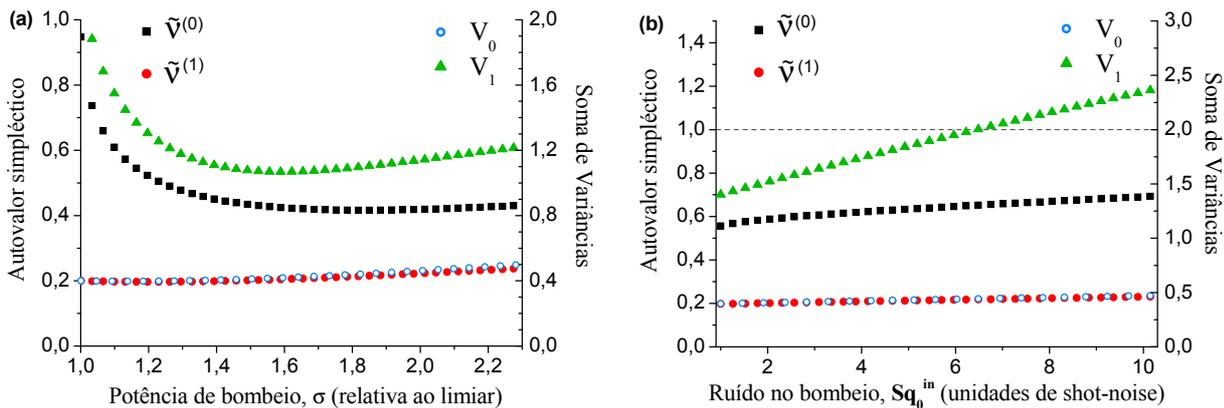


Figura 3.11: Comparação entre os critérios de van Loock *et al.* e PPT, via a soma de variâncias V_0 e V_1 e os autovalores simpléticos $\tilde{v}^{(0)}$ e $\tilde{v}^{(1)}$. **(a)** Em função da potência de bombeio σ e com ruído coerente no bombeio incidente no OPO ($S_{q_0}^{\text{in}} = 1$). **(b)** Em função do ruído no feixe de bombeio para $\sigma = 1, 15$. Em ambos os casos usamos $\Omega = 0, 5$.

Vemos que tanto V_0 , emaranhamento entre gêmeos com correção advinda do bombeio, quanto $\tilde{v}^{(1)}$, emaranhamento entre sinal e “bombeio + complementar” praticamente não variam com relação ao excesso de ruído de entrada. Isto é consequência do fato que os gêmeos possuem um emaranhamento robusto, com $S_{\hat{p}_{12}^-}$ independente de $S_{q_0}^{\text{in}}$ e, apesar de $S_{q_{12}^+}$ variar com o ruído no bombeio, para potências baixas (como a usada aqui) esta variação não é suficiente para eliminar a compressão de ruído existente.

Com relação aos termos $\tilde{v}^{(0)}$ e V_1 , vemos que o primeiro é bem menos sensível ao ruído do bombeio. Menos eufemisticamente, temos que $V_1 > 1$ a partir de $S_{q_0}^{\text{in}} \approx 6, 5$, mostrando que o critério de P. van Loock *et al.* não mais atesta o emaranhamento do sistema (para esta potência de bombeio específica). Lembre que este critério é apenas suficiente para averiguar o emaranhamento, enquanto o outro, no sistema tripartite, é também necessário. Sendo assim, o critério de Peres-Simon mostra-se mais robusto para atestar o emaranhamento. No entanto, do ponto de vista experimental, é um critério menos prático, pois requer o conhecimento e análise da matriz de covariância completa.

Conforme veremos, preparamos o feixe de bombeio do OPO em um estado coerente, de modo que a condição acima exposta é evitada. Priorizamos o uso do critério de P. van Loock *et al.* em nosso experimento, dada a sua simplicidade e o fato de fornecer diretamente, além do emaranhamento, as correlações quânticas de quadratura presentes no sistema. O outro critério foi usado numa análise aprimorada dos dados, feita após termos verificado que o primeiro falhava em evidenciar o predito emaranhamento tripartite.

Vejamos no próximo capítulo a realização prática da idéias aqui discutidas.

Capítulo 4

Medida de Correlações Quânticas

A primeira observação experimental de compressão de ruído foi realizada usando o efeito de mistura de quatro-ondas [Slusher 1985] e constituiu um importante avanço na demonstração das propriedades quânticas da luz. A geração de estados comprimidos possui diversas aplicações [Loudon 1987], tais como melhora na precisão de medidas de espectroscopia [Marin 1997], detecção de ondas gravitacionais [Caves 1981, Banacloche 1987] e processamento de imagens (*Quantum imaging*) [Kolobov 1999, Lugiato 2002], entre outros.

Apesar de tecnologicamente desafiador, é atualmente possível gerar estados com cerca de 10 dB de squeezing [Laurat 2005a, Vahlbruch 2007]. A obtenção de um alto grau de compressão de ruído é fundamental na geração de um estado emaranhado robusto. Este, conforme vimos, é interessante não somente do ponto de vista de exploração dos conceitos de Mecânica Quântica, como também constitui a base de aplicações como computação quântica [Kok 2007], criptografia [Gisin 2002] etc.

Neste capítulo, analisamos experimentalmente as características dos ruídos dos feixes gerados no Oscilador Paramétrico Ótico, operando acima do limiar de oscilação. Realizamos medidas não somente dos feixes gêmeos como também do feixe de bombeio, visando comprovar a existência de emaranhamento tripartite. Observamos correlações quânticas multicolores, que constituem um importante passo neste sentido e identificamos novas estratégias que devem facilitar a observação deste importante estado.

Recentemente, um trabalho bastante similar ao reportado neste capítulo mostrou haver correlações quânticas entre o feixe na frequência fundamental (1064 nm) e seu segundo harmônico (532 nm) gerado por um processo de dobramento de frequência (SHG) [Li Y. 2007]. De fato, correlações quânticas multicolores são um assunto que vem sendo bastante estudado atualmente, dada a possibilidade de interligar sistemas físicos distintos, que funcionam como os nós de uma rede de comunicação quântica, cada qual “operando” em um comprimento de onda ótimo ¹ [Jenkins 2007].

¹Voltaremos a discutir este assunto no capítulo 6

A idéia de produzir estados correlacionados em comprimentos de onda distintos foi discutida e realizada já há algum tempo [Huang 1992]. O esquema proposto por Huang *et al.* realiza uma *conversão quântica de frequência*. Através de um OPA (amplificador paramétrico ótico), bombeado em 532 nm, geram-se feixes gêmeos em 1064 nm. Enviando o feixe sinal para outro OPA, assim como um segundo feixe proveniente de um laser (utilizado como semente), mostra-se que o campo resultante da conversão paramétrica ascendente (em 532 nm) ainda apresenta correlações quânticas com o feixe complementar (em 1064 nm). Nossos resultados mostram que este esquema pode ser bastante simplificado analisando diretamente as correlações com o feixe de bombeio, o que também limita as perdas sofridas pelos campos, entre outros.

As correlações quânticas que observamos podem ainda ser utilizadas, por exemplo, como um modo de aumentar o grau de compressão de ruído nas quadraturas dos feixes gêmeos, via a realimentação de informação obtida em medidas do bombeio [Tapster 1988, Wiseman 1995]. Além disto, fornecem uma maneira operacionalmente estável (relativamente à potência de bombeio do OPO) de gerar emaranhamento bipartite, porém num sistema composto de três feixes.

Descrevemos a seguir o método experimental adotado para realização das medidas, assim como as principais características das ferramentas utilizadas. Apresentamos um breve histórico sobre resultados de medidas de emaranhamento bipartite realizadas por nosso grupo, com ênfase na comparação entre teoria e experimento, que indicaram a presença de uma fonte de ruído espúria desconhecida, e portanto não considerada no modelo teórico. Na sequência, realizamos a análise dos ruídos dos três feixes utilizando os dois critérios de emaranhamento discutidos nos capítulos 2 e 3 (PPT e critério de P. van Loock *et al.*). Observamos experimentalmente a presença de correlações quânticas tripartites. No entanto, não obtemos a violação das desigualdades que garantem a presença de emaranhamento. Para compreender estes resultados, analisamos o ruído espúrio contido no sistema, o que é feito na seção seguinte. Finalmente, apresentamos perspectivas de uso destas correlações quânticas na realização de um protocolo de distribuição quântica de chaves para criptografia [Silberhorn 2002].

4.1 Método Experimental

No estudo das flutuações quânticas dos feixes gerados pelo OPO testamos diversas configurações de cavidade, evoluindo tanto a parte mecânica desta [Villar 2007b] quanto a parte ótica, relacionada à escolha dos espelhos de acoplamento e cristal não-linear. Apresentaremos resultados de medidas em duas configurações distintas de OPO, a saber

OPO (I) Possui uma configuração semi-monolítica, ou seja, o espelho de entrada (acoplamento com o bombeio, no caso em 532 nm) é depositado sobre uma das superfícies do cristal não-linear. Utilizamos um cristal de KTP (potássio-titanil-

4.1. MÉTODO EXPERIMENTAL

fosfato, KTiOPO_4) de comprimento $l = 10$ mm, fabricado pela empresa *Litton Industries*. Este nos foi emprestado pelo grupo de Claude Fabre (*Université Pierre et Marie Curie, Laboratoire Kastler Brossel*, Paris, França), com quem temos colaboração. O cristal possui reflexão $R = 97\%$ em 532 nm em uma das faces e filme anti-refletor na outra: $R < 3\%$ em 532 nm ², e $R < 0,25\%$ em 1064 nm. O espelho de saída, tomado emprestado do grupo de Antônio Zelaquett Khoury (Universidade Federal Fluminense, Niterói), fabricado no campus de São Carlos da USP, tem raio de curvatura $r = 50$ mm e reflexão $R = 96\%$ em 1064 nm, além de filme altamente refletor em 532 nm ($R > 99,8\%$). A potência de limiar de oscilação é de 12 mW.

OPO (II) Nesta configuração utilizamos dois espelhos curvos de acoplamento e cristal de KTP da empresa israelense *Raicol Crystals Ltd.* Este cristal possui comprimento $l = 12$ mm e apresenta filme anti-refletor: $R \sim 0,5\%$ em 1064 nm e $R \sim 0,7\%$ em 532 nm, por face (medidos). O espelho de entrada, emprestado do Instituto de Pesquisa Energéticas e Nucleares (IPEN), tem reflexão $R = 70\%$ em 532 nm e raio de curvatura $r = 50$ mm. O espelho de acoplamento para o infravermelho, emprestado do grupo de Niterói (procedente da empresa *Laser Optik*), também possui raio de curvatura $r = 50$ mm e tem reflexão $R = 96\%$ em 1064 nm. As perdas espúrias totais são iguais a 3,8(6)% em 532 nm e 1,6(2)% em 1064 nm, advindas basicamente do espelho de entrada. O comprimento óptico da cavidade é 27,5 mm e a largura de banda $\delta\nu = 49(2)$ MHz em 1064 nm e $\delta\nu_0 = 335(4)$ MHz em 532 nm. A potência do limiar de oscilação é de 70 mW.

Os espelhos de cavidade, em ambas configurações de OPO, são fixados a uma estrutura rígida de metal sem “qualquer” grau de liberdade, de modo a garantir maior estabilidade mecânica. Para sintonizar a cavidade à frequência do laser de bombeio utilizamos uma cerâmica piezoelétrica (PZT) acoplada a um dos espelhos. O cristal é fixado numa estrutura que permite seu deslocamento vertical, horizontal e longitudinal. Estes graus de liberdade são importantes pois permitem mudar a posição de incidência do feixe no cristal, a fim de evitar regiões onde tenha ocorrido *gray tracking* [Boulanger 1994] (que aumenta a potência de limiar de oscilação do OPO) – entre outros. Além disto, o cristal é estabilizado termicamente, de maneira ativa, utilizando um elemento peltier que é acoplado entre o cristal e uma peça de cobre que lhe serve de suporte. Operamos usualmente com temperatura em torno de 24°C, mas a eletrônica utilizada permite escolher valores entre 15°C e 80°C. O sistema apresenta tempo de resposta da ordem de um segundo e tem precisão de algumas dezenas de mK.

Bombeamos o OPO com o laser “Diabolo”, produzido pela empresa alemã *Innolight GmbH*. Este laser fornece cerca de 900 mW de potência em 532 nm e tem especificação

²Note que a perda espúria μ_0 é da mesma ordem de grandeza da transmissão pelo espelho de acoplamento $2\gamma_0$, ou seja, este cristal não é otimizado para medir correlações tripartites.

de largura de linha de 1 kHz. Ele é produzido via o dobramento em frequência (segundo harmônico) de um laser de Nd:YAG que opera em 1064 nm. Este, por sua vez, provém do bombeamento (usando dois diodos laser de alta potência) de uma cavidade com o cristal de Nd:YAG. O laser Diabolo possui uma saída auxiliar em 1064 nm com 250 mW de potência, que propicia um alinhamento prévio do sistema neste comprimento de onda sem que seja necessário manter o OPO em oscilação. Além disto, permite que sejam feitos testes de ótica e a calibração do shot-noise de modo mais simples.

Para garantir que o OPO seja bombeado com um laser coerente, o que vimos ser importante já que excesso de ruído pode destruir o emaranhamento do sistema, utilizamos uma cavidade de filtro. Sabemos que o feixe transmitido por uma cavidade sofre uma atenuação em função da dessintonia desta. No caso de alta finesse³, o perfil de transmissão pode ser aproximado por uma lorentziana

$$T(\Delta) = \frac{1 - R_{\min}}{1 + (2\Delta)^2}, \quad (4.1.1)$$

em que $R_{\min} = (T_1 - T_2)/(T_1 + T_2)$ mede a fração da intensidade do feixe refletido quando a cavidade está em ressonância (com relação à intensidade incidente); e Δ é a dessintonia entre uma componente espectral do laser (portadora central ou banda lateral) e a frequência de ressonância da cavidade, em unidades de largura de banda ($\delta\nu$).

Considerando a cavidade em ressonância com a portadora central, a expressão (4.1.1) mostra que as bandas laterais do feixe laser transmitido sofrem uma forte atenuação, já que neste caso $\Delta = \nu'$ (considerando $\nu' \gg \delta\nu$). Portanto, a cavidade atua efetivamente como um filtro para o excesso de ruído do laser. Quanto menor a largura de banda desta cavidade, mais eficientemente filtra-se o ruído das bandas laterais.

A cavidade de filtro é mantida em ressonância com o laser através de um controle ativo, obtido modulando-se a fase do laser em 200 kHz. O sinal de erro para realizar o travamento em frequência é obtido medindo uma fração do feixe transmitido pela cavidade de filtro, que é misturado ao mesmo sinal de referência eletrônico que modula o laser, e realimentado no PZT que controla o comprimento da cavidade.

Utilizamos uma cavidade de filtro com geometria triangular (cavidade em anel) de perímetro $L = 1,15$ m. Ela possui um espelho côncavo esférico, altamente refletor, com raio de curvatura $r = 1$ m. Com relação aos espelhos de acoplamento, utilizamos provisoriamente polarizadores para altas energias da *Newport Corporation* (modelo 11B00HP.6). O polarizador de entrada possui $R = 98,8(3)\%$ e o de saída, $R = 95,7(3)\%$. As perdas espúrias intracavidade são $0,4(2)\%$ e a finesse, $F = 110$. A largura de banda medida é $\delta\nu = 2,3(2)$ MHz e a transmissão em ressonância vale 55% da intensidade incidente de

³Na aproximação de alta finesse vale que $F = 2\pi/(T_1 + T_2)$, em que T_1 é a transmissão do espelho de acoplamento e T_2 é a transmissão de todos os outros espelhos mais perdas espúrias.

4.1. MÉTODO EXPERIMENTAL

bombeio, o que é suficiente para os nossos requisitos. Deste modo estima-se que, por exemplo em 15 MHz, devemos ser capazes de obter uma atenuação (do excesso de ruído com relação à atenuação da portadora central) igual a $10 \log[T(\Delta = 15\text{MHz})] = -22\text{dB}$. A medida do espectro de ruído de *amplitude* do laser ⁴ revelou que, utilizando a cavidade de filtro, o laser passa a ter ruído igual ao do shot-noise para frequências de análise acima de 15MHz [Villar 2007b].

Conforme vimos, a “conversão” do ruído de quadratura em ruído de amplitude, para os feixes gêmeos e bombeio refletido pelo OPO, é feita utilizando uma cavidade de análise para cada um dos feixes. Estas cavidades devem ter características similares, de maneira a girarem igualmente as elipses de ruído dos três feixes. Elas são construídas sobre uma estrutura metálica rígida, assim como a cavidade do OPO, com a diferença de que os espelhos são acoplados via uma estrutura, também metálica, porém com alguma flexibilidade, o que favorece o alinhamento. Utilizamos uma configuração em anel, com perímetro $L = 19$ cm.

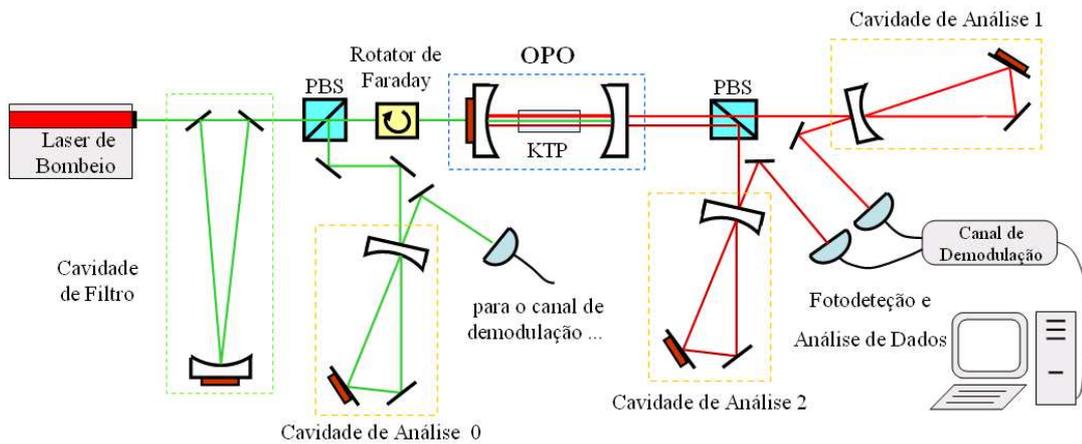


Figura 4.1: Esquema do aparato utilizado para medir as correlações quânticas dos feixes gerados no OPO. Cada feixe é enviado para uma cavidade de análise cujo feixe refletido é detetado por fotodiodos, tendo sinal de ruído analisado por um demodulador.

Todas as cavidades são termicamente estabilizadas de modo a evitar flutuações em seu comprimento. Elas são mantidas a uma temperatura ligeiramente superior à ambiente, com precisão da ordem de $0,1^\circ\text{C}$. O esquema de nosso aparato de medida é apresentado na figura 4.1. Os feixes gêmeos são separados por polarização, e o feixe de bombeio refletido pelo OPO é separado do feixe incidente utilizando parte de um isolador ótico (“rotator” de Faraday) e divisor de feixes por polarização (PBS).

Com relação às cavidades de análise no infravermelho, utilizamos um espelho de acoplamento esférico de raio de curvatura $r = 10$ cm e reflexão $R = 95\%$, fornecido pela empresa *Innolight GmbH*. Os demais espelhos são planos e altamente refletivos $R > 99,8\%$

⁴Veremos a seguir o resultado da medida do ruído de *fase*, realizada posteriormente, pois não havia uma cavidade de análise em 532 nm na época destes primeiros testes.

(Newport). Isto nos fornece uma finesse $F = 113(3)$, fração da intensidade do feixe refletido $R_{\min} = 0,77(1)$ e largura de banda $\delta\nu_{1,2} = 14(1)$ MHz. Portanto, a menor frequência de análise em que a elipse de ruído dos feixes pode ser completamente girada é 21 MHz.

Quanto à cavidade de análise para o verde foram utilizadas duas configurações distintas. Numa primeira etapa (que chamaremos de $E1$), o espelho de acoplamento utilizado provinha de um laser de Argônio (Ar^+), tendo raio de curvatura $r = 8$ m e reflexão $R = 94\%$. Os demais espelhos, planos, tinham reflexão especificada como $R > 99,7\%$ (Newport). Esta cavidade tinha uma finesse $F = 105(5)$ e largura de banda $\delta\nu_0 = 15(1)$ MHz. No entanto, possuía muitas perdas espúrias (advindas do espelho de acoplamento), o que levava a uma redução drástica da intensidade do feixe refletido, quantitativamente dada pelo coeficiente $R_{\min} = 0,14(2)$.

Posteriormente, esta cavidade foi aprimorada (etapa $E2$). Utilizamos um espelho de acoplamento com raio de curvatura $r = 10$ cm e reflexão $R = 96\%$ (CVI). Os demais espelhos, planos, têm reflexão $R > 99,8\%$ (Layertec). Com isto, $F = 137(8)$ e $\delta\nu_0 = 12(1)$ MHz. No entanto, o espelho curvo possui filme anti-refletor somente na superfície interna, o que leva a uma perda da ordem de 4% no feixe refletido por esta cavidade. Com relação à queda de intensidade na ressonância, medimos $R_{\min} = 0,58(2)$, que representa uma melhora significativa.

Nossas medidas são realizadas variando continuamente as dessintonias das cavidades no intervalo $-3 < \Delta < 3$, aproximadamente, o que é feito aplicando uma rampa de tensão aos PZT's das diferentes cavidades. Como estamos interessados em medir o ruído de combinações de *quadraturas idênticas* entre os feixes, as dessintonias devem ser variadas sincronamente. Isto é realizado escolhendo uma rampa de tensão (com *amplitude* distinta para cada cavidade) tal que se compense o efeito de “defasagem” gerado pelas larguras de banda não idênticas ($\delta\nu_0 \neq \delta\nu_{1,2}$).

Utilizando a cavidade de análise para o feixe de bombeio, medimos o ruído de fase do Diabolo e vimos que, com o uso da cavidade de filtro, o laser apresenta-se coerente para frequências de análise acima de 21 MHz. Na figura 4.2 mostramos o espectro medido em $\nu = 27$ MHz em função da dessintonia da cavidade. Esta medida foi realizada com a configuração $E1$ de cavidade, que tem maiores perdas espúrias. Por esta razão vemos que o giro completo da elipse ocorre para $\Delta \approx 0,35 < 0,5$ (rotação da portadora central) e que os picos em $\Delta \approx \nu'$ aparecem atenuados, uma vez que são as bandas laterais que sofrem o efeito da cavidade neste caso (conforme vimos na seção 1.2.1). Na região central ($\Delta = 0$) vemos que os ruídos aparecem abaixo do nível do shot-noise, o que ocorre devido ao fato de que a intensidade do feixe refletido na ressonância (neste caso de altas perdas) é próxima do nível de ruído eletrônico, o que leva a uma maior incerteza em sua medida. Em todo caso, na região de dessintonias que nos interessa, estes problemas não influenciam nossa conclusão de que o laser foi efetivamente filtrado. Na parte superior da figura mostramos o perfil medido de transmissão pela cavidade.

4.1. MÉTODO EXPERIMENTAL

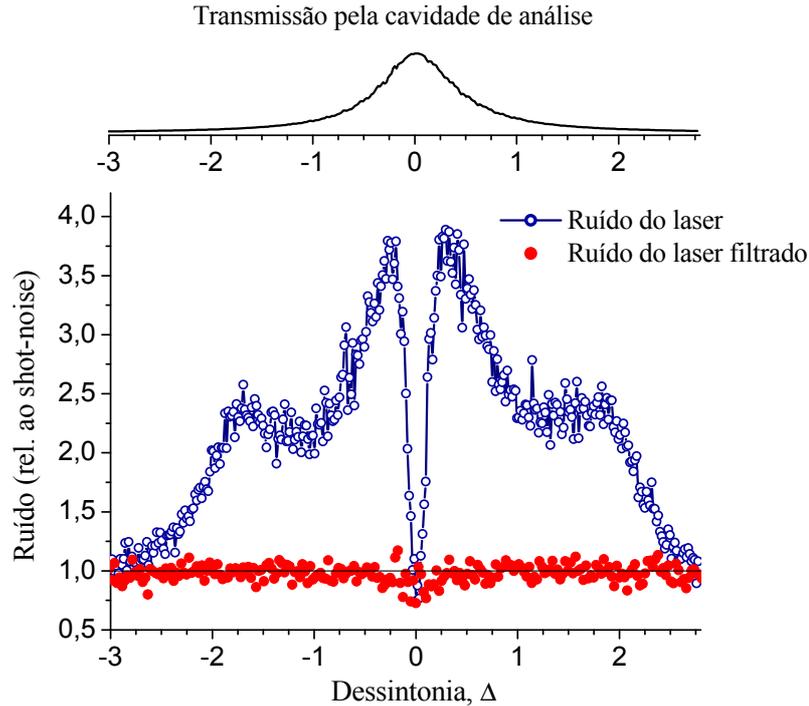


Figura 4.2: Ruído de quadratura do laser de bombeio medido na frequência $\nu = 27$ MHz. Mede-se ruído de fase quando a dessintonia da cavidade de análise é $\Delta \approx 0,5$. O laser apresenta excesso de ruído (linha sólida + círculos abertos) que é removido com o uso da cavidade de filtro (círculos fechados). Utilizamos a configuração E_1 de cavidade de análise e fotodetetores.

A detecção dos feixes gêmeos é feita com fotodiodos modelo Epitaxx ETX300, cuja eficiência quântica de detecção é igual a 95(2)%, medida removendo sua janela protetora. Com relação ao feixe de bombeio refletido, assim como a cavidade de análise em 532 nm, existem duas etapas distintas de medidas cada qual fazendo uso de um fotodetector diferente. Começamos (etapa E_1) com os fotodetetores EG&G FND100, que têm eficiência quântica de detecção de 60% (sem a janela protetora). Posteriormente (etapa E_2), adquirimos fotodiodos modelo Hamamatsu S5973-02 cuja eficiência quântica de detecção é igual a 94(2)%, medida reinjetando a parcela do feixe que é refletida por sua janela protetora, representando uma melhora significativa à medida.

Em ambos os casos, o sinal de fotocorrente produzido passa por uma eletrônica onde é separado em duas componentes de frequência: parte de baixa frequência, ou intensidade média (sinal DC) e alta frequência, ou ruído (sinal HF). A frequência de corte é da ordem de algumas centenas de kHz. Na parte de alta frequência utilizamos um filtro de largura de banda de 200 kHz e atenuação de 40 dB centrado em 12 MHz, que corresponde à frequência de modulação usada para travar a geração do segundo harmônico em 532 nm. Esta modulação provém diretamente da eletrônica de controle do laser Diabolo. O sinal gerado é tão intenso que seu segundo harmônico em 24 MHz também necessita ser filtrado.

Cavidade de análise 1 e 2		Detetor: Epitaxx ETX300	
$\delta\nu$ (MHz)	R_{min}	η detetor	η final
14(1)	0,77(1)	95(2)%	87(3)%

Etapa E1				
Cavidade de análise 0		Detetor: EG&G FND100		
$\delta\nu$ (MHz)	R_{min}	η detetor	η final	
15(1)	0,14(2)	60(2)%	45(2)% (sem a cav. análise)	40(2)%

Etapa E2			
Cavidade de análise 0		Detetor: Hamamatsu S597302	
$\delta\nu$ (MHz)	R_{min}	η detetor	η final
12(1)	0,58(2)	94(2)%	74(3)%

Tabela 4.1: Resumo das principais características das cavidades de análise e eficiências de detecção η para cada feixe, seguindo a nomenclatura padrão em que os índices 0, 1 e 2 referem-se, respectivamente, ao feixe de bombeio, sinal e complementar. Por “ η detetor” nos referimos à eficiência quântica medida do referido detetor e por “ η final” à eficiência total obtida levando em conta todas as perdas envolvidas. As larguras de banda das cavidades são dadas por $\delta\nu$ e a queda de potência do feixe nela refletido (com a cavidade ressonante) é dada pelo coeficiente R_{min} .

Levando em conta todas as perdas envolvidas no sistema, a eficiência de detecção para os feixes gêmeos é $\eta = 87(3)\%$. Quanto ao bombeio, dado o uso de configurações distintas, temos:

[etapa E1] $\rightarrow \eta_0^{E1'} = 45(2)\%$ (quando não tínhamos cavidade de análise) ou $\eta_0^{E1} = 40(2)\%$ (após inserção da cavidade);

[etapa E2] $\rightarrow \eta_0^{E2} = 74(3)\%$.

As principais características do sistema, nas diferentes configurações do arranjo experimental, encontram-se resumidas na tabela 37.

Para medir o ruído na frequência de análise ν (apresentaremos medidas tanto em $\nu = 27$ MHz quanto em $\nu = 21$ MHz) fazemos o batimento do sinal HF detetado com um sinal senoidal de referência, gerado na frequência ν , que é enviado para um circuito de demodulação (desenvolvido pelo grupo de C. Fabre, Paris). Esta eletrônica realiza o batimento dos dois sinais e separa a parte resultante em baixa frequência (menor que 300 kHz)⁵. Este sinal é enviado a uma placa da *National Instruments Co.* (modelo BNC-

⁵Essa largura de banda é equivalente a uma largura de banda de resolução (RBW) de 600 kHz num analisador de espectros.

4.1. MÉTODO EXPERIMENTAL

6110) que é conectada ao computador através de uma placa conversora analógico-digital (A/D) da mesma empresa (modelo PCI-2110). A aquisição de dados é então controlada por programas em LabView. O sinal eletrônico é adquirido a uma taxa de 600 kHz e corresponde às *flutuações* quânticas de intensidade de cada feixe. Normalizando este sinal pela raiz quadrada das respectivas intensidades médias (a parte DC é adquirida concomitantemente à HF utilizando os demais canais da placa da *National Instruments*), obtêm-se as flutuações de quadratura amplitude.

Em cada medida são adquiridos 450 mil pontos, num intervalo de 750 ms. Variâncias e correlações (de cada feixe individual ou combinações de feixes), são calculadas tomando-se grupos de mil pontos ⁶. Os valores numéricos obtidos são finalmente normalizados pelo shot-noise. Cabe ainda dizer que, antes de realizar as medidas, fizemos um ajuste cuidadoso do comprimento dos cabos utilizados, de modo a evitar defasagens entre os diferentes sinais HF.

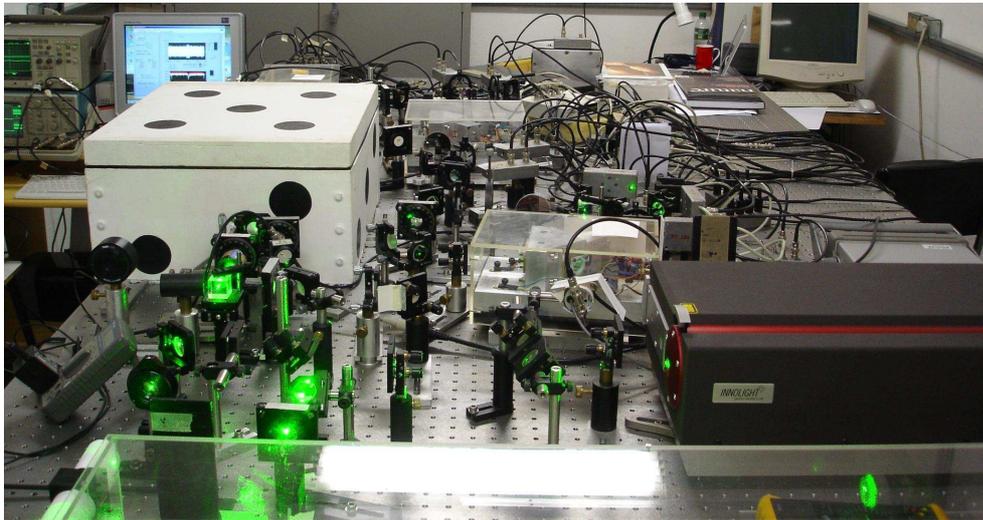


Figura 4.3: Foto do aparato experimental utilizado para medir correlações quânticas entre os feixes gêmeos e bombeio. Na parte inferior à direita vê-se o laser de bombeio “Diabolo”; o OPO se encontra no interior da caixa branca com círculos pretos, que serve para isolar acusticamente o sistema. As cavidades de análise se encontram no interior das três pequenas caixas de acrílico e a de filtro, dentro da caixa maior na parte inferior da foto.

O shot-noise é medido da forma usual, analisando o sinal do ruído de subtração de uma detecção balanceada em função da intensidade incidente. Nesta medida adquirimos 600 mil pontos, para um dado valor DC, e calculamos a variância utilizando 10 mil pontos. Repetindo o procedimento para diversas intensidades obtêm-se uma reta cujo coeficiente angular fornece o valor do shot-noise. O erro neste coeficiente angular é medido a partir

⁶Equivalente a uma largura de vídeo (VBW) de 6 kHz num analisador de espectros.

de resultados diferentes obtidos em sucessivas calibrações de shot-noise; estimamos ser igual a 0,5%.

Na figura 4.3 mostramos uma foto do aparato experimental completo. Utilizamos uma caixa de isolamento acústico envolvendo a cavidade do OPO, que garante maior estabilidade deste com relação a vibrações. Além disto, utilizamos borrachas entre as bases das diversas cavidades e a mesa ótica, também com o intuito de amortecer vibrações.

Vejamos então os resultados do experimento. Primeiramente mostramos, de modo breve, o caso em que se analisam apenas os feixes gêmeos [Villar 2007b], pois foi onde primeiro se verificou a existência de inconsistências entre a previsão teórica e os resultados experimentais. Nas demais seções são abordados os resultados envolvendo os três campos. Esta análise nos fornece dados importantes, que nos permitem divisar possíveis maneiras de contornar este problema.

4.2 Discrepâncias entre Teoria e Experimento

Conforme mencionamos, a comprovação experimental de emaranhamento entre os campos sinal e complementar no OPO acima do limiar [Villar 2005] só foi realizada 17 anos após a sua previsão [Reid 1988]. Em grande parte, este longo intervalo foi causado por dificuldades técnicas relativas à capacidade de se medir a quadratura fase de feixes com frequências distintas. Resolvida esta etapa, observou-se também uma discrepância entre o modelo teórico e o processo físico real que ocorre no OPO. De modo geral, uma medida de ruído na soma das fases dos gêmeos $S_{\hat{q}_{12}^+}$ não apresenta compressão, contrariamente ao esperado, mas excesso de ruído, o que dificulta detetar o emaranhamento.

Após várias medidas realizadas, variando-se diversos parâmetros experimentais, descobriu-se empiricamente que somente para potências de bombeio incidente próximas ao limiar de oscilação o ruído em $S_{\hat{q}_{12}^+}$ apresenta compressão [Villar 2005, Villar 2007a]. Sob estas circunstâncias, a operação do OPO é mais instável, o que dificultou a observação inicial do emaranhamento.

A discordância observada entre teoria e experimento nos levou a cogitar se, neste caso, o uso da linearização das equações de Langevin seria uma aproximação adequada. Em colaboração com Antônio Z. Khoury e Kaled Dechoum, ambos da Universidade Federal Fluminense (UFF), Niterói, esta hipótese foi testada. Realizamos a simulação numérica das equações do OPO na representação P-positiva e verificamos que os resultados obtidos eram idênticos ao do modelo com linearização [Villar 2007a], o que portanto não explica o motivo da discrepância.

Paralelamente, consideramos a hipótese de haver uma fonte espúria de excesso de ruído gerado na cavidade do OPO ⁷. Verificamos que, apesar de utilizarmos um laser coerente, o

⁷Ressaltamos que esta fonte extra de ruído não tem qualquer relação com as *perdas espúrias*. Neste caso, trata-se de um problema de origem desconhecida, que gera excesso de ruído no sistema de forma

4.2. DISCREPÂNCIAS ENTRE TEORIA E EXPERIMENTO

ruído de amplitude⁸ do feixe de bombeio refletido pelo OPO apresentava excesso quando a cavidade entrava em ressonância [Villar 2007a]. Este efeito não está relacionado ao processo paramétrico, uma vez que se obtém o mesmo excesso de ruído quando o OPO é bombeado com uma polarização ortogonal àquela necessária ao *acordo de fase*, o que garante a impossibilidade de geração de fótons gêmeos. Além disto, removendo o cristal não-linear da cavidade o efeito cessa, ou seja, uma medida de $S_{\hat{p}_0}$ fornece ruído igual ao shot-noise, como esperado.

A origem física deste ruído espúrio continua desconhecida, apesar de termos feito novas descobertas que detalharemos mais adiante. Ainda assim, tentamos incluí-lo no modelo, mesmo que de forma *ad hoc*, de maneira a conseguir previsões sobre o sistema, principalmente no que diz respeito às correlações tripartites.

Basicamente, consideramos a idéia de tratar o excesso de ruído medido no feixe refletido pelo OPO como se já estivesse presente no feixe de bombeio incidente. Ou seja, escolhemos um valor de excesso de ruído para o laser de bombeio tal que, após interação com o OPO e, levando em conta a eficiência de detecção do experimento, reproduza o valor de fato medido [Villar 2007b]. Esta tentativa de modelo é baseada em um estudo teórico prévio realizado pelo grupo [Villar 2004a]. Neste, mostrou-se que, caso o laser de bombeio tenha excesso de ruído de fase ($S_{\hat{q}_0}^{in} \neq 1$), o ruído em $S_{\hat{q}_+}$ apresenta um comportamento que vai de compressão para excesso conforme se aumenta a potência de bombeio⁹ σ .

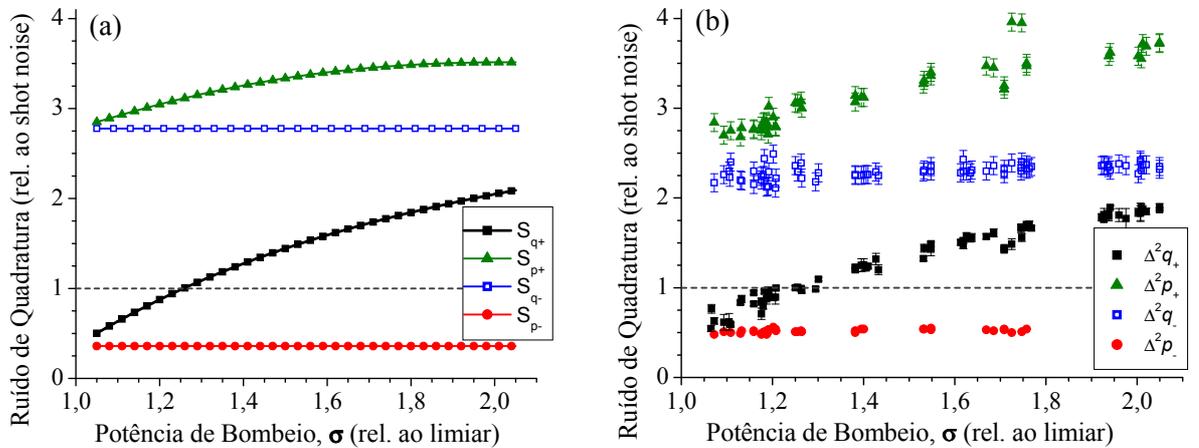


Figura 4.4: (a) Resultados teóricos utilizando um modelo *ad hoc* (ver texto). Foram utilizados os parâmetros $S_{\hat{q}_0}^{in} = 5, 5$ e $S_{\hat{p}_0}^{in} = 1, 5$. Em (b) apresentamos os resultados experimentais. Vemos que o acordo obtido é bastante satisfatório. Publicado em [Villar 2007a]

O modelo *ad hoc* foi testado realizando um ajuste aos dados experimentais: curvas dos ruídos $\Delta^2 \hat{q}_{12}^+$, $\Delta^2 \hat{p}_{12}^+$, $\Delta^2 \hat{q}_{12}^-$ e $\Delta^2 \hat{p}_{12}^-$, em função de σ . Como não tínhamos informação sobre o ruído de fase espúrio, este parâmetro foi escolhido livremente, buscando o melhor

reprodutível porém em desacordo com o modelo teórico comumente utilizado.

⁸Na época não dispúnhamos de uma cavidade de análise em 532 nm.

⁹De fato, este foi o motivo que levou ao uso da cavidade de filtro desde o início.

acordo qualitativo possível com os dados observados. Utilizamos os parâmetros $S_{\hat{q}_0}^{in} = 5,5$ e $S_{\hat{p}_0}^{in} = 1,5$ para realizar o ajuste; vemos na figura 4.4 que o resultado obtido à época foi bastante satisfatório [Villar 2007a].

Posteriormente, dispondo da cavidade de análise em 532 nm, medimos o ruído de fase do bombeio refletido $S_{\hat{q}_0}$ [figura 4.5(a)], cujo resultado mostrou haver também um bom acordo quantitativo entre o modelo *ad hoc* e os resultados experimentais. Medimos um ruído de fase $\Delta^2 \hat{q}_0 \approx 4$, condizente com um ruído no feixe incidente de $S_{\hat{q}_0}^{in} \approx 5,5$, valor usado no ajuste teórico do referido trabalho [Villar 2007a].

Na época em que se tornou possível realizar a medida de $S_{\hat{q}_0}$, o OPO em questão (OPO I) já havia sido substituído por outro. Para obter este resultado, resolvemos remontá-lo de maneira simples, sem todo o artefato que lhe garante maior estabilidade. Isto dificultou a realização da medida em dessintonia nula, sendo esta a causa da curva assimétrica, com relação a Δ , observada na figura 4.5(a). Veja que esta curva é semelhante à apresentada na figura 1.8, em que consideramos a possibilidade de haver correlação não nula entre as quadraturas amplitude e fase ($C_{\hat{p}\hat{q}} \neq 0$) na rotação da elipse de ruído.

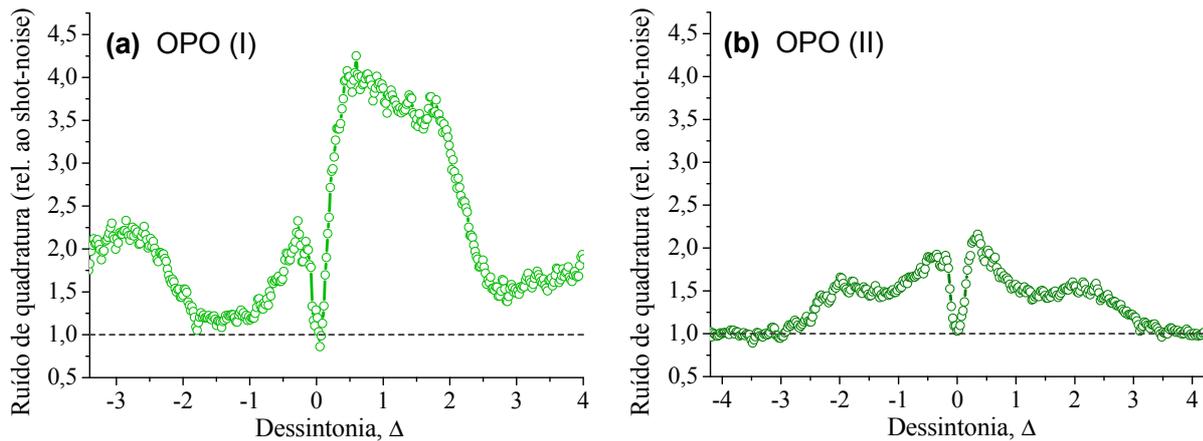


Figura 4.5: Medida do ruído de quadratura do feixe de bombeio refletido quando a cavidade do OPO se encontra em ressonância. A intensidade do bombeio corresponde à potência de limiar $\sigma = 1$. O ruído de fase é observado em $|\Delta| \approx 0,5$. Em (a) utilizamos a configuração OPO (I), resultando em $\Delta^2 \hat{q}_0 \approx 4$. Em (b) tem-se a configuração OPO (II), com $\Delta^2 \hat{q}_0 \approx 2,1$. Em ambos os casos, a medida foi feita na configuração *E1* do aparato e $\nu = 27$ MHz.

O comportamento do ruído medido ainda difere do esperado devido às perdas espúrias da cavidade de análise utilizada (versão *E1*). Deste modo, o pico em $\Delta \approx -3$ é inferior ao que ocorre em $\Delta = 0,5$, pois a banda lateral sofre uma atenuação neste caso (assim como foi discutido na medida do ruído do laser “Diabolo”). Já o pico em $\Delta = -0,5$ tem amplitude reduzida devido, possivelmente, à baixa resolução da medida, dado que este pico é bem estreito. Mesmo com estes problemas, comparando as curvas com $\phi = 0$ e $\phi = 45^\circ$ da figura 1.8, vemos que o ruído de fase é bem caracterizado pela amplitude

4.2. DISCREPÂNCIAS ENTRE TEORIA E EXPERIMENTO

do platô que ocorre para $\Delta \gtrsim 0,5$, ou seja, nosso resultado experimental garante uma medida confiável desta quadratura como sendo $\Delta^2 \hat{q}_0 \approx 4$.

Por fim, viu-se que o modelo *ad hoc* é condizente com uma segunda modelagem que considera a existência de flutuações de dessintonia no OPO [Villar 2007b], que teriam origem relacionada a uma modulação rápida do índice de refração do cristal. Ou seja, um ruído na dessintonia Δ_0 da cavidade do OPO produz resultado idêntico ao de um ruído no feixe incidente $S_{\hat{q}_0}^{\text{in}}$. Acreditamos que exista apenas a geração de ruído espúrio de fase e que o excesso de ruído de amplitude observado provenha de uma conversão ($S_{\hat{q}} \rightarrow S_{\hat{p}}$), que ocorre quando a cavidade do OPO não se encontra em ressonância perfeita. Se este inesperado fenômeno é realmente devido a um índice de refração não-linear, diminuindo o percurso ótico médio de um fóton preso na cavidade devemos minimizar o efeito de variações em sua fase. Ou seja, o ruído espúrio deve ser minimizado quando se diminui a finesse da cavidade para o bombeio, o que é feito utilizando um espelho de acoplamento com maior transmissão. Esta idéia está de acordo com o resultado observado no grupo de Kunchi Peng [Su 2006]. Eles utilizaram um OPO com espelho de transmissão $T_0 \approx 40\%$ e realizaram medida de emaranhamento bipartite similar à nossa, mas não observaram efeito notável de excesso de ruído espúrio.

Isto nos motivou a mudar a configuração da cavidade do OPO, adotando a já descrita configuração OPO (II). De fato, medimos um ruído de fase $S_{\hat{q}_0} \approx 2,1$ [figura 4.5(b)] inferior ao obtido anteriormente, e ruído de amplitude igual ao shot-noise ($S_{\hat{p}_0} = 1$). Esta medida foi realizada com a mesma configuração de cavidade de análise e mesmos detetores que usamos para medir o ruído de quadratura do OPO (I) [figura 4.5(a)], sendo portanto diretamente comparável. Além disto, medimos utilizando potência de bombeio igual à potência de limiar (12 mW no primeiro caso e 70 mW no segundo), uma vez que a potência intracavidade p_0^2 se mantém constante após esta condição ser atingida, sendo a potência envolvida na geração do ruído espúrio durante a oscilação do OPO.

Além da diminuição significativa no valor do excesso de ruído no feixe de bombeio refletido, a nova configuração de OPO apresenta uma grande vantagem técnica com relação à anterior. Ela possibilita utilizar um sistema eletrônico de lock-in para travar a cavidade do OPO em ressonância com o bombeio. Devido à maior estabilidade adquirida, somos capazes de manter o OPO oscilando, próximo ao limiar, por tempos da ordem de dezenas de minutos.

Apesar destas melhoras, medidas de ruído dos feixes *gêmeos* nos mostraram, por outro lado, que o ruído espúrio não somente persiste como também mostra-se mais complexo: o modelo *ad hoc* falha em prever o comportamento dos ruídos. Além disto, observamos que o ruído em $S_{\hat{q}_{12}^+}$ só apresenta compressão para potências de bombeio σ_c ainda mais próximas ao limiar de oscilação [o valor atual de σ_c é cerca de 25% inferior ao obtido com o OPO (I)], entre outras características que detalharemos em breve.

Vejamos então os resultados de medidas envolvendo os três feixes que participam

do processo paramétrico. Começaremos com um experimento realizado quando ainda não dispúnhamos da cavidade de análise para o feixe de bombeio, utilizando a primeira configuração de oscilador paramétrico [OPO (I)] e com o esquema de detecção $E1$.

4.3 Correlações Tripartites

Logo que a previsão de emaranhamento tripartite foi feita [Villar 2006] só podíamos realizar medidas envolvendo a quadratura amplitude do feixe de bombeio. Sendo assim, nos utilizamos da dessintonia na cavidade do OPO para converter o ruído presente na quadratura fase em ruído de amplitude (conforme discutido na seção 3.2.1).

No experimento reportado em [Cassemiro 2007a] analisamos somente a primeira das desigualdades tripartite (V_0), equação (3.2.20). Adaptando-a ao caso atual, a desigualdade é reescrita do seguinte modo

$$V_0 = S_{\hat{p}_{12}^-} + S_{\hat{q}_{12}^+} - \beta_0^p \geq 2, \quad \beta_0^p = \frac{(C_{\hat{p}_0\hat{q}_1} + C_{\hat{p}_0\hat{q}_2})^2}{2\Delta^2\hat{p}_0}, \quad (4.3.1)$$

em que trocamos as flutuações de fase do bombeio por flutuações de amplitude.

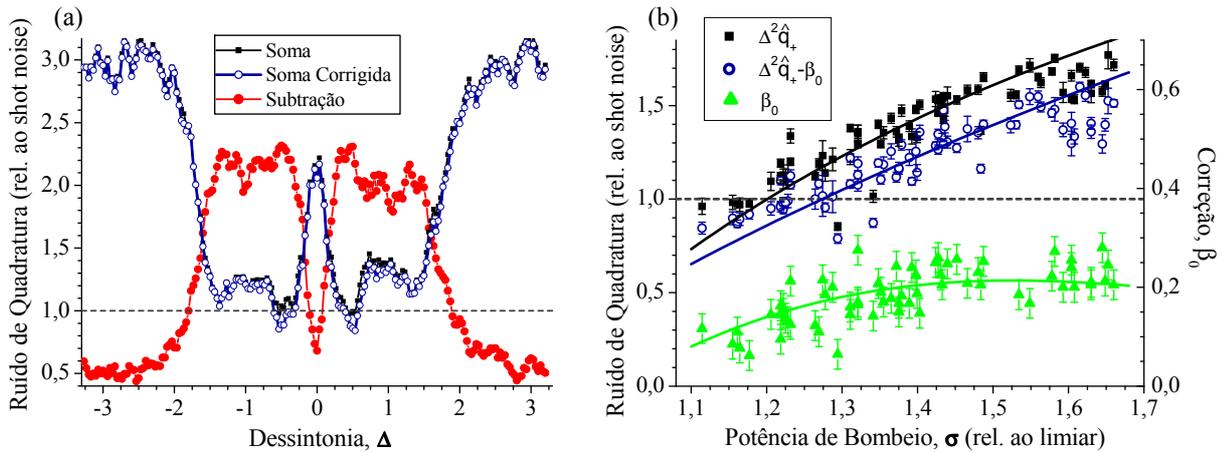


Figura 4.6: Medida do ruído de quadratura dos feixes gêmeos com ou sem correção proveniente do bombeio (legenda no gráfico). Em (a) mostramos uma medida típica, em função da dessintonia das cavidades de análise (dos gêmeos), com $\sigma = 1,34$. Em (b) tem-se o comportamento dos ruídos e termo de correção β_0^p em função da potência de bombeio. As curvas sólidas correspondem a um ajuste teórico utilizando modelo *ad hoc* e parâmetros livres: $S_{\hat{q}_0}^{\text{in}} = 15$, $\Delta' = 0,26$ e $\Delta'_0 = 0,20$. Medidas feitas em $\nu = 27$ MHz. Publicado em [Cassemiro 2007a].

A figura 4.6(a) mostra o resultado da medida de ruído de quadratura da soma (quadrados) e subtração (círculos fechados) dos feixes gêmeos, além de uma terceira curva, contendo o ruído da soma corrigido pela informação sobre a flutuação de amplitude do bombeio (círculos abertos). Em $|\Delta| = 0,5$ mede-se o ruído de fase, sendo o termo de

4.3. CORRELAÇÕES TRIPARTITES

correção dado por β_0^p definido acima e $S'_{q_{12}^+} = S_{q_{12}^+} - \beta_0^p$ a soma das fases dos gêmeos corrigida. Para esta dessintonia, vemos que $\Delta^2 \hat{q}_+ = 0,99(2)$, ou seja, tem ruído igual ao shot-noise. Para $|\Delta| > 2,5$, observamos a quadratura amplitude, que fornece $\Delta^2 \hat{p}_- = 0,53(2)$, de modo que o critério de Duan *et al.* aponta a presença de emaranhamento: $\Delta^2 \hat{p}_- + \Delta^2 \hat{q}_+ = 1,52(3) < 2$.

Analisando agora o ruído de fase corrigido pela flutuação do feixe de bombeio, temos $\Delta^2 \hat{q}'_+ = 0,86(2)$, que apresenta **compressão**: a inclusão de informação sobre o terceiro feixe é suficiente para tornar comprimida uma variância antes igual ao shot-noise. Este resultado mostra que existe **correlação quântica entre os três feixes**. O critério DGCZ corrigido pelo termo β_0^p leva à desigualdade $V_0 = \Delta^2 \hat{p}_- + \Delta^2 \hat{q}'_+ = 1,39(3) < 2$, que indica um aumento da quantidade de emaranhamento bipartite pela inclusão do bombeio. De fato, as flutuações quânticas deste poderiam ser fisicamente realimentadas através de moduladores de fase nas quadraturas dos feixes gêmeos, de forma a torná-los mais emaranhados [Wiseman 1995, Bennett 1996b].

Realizamos diversas medidas, similares às discutidas acima, para diferentes potências de bombeio. A análise dos diferentes ruídos para cada medida nos fornece o resultado mostrado na figura 4.6(b). Vemos os ruídos $\Delta^2 \hat{q}_+$ e $\Delta^2 \hat{q}'_+$ em função de σ , assim como o termo de correção β_0^p (triângulos). Utilizando os parâmetros do OPO (perdas, largura de banda etc) e eficiência de detecção, ajustamos as curvas sólidas vistas na figura. Consideramos o modelo *ad hoc* discutido na seção anterior e, dado que não possuímos um controle preciso sobre as dessintonias da cavidade do OPO, Δ' (para os feixes gêmeos) e Δ'_0 (para o bombeio), consideramos estes como parâmetros livres. Do mesmo modo, o parâmetro $S_{q_0}^{\text{in}} = 15$ foi escolhido de maneira a obter o melhor ajuste aos dados experimentais, uma vez que não sabemos precisamente como a dessintonia altera o ruído espúrio. Obtivemos então um bom ajuste para as três curvas apresentadas utilizando $\Delta' = 0,26$ e $\Delta'_0 = 0,20$. A dispersão dos pontos medidos em torno das curvas teóricas pode ser compreendida pelo fato de as dessintonias flutuarem durante o experimento.

A previsão teórica para o comportamento dos mesmos ruídos foi mostrada na figura 3.6, em que se considerou um OPO ideal, sem qualquer perda espúria e correção proveniente da flutuação de *fase* do bombeio. Este resultado experimental indica que a correlação *entre as fases* dos feixes gêmeos e bombeio deve realmente estar presente no sistema, conforme a previsão teórica. Isto foi de fato verificado após incluirmos uma cavidade de análise para o feixe de bombeio, como veremos.

Com a adição desta cavidade ao arranjo experimental, torna-se possível medir todas as combinações de ruído que aparecem nas desigualdades (3.2.20)-(3.2.22). Vejamos os resultados de medidas na versão final do aparato: OPO (II) e esquema de detecção E2.

4.3.1 Análise Completa

As medidas das diversas combinações de ruído, necessárias para evidenciar o emaranhamento tripartite segundo as desigualdades V_0 , V_1 e V_2 , são realizadas alterando a dessintonia das três cavidades de análise sincronamente. Obtemos assim os ruídos de quadratura da soma de dois feixes (quadrados), subtração (círculos fechados) e ruído corrigido pela informação do terceiro feixe restante (círculos abertos). Mostramos na figura 4.7 o melhor resultado obtido, utilizando potência de bombeio $\sigma = 1,14$ [Cassemiro 2007b].

No primeiro gráfico [parte (a)] vemos as combinações de ruído que fazem parte da primeira desigualdade (V_0), mostrando resultado análogo ao investigado na seção anterior [Cassemiro 2007a]. Novamente, na região em que a cavidade encontra-se fora de ressonância temos informação sobre a quadratura amplitude, que fornece $\Delta^2 \hat{p}_{12}^- = 0,46(1)$ para o ruído da subtração dos feixes gêmeos. Já em $|\Delta| = 0,5$ obtemos, na soma das fases, $\Delta^2 \hat{q}_{12}^+ = 1,28(3)$, o que leva à violação da desigualdade bipartite de Duan *et al.* $\Delta^2 \hat{p}_{12}^- + \Delta^2 \hat{q}_{12}^+ = 1,73(6) < 2$. Utilizando o termo de correção β_0 , obtemos compressão de ruído na soma das fases corrigida $\Delta^2 (\hat{q}_{12}^+)' = 0,84(3)$, que leva à desigualdade aprimorada $V_0 = \Delta^2 \hat{p}_{12}^- + \Delta^2 (\hat{q}_{12}^+)' = 1,29(5) < 2$, claramente violada. Os resultados obtidos mostram *diretamente* a presença de **correlação quântica entre as fases dos três feixes**.

Observe na curva de “soma corrigida” que o nível de ruído no pico secundário de rotação da elipse, que ocorre em $|\Delta| \lesssim \nu' = 1,5$, não difere tão significativamente do visto no pico central $|\Delta| = 0,5$ (o que ocorria nas medidas anteriores), confirmando a diminuição das perdas espúrias da cavidade de análise do bombeio.

Para verificar se há emaranhamento tripartite, procedemos à análise dos termos de ruído das segunda e terceira desigualdades, cujos valores medidos são vistos nas partes (b) e (c) da figura 4.7. Em ambos os casos, temos o ruído da combinação do feixe de bombeio e um dos gêmeos, complementar em um caso e sinal no outro. As pequenas diferenças vistas entre as curvas em (b) e (c) devem-se a imperfeições experimentais que causam maiores perdas espúrias em um dos gêmeos. Começamos a análise pelos ruídos mostrados em (b). Na região de dessintonias $|\Delta| > 3$ obtemos o valor $\Delta^2 \hat{p}_{02}^+ = 1,03(3)$, ou seja, shot-noise. Quanto à fase, observamos que $\Delta^2 \hat{q}_{02}^-$ apresenta excesso de ruído que, ao ser corrigido por β_1 , assume o valor $\Delta^2 (\hat{q}_{02}^-)' = 1,01(4)$. Estes resultados implicam em $V_1 = \Delta^2 \hat{p}_{02}^+ + \Delta^2 (\hat{q}_{02}^-)' = 2,04(11) \approx 2$, que está no limite de violação.

A análise dos ruídos mostrados em (c) é feita do mesmo modo e fornece $\Delta^2 \hat{p}_{01}^+ = 1,12(2)$ e $\Delta^2 (\hat{q}_{01}^-)' = 0,97(3)$, resultando em $V_2 = \Delta^2 \hat{p}_{01}^+ + \Delta^2 (\hat{q}_{01}^-)' = 2,09(7) > 2$, também apenas no limite de violação. Medidas similares foram feitas em diferentes potências de bombeio, sendo os resultados acima apresentados os melhores que obtivemos.

4.3. CORRELAÇÕES TRIPARTITES

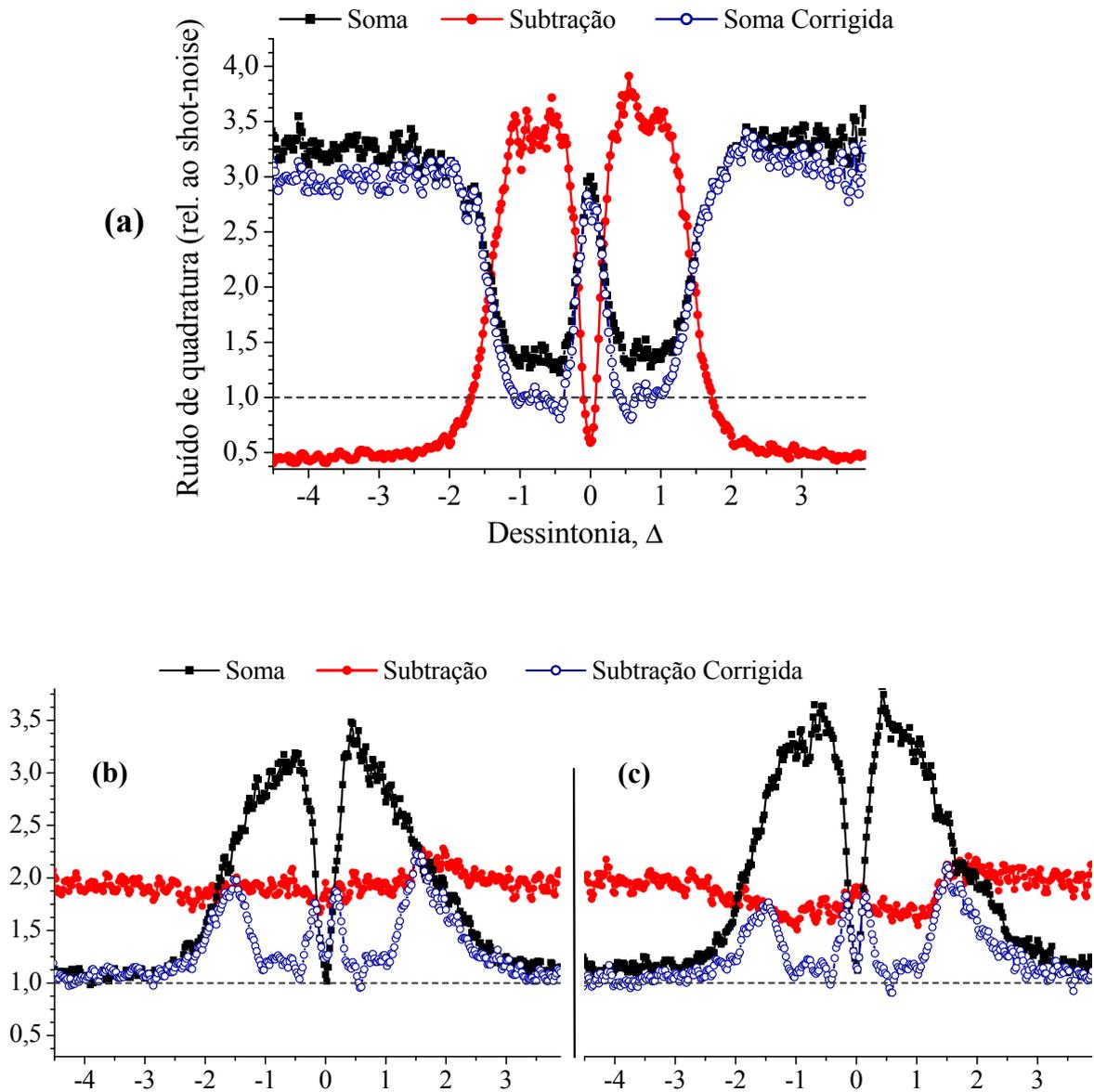


Figura 4.7: Resultado de medidas do ruído de quadratura da combinação dos campos bombeio, sinal e complementar: soma de dois destes feixes (quadrados), subtração dos mesmos (círculos fechados) e soma/subtração corrigida pelo terceiro feixe (círculos abertos). As combinações de ruído são tais que permitem averiguar emaranhamento tripartite segundo as desigualdades (3.2.20)–(3.2.22). Em (a) apresentamos as combinações que entram na definição de V_0 , em (b) V_1 e em (c) V_2 . Obtivemos $V_0 = 1,29(5) < 2$, $V_1 = 2,04(11) \approx 2$ e $V_2 = 2,09(7) > 2$. Medidas feitas em $\sigma = 1,14$ e $\nu = 21$ MHz. Publicado em [Cassemiro 2007b].

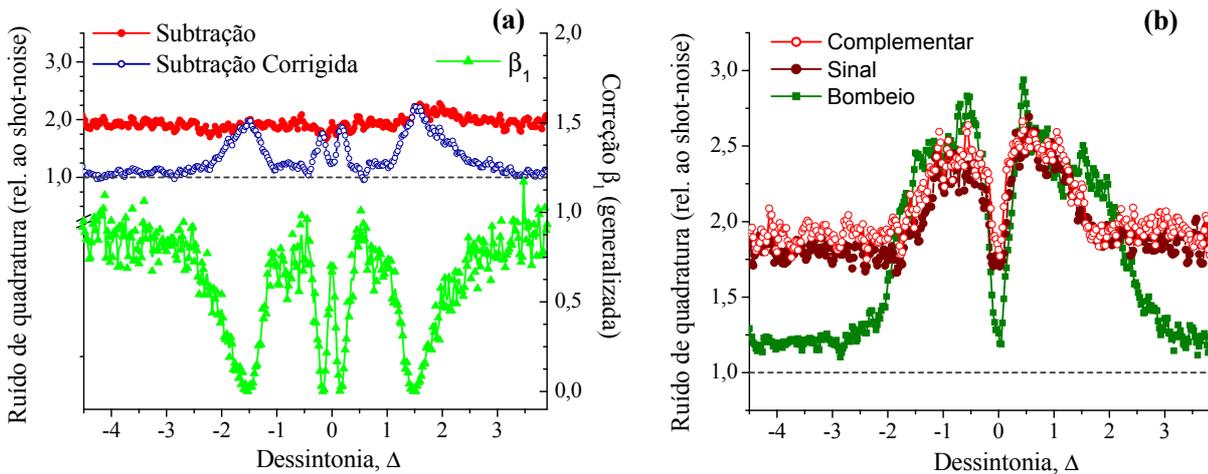


Figura 4.8: Comportamento (a) do termo de correção β_1 e (b) dos ruídos individuais de cada feixe em função da dessintonia das cavidades. Reproduzimos em (a) as curvas de subtração e subtração corrigida, que aparecem na figura 4.7(b), para facilitar a comparação.

A figura 4.8(a) apresenta o comportamento do termo de correção β_1 também em função da dessintonia da cavidade, sendo neste caso melhor definido como “correção generalizada” já que mede-se a correlação entre quadraturas generalizadas. Vemos que a correção é não nula tanto na amplitude quanto na fase, possuindo valor similar em ambos os casos. Na parte (b) da mesma figura apresentamos os ruídos individuais de cada feixe. Observamos excesso de ruído (espúrio) na fase do bombeio, que deveria apresentar compressão, e excesso na amplitude, o que é esperado para o OPO no caso em que há oscilação. Quanto ao ruído dos feixes gêmeos, deveríamos observar mesmo valor na amplitude e na fase, para esta potência de bombeio. Isto não ocorre, novamente, devido ao ruído espúrio existente.

Para compreender o motivo da não violação das desigualdades V_1 e V_2 , estudamos o comportamento dos ruídos $\Delta^2 \hat{p}_{12}^-$, $\Delta^2 \hat{q}_{12}^+$ e $\Delta^2 (\hat{q}_{12}^+)'$ [figura 4.9(a)] e $\Delta^2 \hat{p}_{02}^+$, $\Delta^2 \hat{q}_{02}^-$ e $\Delta^2 (\hat{q}_{02}^-)'$ [figura 4.10(a)], em função de σ . Apresentamos estes resultados conjuntamente com a previsão fornecida pelo modelo *ad hoc*, figuras 4.9(b) e 4.10(b). O valor medido de excesso de ruído no feixe de bombeio refletido ¹⁰ $\Delta^2 \hat{q}_0$, leva a uma simulação do ruído espúrio por um ruído no feixe incidente de valor $S_{\hat{q}_0}^{\text{in}} = 6$. Comparando as curvas apresentadas em (a) e (b) verifica-se que esta tentativa de modelo *ad hoc* não é mais suficiente para explicar os dados observados.

Começamos analisando as curvas mostradas na figura 4.9. Observamos que $\Delta^2 \hat{q}_{12}^+$ apresenta excesso de ruído a partir de $\sigma \approx 1,08$ valor muito inferior ao esperado usando o modelo *ad hoc* (neste caso $\sigma \gtrsim 1,25$); do mesmo modo, temos excesso de ruído em

¹⁰A curva do ruído $\Delta^2 \hat{q}_0$ em função da potência de bombeio, figura 4.15(a), será analisada adiante. O ruído de fase espúrio, na potência de limiar de oscilação, é superior ao apresentado na figura 4.5(b) devido à melhora na eficiência de detecção.

4.3. CORRELAÇÕES TRIPARTITES

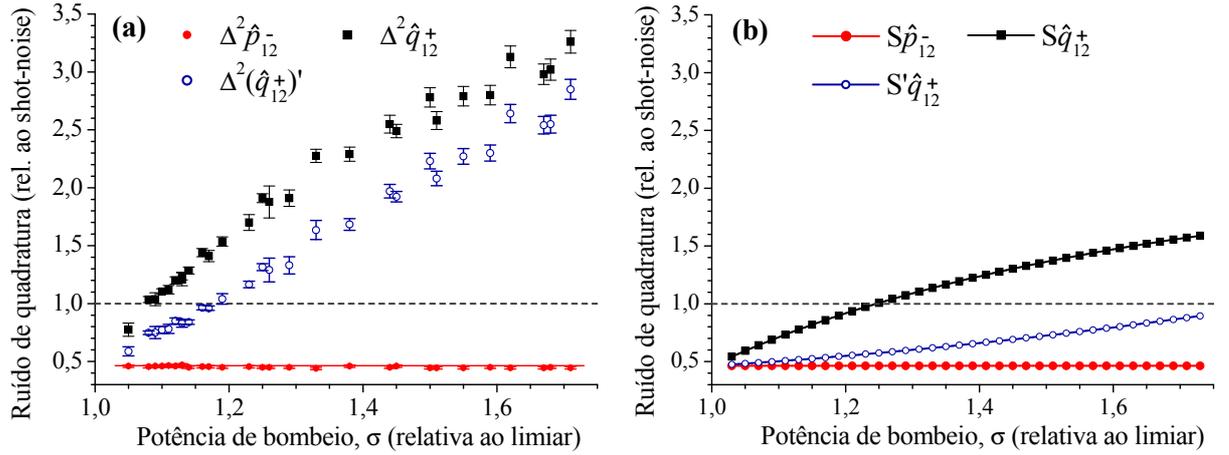


Figura 4.9: Ruídos de quadratura em função da potência de bombeio. São mostrados os termos que compõem a desigualdade V_0 . Em (a) têm-se os resultados experimentais e em (b) a previsão teórica via o modelo *ad hoc*, considerando $S_{q_0}^{\text{in}} = 6$ (valor que reproduz o ruído medido no feixe de bombeio refletido, $\Delta^2 \hat{q}_0$). À esquerda observamos correlação quântica de fase entre os feixes bombeio e gêmeos $\Delta^2(\hat{q}_{12}^+)' < \Delta^2 \hat{q}_{12}^+ < 1$. Comparando os resultados experimentais e teóricos vemos que o modelo *ad hoc* não fornece mais acordo quantitativo (e qualitativo) com os dados. Publicado em [Cassemiro 2007b].

$\Delta^2(\hat{q}_{12}^+)'$ para $\sigma \gtrsim 1,18$. Este último resultado indica que o termo de correção β_0 não “remove” todo o ruído espúrio criado no bombeio, ou seja, deve haver um ruído espúrio nos feixes gêmeos que não é totalmente correlacionado ao ruído adicionado ao bombeio; veremos mais dados que suportam esta hipótese.

Apesar da discordância com a teoria vemos que, na região em que há compressão de ruído, a variância na soma das fases apresenta menor valor quando corrigida $\Delta^2(\hat{q}_{12}^+)' < \Delta^2 \hat{q}_{12}^+$. Isto confirma a presença de correlação quântica entre as *fases* do bombeio e gêmeos para uma ampla região de potências de bombeio. Por fim, notamos o acordo quantitativo entre o ruído medido $\Delta^2 \hat{p}_{12}^-$ e o ajuste teórico ¹¹.

Analisando agora o ruído $\Delta^2 \hat{p}_{02}^+$ [figura 4.10], também em acordo com a teoria, observamos compressão a partir de $\sigma \gtrsim 1,2$. Este resultado mostra pela primeira vez a existência de **correlações quânticas entre as amplitudes** do bombeio e sinal (o mesmo tendo sido observado com o feixe complementar). A compressão máxima observada foi $\Delta^2 \hat{p}_{02}^+ = 0,86(3)$ em $\sigma = 1,70$.

Os demais ruídos $\Delta^2 \hat{q}_{02}^-$ e $\Delta^2(\hat{q}_{02}^-)'$ possuem um comportamento inesperado. Além do valor ser superior ao previsto, o próprio comportamento das curvas para $\sigma \gtrsim 1,2$ apresenta-se diferente, com o excesso de ruído aumentando rapidamente com a potência de bombeio. A previsão teórica, via o modelo *ad hoc*, é de que a compressão de ruído em

¹¹No caso de ruídos envolvendo a quadratura amplitude, o modelo teórico usual (com $S_{p_0}^{\text{in}} = S_{q_0}^{\text{in}} = 1$) e o modelo *ad hoc* fornecem mesmo resultado.

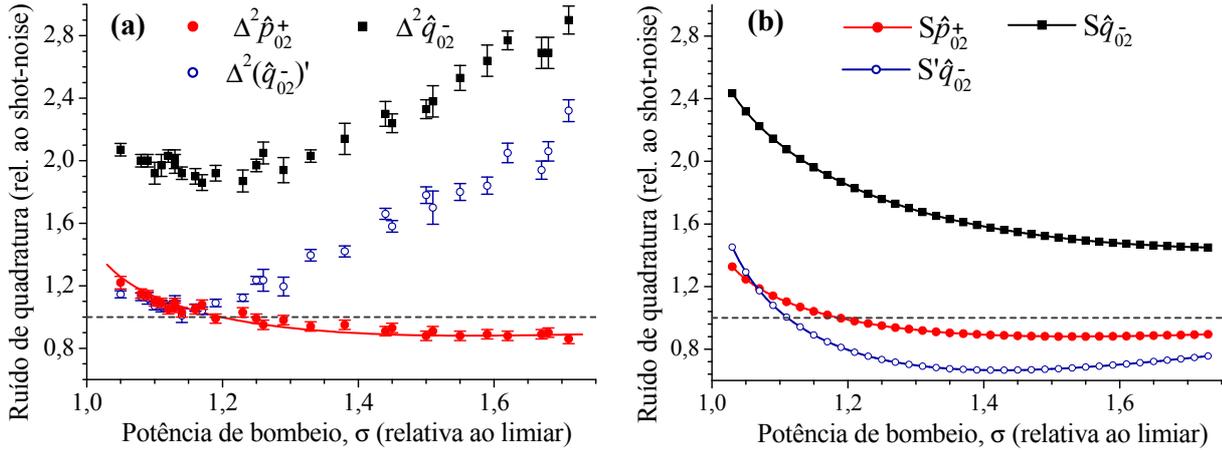


Figura 4.10: Ruídos de quadratura em função da potência de bombeio. São mostrados os termos que compõem a desigualdade V_1 . Em (a) tem-se os resultados experimentais e em (b) a previsão teórica via o modelo *ad hoc*, considerando $S_{\hat{q}_0}^{\text{in}} = 6$. À esquerda observamos correlação quântica de amplitude entre os feixes bombeio e complementar $\Delta^2 (\hat{p}_{02}^+) << 1$. Comparando os resultados experimentais e teóricos vemos que o modelo *ad hoc* não fornece mais acordo quantitativo (e qualitativo) com os dados. Publicado em [Cassemiro 2007b].

$S'_{\hat{q}_{02}^-}$ persistiria e o seu comportamento só seria significativamente alterado para regiões em torno de $1,2 > \sigma > 1,6$.

Como o critério de emaranhamento que utilizamos até aqui é apenas *suficiente*, resolvemos aplicar também o critério PPT na esperança de que o ruído espúrio fosse menos prejudicial neste caso. Apresentamos esta análise na próxima seção.

4.4 Análise dos ruídos segundo critério PPT

A maneira como realizamos nossas medidas nos permite adquirir todos os termos de ruído que compõem a matriz de covariância do OPO (V_{OPO}), sendo simples aplicar o critério de Positividade sob Transposição Parcial (PPT), discutido no capítulo 2.

Rigorosamente, medimos somente correlações entre mesmas quadraturas dos três campos. Para compor a matriz V_{OPO} assumimos que as correlações entre amplitude e fase são nulas, o que é teoricamente esperado quando não há dessintonia no OPO.

De fato, realizando medidas em que somente um dos feixes interage com uma cavidade, podemos medir a correlação $C_{\hat{p}\hat{q}}$ e averiguar se é realmente nula. No entanto, a mesma análise pode ser feita de um modo mais simples, em que se verifica a simetria da curva de ruído dos feixes em função da dessintonia da cavidade de análise (conforme discutido na seção 1.2.1). Nossos resultados indicam que estas correlações são desprezíveis ($C_{\hat{p}\hat{q}} \approx 0$).

4.4. ANÁLISE DOS RUÍDOS SEGUNDO CRITÉRIO PPT

Além disto, o critério PPT só é *necessário e suficiente* no caso em que o estado medido é gaussiano. Este é o estado gerado em um OPO ideal. Levando em conta as perdas do sistema, espera-se que haja uma atenuação dos ruídos, porém sem uma mudança na forma gaussiana de sua distribuição no espaço de fase.

Mais uma vez, temos evidências de que seja este o caso. Como em nossas medidas são adquiridas as flutuações diretamente, podemos calcular os momentos de ordem superior $\langle \delta \hat{x}^n \rangle$. No caso de um estado gaussiano os momentos de ordem ímpar são nulos e o momento de quarta ordem se relaciona à variância segundo a expressão: $\langle \delta \hat{x}^4 \rangle = 3(\langle \delta \hat{x}^2 \rangle)^2$. Por problemas técnicos, no caso das atuais medidas, este cálculo foi realizado utilizando uma parcela pequena dos dados e somente para a quadratura amplitude. Por exemplo, analisando somente o feixe de bombeio e para uma potência específica ($\sigma=1,67$), obtivemos

$$\langle \delta \hat{p}_0^2 \rangle = 3,58(4), \quad \langle \delta \hat{p}_0^3 \rangle = 0,08 \pm 0,2 = 0, \quad (4.4.1)$$

$$\langle \delta \hat{p}_0^4 \rangle = 38(1), \quad 3 \times (\langle \delta \hat{p}_0^2 \rangle)^2 = 38,5(9), \quad (4.4.2)$$

sendo os ruídos escritos em unidades arbitrárias (não normalizado pelo ruído de um estado coerente). Sendo assim, para esta parcela de dados analisadas, **o estado é gaussiano**. Uma análise análoga, porém mais detalhada, foi realizada no passado, fornecendo resultados similares.

Feitas estas considerações, vejamos como o método se aplica aos resultados obtidos. Em nossas medidas, temos como resultado final os ruídos $\Delta^2 \hat{x}_j$ e correlações $C_{\hat{x}_j \hat{x}_k}$, com a quadratura generalizada \hat{x} sendo escolhida de acordo com a dessintonia da cavidade Δ . Para obter o valor de todos estes ruídos, numa dada potência de bombeio σ , procedemos assim como nos casos anteriores: fazemos um gráfico das diversas variâncias em função de Δ e selecionamos os ruídos na quadratura amplitude e fase.

Por exemplo, em $\sigma = 1,17$ temos a seguinte matriz de covariância, seguindo notação dada na equação (3.1.41),

$$V_{OPO} = \begin{pmatrix} 1.22(5) & 0 & -0.42(3) & 0 & -0.44(5) & 0 \\ 0 & 2.50(6) & 0 & 0.67(1) & 0 & 1.04(1) \\ -0.42(3) & 0 & 1.81(6) & 0 & 1.43(5) & 0 \\ 0 & 0.67(1) & 0 & 2.51(12) & 0 & -1.15(4) \\ -0.44(5) & 0 & 1.43(5) & 0 & 1.97(5) & 0 \\ 0 & 1.04(1) & 0 & -1.15(4) & 0 & 2.70(6) \end{pmatrix}. \quad (4.4.3)$$

Utilizando a matriz simplética Ω [equação (1.3.4)] e realizando a transposição parcial com relação ao subespaço de cada feixe (bombeio, sinal e complementar, respectivamente), calcula-se os autovalores simpléticos $\tilde{\nu}^{(0)}$, $\tilde{\nu}^{(1)}$, $\tilde{\nu}^{(2)}$ [conforme equação (1.3.29)], em que $\tilde{\nu}^{(j)}$ é o menor entre os autovalores obtidos $\{\tilde{\nu}_k^{(j)}\}$.

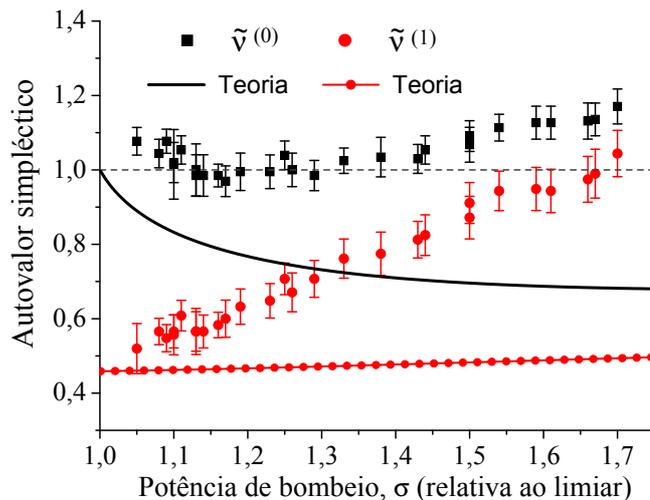


Figura 4.11: Resultados obtidos experimentalmente para os autovalores simpléticos $\tilde{\nu}^{(0)}$ (quadrados) e $\tilde{\nu}^{(1)}$ (círculos). Como $\tilde{\nu}^{(0)} > 1$, o emaranhamento tripartite não foi comprovado. A previsão teórica, usando parâmetros do OPO(II), é dada pela linha sólida ($\tilde{\nu}^{(0)}$) e “linha sólida + círculos” ($\tilde{\nu}^{(1)}$).

Na figura 4.11 mostramos ¹² os resultados obtidos após termos repetido o procedimento acima para diversas potências σ . Além dos dados experimentais, acrescentamos curvas sólidas mostrando a previsão teórica (que sabemos não estar completa), utilizando os parâmetros medidos do OPO (II). Vemos que $\tilde{\nu}^{(1)} < 1$ (círculos) em praticamente toda a região analisada, apesar de que seu valor aumenta com σ de modo muito mais rápido que o esperado teoricamente. Este resultado comprova o **emaranhamento** entre o feixe sinal e o sistema composto pelo feixe de bombeio mais complementar.

Já $\tilde{\nu}^{(0)}$, que atesta o emaranhamento entre gêmeos e bombeio, mostra que este sistema é **separável** para todas as potências de bombeio utilizadas, uma vez que $\tilde{\nu}^{(0)} > 1$. Na região $\sigma \approx 1,15$ este autovalor simplético assume valor mínimo e mostra-se no limite de violação, levando em conta o erro experimental.

Este resultado indica que talvez, mesmo com o OPO(II), seja possível obter emaranhamento tripartite, caso possamos obter resultados com menor erro experimental. Ou seja, podemos nos concentrar na região $\sigma \approx 1,15$ e fazer várias medidas de ruído com as cavidades de análise travadas na dessintonia $\Delta = 0,5$ (para fase) ou fora de ressonância (para amplitude), de modo a obter uma maior estatística de dados. Este trabalho vem sendo feito pelos novos estudantes do grupo, Jônathas E. S. Cesar e Antônio S. O. Coelho.

Com relação ao erro experimental nos autovalores simpléticos vale mencionar que eles foram obtidos através de uma simulação do tipo Monte Carlo. Cada elemento da matriz

¹²O autovalor simplético $\tilde{\nu}^{(2)}$ tem comportamento similar a $\tilde{\nu}^{(1)}$. Uma vez que $\tilde{\nu}^{(0)}$ é o autovalor simplético que realmente está impossibilitando a comprovação do emaranhamento tripartite, omitimos aqui detalhes sobre o anterior.

4.4. ANÁLISE DOS RUÍDOS SEGUNDO CRITÉRIO PPT

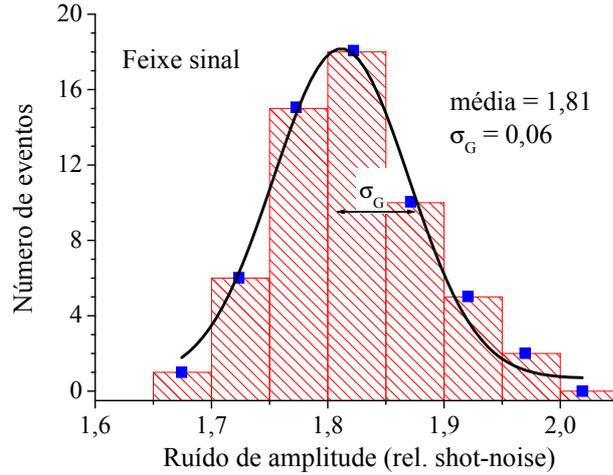


Figura 4.12: Incerteza nos ruídos medidos pode ser obtida via a distribuição de resultados de várias medidas, que segue um perfil gaussiano.

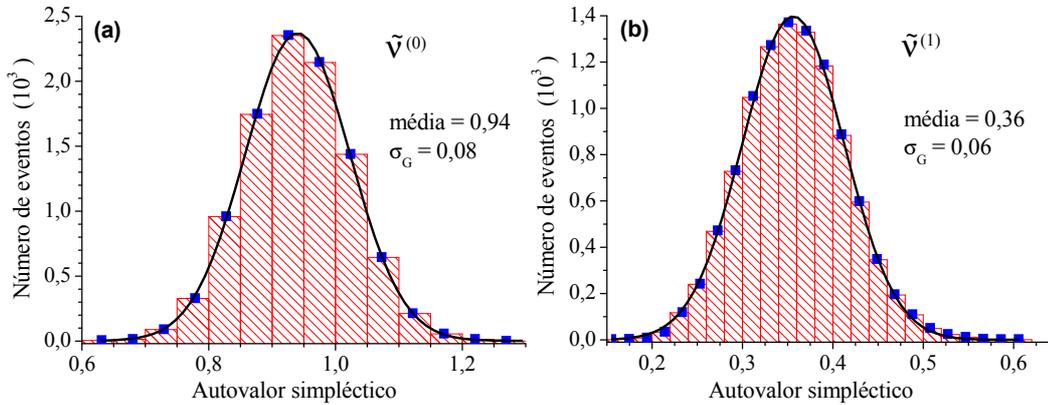


Figura 4.13: Erro nos autovalores simpléticos, obtidos via um método de Monte Carlo. Foram realizadas 10 mil simulações.

de covariância possui um erro experimental associado, que corresponde ao *desvio padrão* (σ_G) da gaussiana¹³ que seria obtida via inúmeras medidas deste elemento.

Por exemplo, com relação à quadratura amplitude, podemos tomar todos os valores de ruído compreendidos entre as dessintonias $-4,5 < \Delta < -3$ e construir um histograma, de onde se extrai o valor de σ_G . Na figura 4.12 mostramos o resultado desta operação para o ruído $\Delta^2 \hat{p}_1$ (em $\sigma=1,17$). Quanto à quadratura fase não podemos fazer um gráfico parecido devido ao número reduzido de pontos experimentais (somente em $|\Delta| \approx 0,5$), portanto o erro é estimado tirando uma média dos valores obtidos em dessintonia positiva e negativa.

Utilizamos uma função aleatória para escolher um novo valor para cada elemento de V_{OPO} . Ou seja, $\Delta^2 \hat{x}_j \rightarrow \Delta^2 \hat{x}_j + \epsilon$, em que ϵ corresponde a qualquer número dentro da

¹³Consideramos a definição usual de uma função gaussiana, a saber, $f(x) = A \exp[-(x - x_0)^2 / 2\sigma_G^2]$.

distribuição gaussiana de $\Delta^2 \hat{x}_j$ (de largura σ_G). O número de vezes que o valor $\Delta^2 \hat{x}_j + \epsilon$ é escolhido está relacionado à frequência com que ele ocorre na distribuição. Substituições similares são feitas nas correlações. Deste modo, calculamos os autovalores simpléticos para cada nova matriz de covariância obtida (via a substituição de elementos mencionada). Finalmente, após 10 mil simulações, um histograma é construído de onde o erro é extraído. Mostramos os resultados desta operação no cálculo do erro de $\tilde{\nu}^{(0)}$ e $\tilde{\nu}^{(1)}$ em $\sigma = 1, 17$ na figura 4.13.

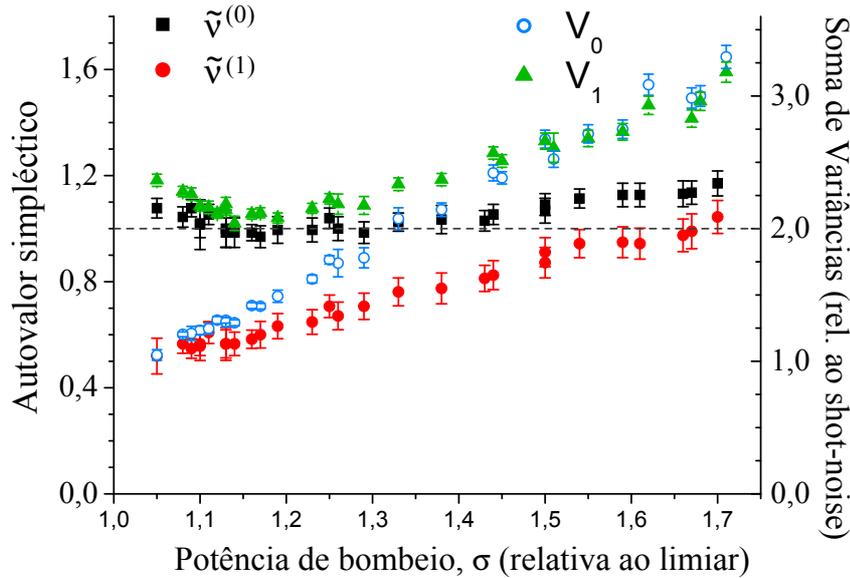


Figura 4.14: Comparação entre os dois critérios de emaranhamento utilizados; violação ocorre quando o valor obtido encontra-se abaixo da linha pontilhada. Com o critério PPT, obtemos $\tilde{\nu}^{(0)}$ (quadrados) e $\tilde{\nu}^{(1)}$ (círculos fechados). Com o critério de P. van Loock *et al.* obtemos V_0 (círculos abertos) e V_1 (triângulos). Ambos se aproximam da violação para mesmo valor de σ . Com relação ao ruído espúrio, $\tilde{\nu}^{(1)}$ parece ser mais robusto que V_0 .

Concluindo esta seção, podemos comparar os resultados experimentais utilizando os dois critérios de emaranhamento vistos. Vemos na figura 4.14 que ambos concordam que a região mais promissora para averiguar o emaranhamento neste OPO seria $\sigma \approx 1,15$. Aparentemente, o critério PPT é um pouco mais robusto que o de P. van Loock *et al.* com relação ao ruído espúrio, uma vez que $V_0 > 2$ já em $\sigma \approx 1,3$, enquanto $\tilde{\nu}^{(1)} > 1$ somente a partir de $\sigma \approx 1,7$.

No entanto, tanto V_1 quanto $\tilde{\nu}^{(0)}$ não mostram a violação que buscávamos observar. Compreender a causa e as características do ruído espúrio mostra-se impreterível para que possamos observar o emaranhamento tripartite. Na próxima seção apresentamos o comportamento de outras combinações de ruído focando a discussão no que diz respeito a este problema. Esta análise nos fornece dados importantes, que nos permitem divisar possíveis maneiras de contornar este problema.

4.5 Ruído espúrio no OPO

Começemos pelos ruídos individuais de cada um dos campos. Na figura 4.15(a) apresentamos o ruído de amplitude e fase do feixe bombeio em função de σ . Vemos que $\Delta^2\hat{q}_0 \approx 3$ próximo ao limiar (devido ao ruído espúrio) e que o excesso de ruído diminui conforme a potência de bombeio aumenta. Esta queda no nível do ruído é um comportamento esperado quando o OPO encontra-se em oscilação (gerando feixes gêmeos). Quanto ao ruído de amplitude, observamos um valor *inferior* ao esperado, sendo um resultado ainda não compreendido. O mesmo ocorre nos ruídos $\Delta^2\hat{p}_1$ e $\Delta^2\hat{p}_2$, vistos na parte (b) da mesma figura.

Observamos também que os feixes gêmeos apresentam ruído bastante distinto entre as quadraturas amplitude e fase, mesmo para potências de bombeio σ próximas ao limiar de oscilação. Podemos nos perguntar se este excesso de ruído espúrio nos feixes convertidos advém somente do bombeio, via o processo paramétrico, ou se é gerado diretamente no infravermelho.

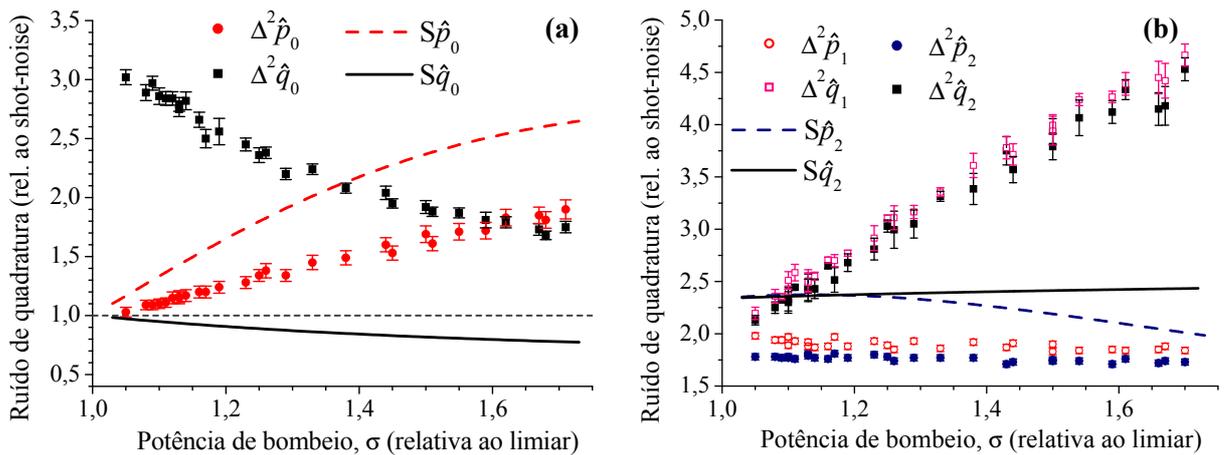


Figura 4.15: Comportamentos inesperados no OPO. Ruídos medidos de amplitude (círculos) e fase (quadrados) do bombeio [parte (a)] e de sinal e complementar [parte (b)]. As linhas sólida (quadratura fase) e tracejada (amplitude) correspondem à previsão teórica utilizando os parâmetros reais do OPO(II).

Analisemos as combinações de ruído $\Delta^2\hat{q}_{12}^-$ e $\Delta^2\hat{p}_{12}^+$, envolvendo somente os feixes gêmeos [figura 4.16]. À esquerda apresentamos os ruídos medidos e à direita os resultados teóricos. Novamente, observamos um comportamento bastante diverso do esperado em $\Delta^2\hat{q}_{12}^-$. Como o subespaço da subtração dos feixes gêmeos não é acoplado ao subespaço restante (soma dos gêmeos mais bombeio), parece razoável supor uma nova hipótese; de que parte do excesso de ruído espúrio observado nos feixes do infravermelho seja diretamente neles gerado.

Além disto, é plausível crer que o ruído gerado diretamente nos feixes gêmeos dependa da potência intracavidade, ou seja, da potência de limiar do OPO. Este parece

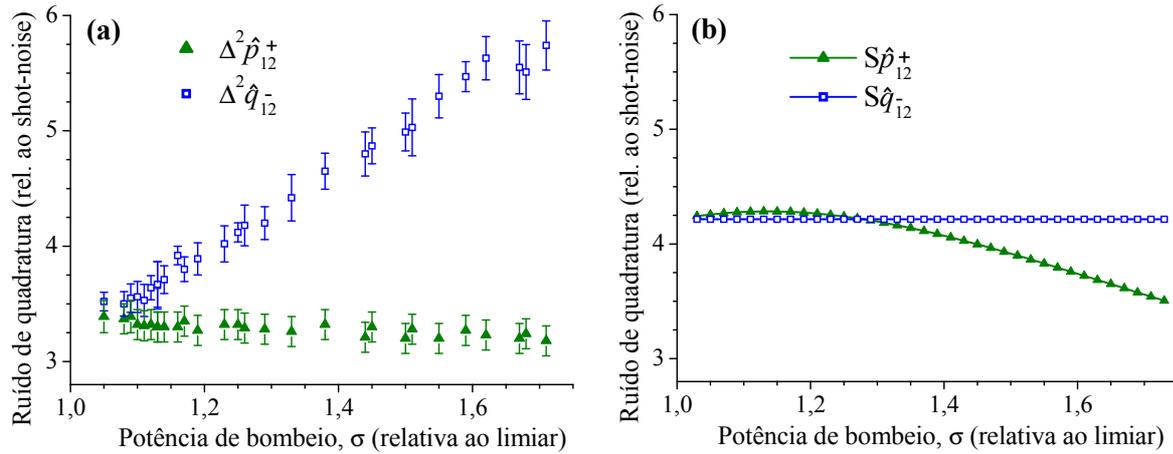


Figura 4.16: Comportamentos inesperados no OPO. Ruídos da soma e subtração dos feixes gêmeos. Em (a) resultados experimentais e em (b) respectiva previsão teórica, utilizando os parâmetros medidos do OPO(II).

ser o caso, pois medidas similares de $\Delta^2 \hat{q}_{12}^-$ com o OPO (I) [potência de limiar aproximadamente 6 vezes menor que do OPO (II)], não mostraram presença de qualquer ruído espúrio [Villar 2007a], apesar de este ter sido evidenciado na medida de $\Delta^2 \hat{q}_{12}^+$ (que é acoplado ao bombeio).

Existe ainda um outro indicativo de que um OPO com menor potência de limiar seja mais favorável aos nossos propósitos. Vejamos novamente o trabalho de Kasai *et al.*, no qual observou-se 18% de compressão de ruído no feixe de bombeio (com potência de bombeio $\sigma \approx 2$ e com a cavidade do OPO triplamente ressonante, $\Delta = \Delta_0 = 0$) [Kasai 1997]. Eles utilizaram um OPO de alta finesse para os feixes gêmeos ($F_{1064} \approx 1000$), possibilitando uma potência de limiar baixíssima $P_{lim} = 400 \mu\text{W}$.

Além disto, a finesse para o bombeio era $F_{532} = 45$. Como $F = 2\pi/2\gamma'$, os espelhos por eles utilizados deviam ter transmissão $T_{1064} = 2\gamma' = 2\pi/1.000$ e $T_{532} = 2\gamma'_0 = 0,14$. Usando a equação (3.1.15) em dessintonia nula e assumindo $\gamma' = \gamma$, obtemos a seguinte potência intracavidade P_0 para o campo de bombeio e P para os gêmeos

$$P_0 = \frac{2 P_{lim}}{\gamma_0}, \quad P = \frac{2 P_{lim} [\sqrt{\sigma} - 1]}{\gamma}. \quad (4.5.1)$$

Com relação ao bombeio, no caso de Kasai *et al.* obtemos $P_0 = 11,4 \text{ mW}$ e, em nosso caso, $P_0 = 933 \text{ mW}$. Ou seja, temos uma potência P_0 aproximadamente 80 vezes maior. Analogamente, a potência intracavidade P , em nosso caso, é 10 vezes maior.

Como a potência de limiar P_{lim} depende de $\gamma^2 \gamma_0 / \chi^2$, vemos que $P_0 \propto \gamma^2 / \chi^2$ e $P \propto \gamma \gamma_0 / \chi^2$. Para diminuir nossa potência de limiar poderíamos utilizar um cristal de PPKTP (*periodically-poled KTP*) que, através do aumento do coeficiente χ^2 , diminui a potência de limiar por um fator aproximadamente três. Poderíamos também utilizar um espelho de acoplamento em 1064 nm com menor transmissão, por exemplo, substituindo $\gamma \rightarrow \gamma/2$

4.5. RUÍDO ESPÚRIO NO OPO

(ou seja, $T = 96\% \rightarrow T = 98\%$). Deste modo P_0 e P diminuiriam por um fator 12, que talvez nos permitisse obter melhores resultados com relação às medidas de emaranhamento tripartite.

Estas mudanças afetariam a finesse do OPO, portanto alterando também a largura de banda ($\delta\nu = FSR/F$) para metade do valor original. Para observarmos mesmo valor de compressão de ruído na subtração de amplitudes dos gêmeos, ($S_{\hat{p}_{12}}^-$) seria preciso realizar as medidas numa frequência de análise menor. Para tanto, seria necessário modificar as cavidades de análise, uma vez que o giro completo da elipse de ruído só ocorre para frequências $\nu' > \sqrt{2}\delta\nu_{cav}$, atualmente 21 MHz. Outra possibilidade consiste em diminuir as perdas espúrias, adquirindo cristal e espelhos de melhor qualidade.

Voltando à caracterização do ruído espúrio, realizamos também medidas do ruído do bombeio refletido em função da frequência de análise ν . Mantivemos o OPO ressonante somente para o campo de bombeio (a temperatura do cristal pode ser controlada para que não haja oscilação) e utilizamos potência incidente igual à de limiar. Para realizar medidas da quadratura fase utilizamos um sistema de lock-in para travar a dessintonia da cavidade em $\Delta \approx 0,5$. Além disto, usamos um analisador de espectros (RBW=10 KHz e VBW=100 Hz), cujo sinal de entrada correspondia ao sinal de detecção após utilização dos filtros de 12 MHz e 24 MHz.

Medindo a quadratura amplitude, obtivemos um ruído idêntico ao shot-noise; já na medida da quadratura fase, observamos um espectro com uma rica estrutura, tendo picos separados regularmente de 150(10) kHz. A medida foi feita tanto com polarização do feixe de bombeio na condição de casamento de fases do cristal, quanto na polarização ortogonal, em que não é possível ocorrer conversão paramétrica. Os resultados são mostrados na figura 4.17. A estrutura com picos aparece de modo pronunciado no segundo caso [parte (b) da figura] e, em ambos os casos, existe um nível de base cerca de 4 dB acima do shot-noise.

Repetimos esta medida utilizando outro cristal, também KTP e fornecido pela mesma empresa (Raicol), e obtivemos os mesmos resultados (conforme esperado). No entanto, utilizando um cristal de outra empresa ¹⁴ (Litton) observamos ainda um espectro bastante ruidoso, mas sem qualquer diferença apreciável entre os resultados com polarizações distintas (figura 4.18), e sem a estrutura de picos (exceto por uma modulação em torno de 580 kHz – mais uma vez, vista mais facilmente na polarização que não permite acordo de fase).

Infelizmente, até o momento não conhecemos a origem física deste ruído, sendo ainda necessário um estudo mais detalhado. Existe a conjectura de que esteja relacionado à interação com fônons do cristal, o que está sendo investigado em colaboração com

¹⁴A configuração da cavidade do OPO foi mantida a mesma, ou seja, OPO(II).

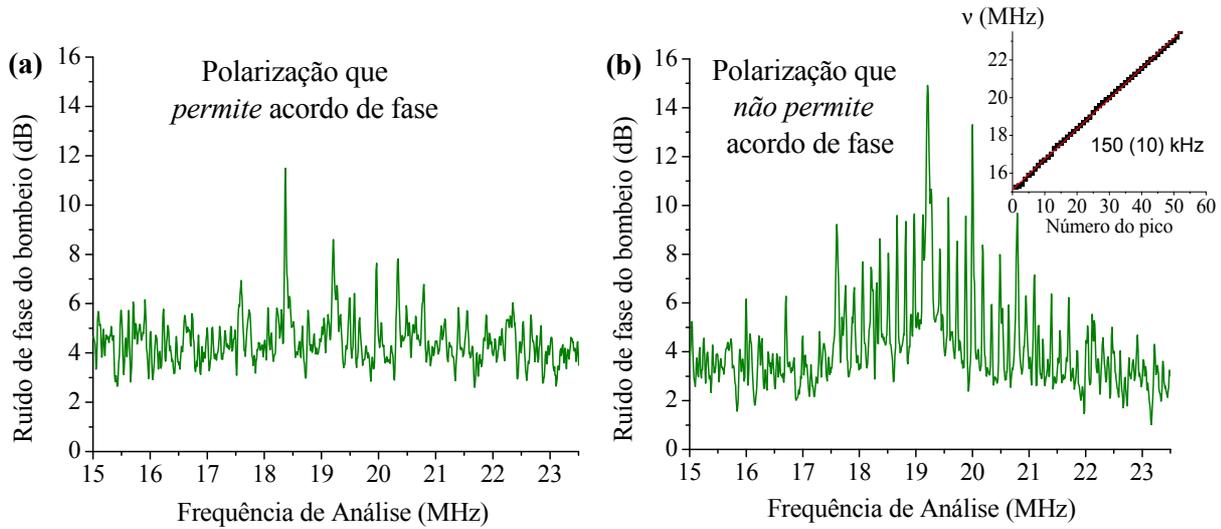


Figura 4.17: Ruído de fase do feixe de bombeio em função da frequência de análise. Medidas feitas com OPO ressonante para o bombeio porém sem oscilação paramétrica. Potência de bombeio igual à de limiar (70 mW). Observa-se uma estrutura de picos que têm separação regular em torno de 150(10) kHz. Publicado em [Cassemiro 2007b].

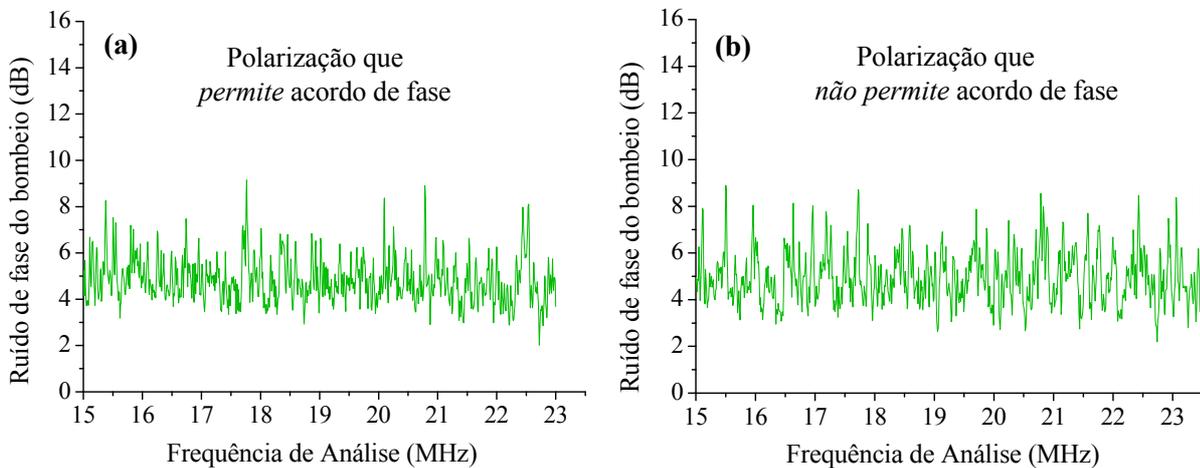


Figura 4.18: Ruído de fase do feixe de bombeio em função da frequência de análise. Medidas feitas com OPO ressonante para o bombeio porém sem oscilação paramétrica. Situação análoga à apresentada na figura 4.17, exceto por uma mudança do cristal não-linear utilizado: o cristal fornecido pela empresa *Raicol* foi trocado por um fornecido pela empresa *Litton*. Potência de bombeio igual à de limiar (100 mW). A estrutura de picos vista anteriormente não ocorre de modo evidente.

4.5. RUÍDO ESPÚRIO NO OPO

o grupo de G. Leuchs, da Universidade de Erlangen-Nürnberg (Alemanha), com quem estabelecemos uma colaboração recentemente.

Uma outra tentativa, também *ad hoc*, de inserir o ruído espúrio no modelo teórico do OPO foi realizada pelo grupo de K. Peng [Wang 2008]. A idéia deles consiste, basicamente, em seguir nossa proposta de que seja um fenômeno relacionado a um índice de refração não-linear. Deste modo, eles acrescentaram um termo de flutuação $\varepsilon \delta q_0$ na expressão para a evolução temporal de δq_0 [parte imaginária da equação (3.1.17)], sendo ε um parâmetro livre relacionado à quantidade de ruído espúrio. Analisando a expressão para o ruído na fase da soma dos gêmeos ($S_{\hat{q}_{12}^+}$), mostra-se que o termo ε aparece multiplicado pela transmissão dos espelhos do OPO (T para os feixes gêmeos e T_0 para o bombeio), ou seja, o ruído espúrio depende das finesses da cavidade.

As soluções analíticas [equações (3.1.58)–(3.1.61)] que apresentamos para a evolução dos feixes gerados no OPO podem ser adaptadas a este modelo fazendo as simples modificações:

$$\xi_{p,q} \rightarrow \xi_{p,q}' \quad \kappa_{p,q} \rightarrow \kappa_{p,q}' \quad \vartheta_{p,q} \rightarrow \vartheta_{p,q}' \quad (4.5.2)$$

em que as substituições consistem simplesmente em acrescentar o termo ε aos seguintes denominadores (que aparecem nas definições de $\xi_{p,q}$, $\kappa_{p,q}$ e $\vartheta_{p,q}$)

$$[\gamma'_0 + 2i\gamma'\Omega'] \rightarrow [(\gamma'_0 - \varepsilon) + 2i\gamma'\Omega']. \quad (4.5.3)$$

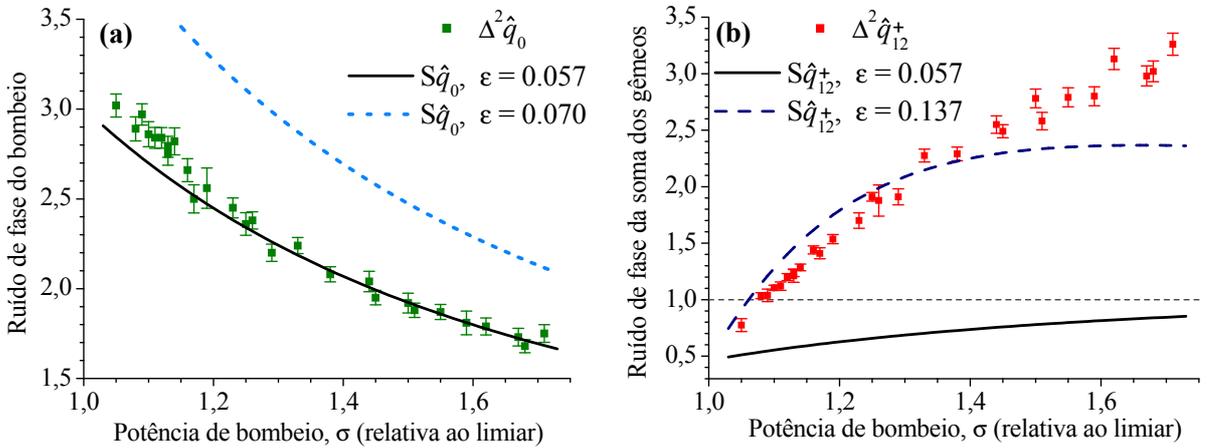


Figura 4.19: Aplicação do modelo teórico proposto pelo grupo de K. Peng. Em (a) obtemos um bom ajuste ao ruído de fase do bombeio utilizando $\varepsilon = 0,057$. Em (b) vemos que não é possível obter mesmo ajuste, e com mesmo valor de ε , para $\Delta^2 \hat{q}_{12}^+$.

Usando as equações (3.1.63) e (3.1.65) obtemos tanto $S_{\hat{q}_{12}^+}$ quanto $S_{\hat{q}_0}$. Mostramos na figura 4.19 o comportamento destes ruídos em função de σ utilizando este novo modelo. Assim como em nosso modelo *ad hoc*, é possível encontrar um bom acordo com $\Delta^2 \hat{q}_0$, obtido com $\varepsilon = 0,057$. No entanto, um acordo qualitativo com o ruído medido

$\Delta^2 \hat{q}_{12}^+$ somente ocorre para baixas potências de bombeio e com outro valor de parâmetro, $\varepsilon = 0,137$. Além disto, este modelo não traz qualquer mudança ao comportamento dos ruídos na quadratura amplitude e em $\Delta^2 \hat{q}_{12}^-$, que como vimos também se apresentam diferentemente do previsto. Sendo assim, o problema de fazer previsões sobre o sistema continua em aberto.

Conforme vimos, comparando os resultados obtidos com OPO (I) e OPO (II), o aumento da largura de banda da cavidade do OPO para o feixe de bombeio mostrou-se eficaz em diminuir o excesso de ruído medido em $\Delta^2 \hat{q}_0$, mas não reduziu o efeito (espúrio) sobre os feixes gêmeos, o que especulamos estar relacionado ao aumento da potência de limiar. Acreditamos que este fenômeno, o ruído espúrio gerado pelo cristal não-linear, deva ser por si um objeto de estudo, necessitando de uma análise mais profunda de suas características para poder ser incorporado ao modelo do OPO. Faz-se necessário verificar seu comportamento em função das larguras de banda da cavidade do OPO (tanto para o bombeio quanto para os gêmeos) e potência de limiar, o que implica em montar diversos OPO's com características distintas. Além disto, seria interessante verificar se as estruturas, vistas nas medidas de $\Delta^2 \hat{q}_0$ em função da frequência de análise, também aparecem nos espectros de ruído dos feixes gêmeos.

Acreditamos que este problema deva ser em breve solucionado. Além de buscar um OPO com menor potência de limiar, consideramos também a hipótese de utilizar um laser de bombeio com comprimento de onda em torno de 800 nm. Neste caso, sabemos haver menor efeito de absorção pelo cristal, o que deve reduzir consideravelmente o ruído espúrio. Mesmo com este efeito presente, observamos correlações tripartites entre os feixes, comprovando o caráter quântico do sistema conjunto. Com estes resultados, discutimos uma interessante aplicação fazendo uso do emaranhamento bipartite entre os feixes gêmeos, com possível extensão ao caso tripartite. Mostraremos a seguir resultados preliminares sobre a realização de um protocolo de distribuição quântica de chaves.

4.6 Aplicação: Distribuição de chaves em Criptografia

Distribuição de chave quântica (em inglês QKD) permite que duas pessoas, usualmente chamadas na literatura de Alice e Bob, compartilhem uma chave secreta de modo a criptografar dados a serem enviados por um canal público. Uma introdução a este assunto, assim como a discussão sobre diferentes protocolos podem ser encontradas nas referências [Gisin 2002, Braunstein e van Loock 2005, Cerf 2007, Lo 2007]. Uma possibilidade de implementação de QKD em variáveis contínuas é justamente fazer uso de estados emaranhados como os produzidos no OPO [Silberhorn 2002].

A idéia consiste, basicamente, em manter cada qual dos feixes gêmeos sob posse de

4.6. APLICAÇÃO: DISTRIBUIÇÃO DE CHAVES EM CRIPTOGRAFIA

Alice ou Bob. Estes realizam medidas síncronas das quadraturas de seu feixe, produzindo uma fotocorrente. A escolha sobre qual quadratura medir, amplitude ou fase, é feita por cada um deles de forma aleatória e independente. Para gerar a chave, Bob envia sua fotocorrente a Alice, que soma ou subtrai os resultados das medidas nos feixes sinal e complementar. Ela então verifica em quais medidas há correlação quântica (resultado da soma ou subtração inferior a shot-noise), e comunica ao Bob (publicamente) quais são estes dados. Descartando os dados sem correlação, a chave é formada atribuindo, por exemplo, o bit 0 para medida de amplitude e o bit 1 para medida de fase. Alice possui informação sobre as escolhas de quadratura realizadas por Bob pois somente há squeezing na soma das fotocorrentes caso ambos tenham medido fase, e na subtração caso tenham escolhido amplitude.

Para implementar este protocolo utilizamos dois geradores de números aleatórios (independentes), de modo a selecionar para cada feixe (sinal e complementar) a quadratura do campo a ser medida. Isto é feito injetando o sinal do gerador em um sistema de lock-in, que por sua vez seleciona a dessintonia da cavidade de análise. As cavidades levam cerca de 2 ms para trocar de uma dessintonia para outra (realizada via tensão no PZT), o que leva a uma taxa máxima de 500 bits/s na distribuição da chave. Levando em conta que adquirimos 3 mil pontos para calcular a variância, o que leva 5 ms, temos neste experimento uma taxa máxima de 140 bits/s. Como a chance de que Bob e Alice meçam a mesma quadratura é de 50%, a taxa de transmissão deve ainda ser diminuída de um fator dois.

O resultado preliminar desta implementação é mostrado na figura 4.20. Realizamos um total de 100 medidas, com potência de bombeio $\sigma \approx 1,08$. Cada intervalo de medida foi realizado em 15 ms, dentro do qual foram medidos três valores de variância; a média destes e incerteza estimada é o que se mostra na figura. Os círculos vermelhos correspondem à subtração das fotocorrentes, enquanto os quadrados pretos, à soma. A compressão de ruído na soma das fases e subtração das amplitudes dos feixes gêmeos é da ordem de 30%, diferindo dos valores previamente obtidos devido a dificuldades técnicas em acessar exatamente as dessintonias $|\Delta| = 0,5$ e $|\Delta| \gg 3$ de modo eficiente.

Quando quadraturas diferentes são medidas, as fotocorrentes da soma e subtração F_{\pm} têm um valor igual a aproximadamente duas vezes o shot-noise, e correspondem a $F_{\pm} = (\Delta^2 \hat{p}_j + \Delta^2 \hat{q}_k)/2 \pm C_{\hat{p}_j \hat{q}_k}$. Portanto a assimetria observada entre os sinais é um indicativo de uma pequena dessintonia no OPO, ou seja $C_{\hat{p}_j \hat{q}_k} \neq 0$.

Do total de medidas, 42 mostram correlação quântica, das quais 23 provêm de medidas da quadratura amplitude e 19, da fase. Pode-se ver que alguns pontos aparecem em regiões que deveriam estar vazias, o que ocorre devido a imperfeições experimentais na troca de quadraturas. Considerando um limiar de 10% de compressão de ruído para que um dado possa ser considerado válido, a chave aleatória gerada neste experimento seria ‘101000100101100001110011101000011110010100’, sendo a taxa final de transmissão de

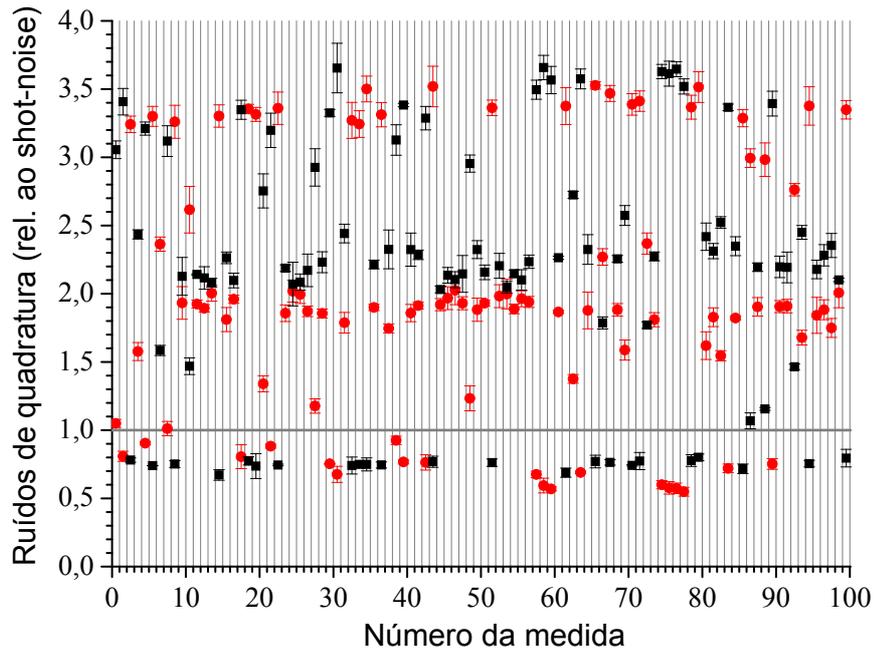


Figura 4.20: Ruído na diferença (círculos vermelhos) e na soma (quadrados pretos) das fotocorrentes de Alice e Bob. São apresentadas 100 medidas aleatórias de quadratura dos campos. Para a realização de cada medida foram necessários 15 ms.

28 bits/s.

Os próximos passos nesta direção seriam, além de aperfeiçoar a técnica de medida de modo a se obter uma melhor taxa de transmissão, averiguar questões relativas à segurança do sistema. Por exemplo, queremos verificar se existem benefícios ligados a inclusão do feixe de bombeio, que tem correlações quânticas com sinal e complementar, na distribuição da chave.

*** **

Concluindo, a análise dos diversos ruídos realizados neste capítulo constituem uma primeira etapa em direção a observação de emaranhamento tripartite. Nossos resultados mostram a presença de correlações quânticas tripartites e fornecem indicativos sobre as possíveis estratégias a serem adotadas em experimentos futuros.

Nos dois capítulos seguintes apresentaremos outras aplicações que podem ser realizadas uma vez detetado o emaranhamento. No capítulo 5 mostramos teoricamente, utilizando o critério PPT, a possibilidade de geração de estados multipartites emaranhados, pelo uso de vários OPOs em cadeia. No capítulo 6 discutimos a possibilidade de realizar experimentos via a interação da luz não-clássica gerada no OPO com uma amostra atômica. Neste sentido, dispomos de parte do instrumental técnico necessário, sendo reportada a construção de um laser de Ti:safira.

Capítulo 5

Emaranhamento Escalável

A realização de protocolos em Informação Quântica exige em geral a obtenção de emaranhamento entre diversos sistemas físicos [Nielsen e Chuang 2000]. Por exemplo, a manipulação da estrutura (distribuição) do emaranhamento, entre as diversas partes, permite a realização de computação de via única (*one-way quantum computation*) [Raussendorf 2001, Menicucci 2006] e garante maneiras de transmissão segura de informação [Lance 2004, Gaertner 2007]. Além disto, o uso de emaranhamento multipartite abre novas possibilidades, tais como uma maior violação de desigualdades tipo-Bell [Mermin 1990].

A maneira mais comum de se gerar emaranhamento multipartite, em variáveis contínuas, utiliza a interferência de campos com compressão de ruído. Até o momento, isto foi realizado no máximo com quatro feixes, gerados em um amplificador paramétrico OPA [Su 2007]. Do ponto de vista de aplicações, vale mencionar a realização do teletransporte de emaranhamento (*entanglement swapping*), usando como fonte de “feixes-EPR” dois OPAs distintos [Jia 2004], e o teletransporte de um estado quântico por uma rede (*quantum teleportation network*) composta de três partes, que compartilham um estado emaranhado tripartite [Yonezawa 2004].

Apresentamos neste capítulo uma maneira alternativa de gerar emaranhamento multipartite, sem a necessidade de se realizar a interferência entre os campos [Pfister 2004, He 2007]. Vamos analisar a situação em que um OPO (chamado “OPO B”) é injetado com o feixe de bombeio refletido por outro OPO (“OPO A”). Esta situação está esquematizada na figura 5.1.

Conforme veremos, o sistema apresenta emaranhamento pentapartite e os feixes gêmeos produzidos no último OPO apresentam-se emaranhados aos gêmeos do primeiro. O feixe de bombeio atua como um distribuidor de emaranhamento: acoplando vários OPOs em cadeia, podemos produzir uma cascata de feixes gêmeos emaranhados. Note que, mais uma vez, existe a possibilidade de emaranhamento multicolor. Além dos feixes gêmeos de um único OPO poderem ter frequências distintas, os diversos pares gerados também o podem via a manipulação do cristal não-linear de cada cavidade.

O sistema pentapartite, gêmeos gerados no OPO A (índice 1_A e 2_A) mais gêmeos do

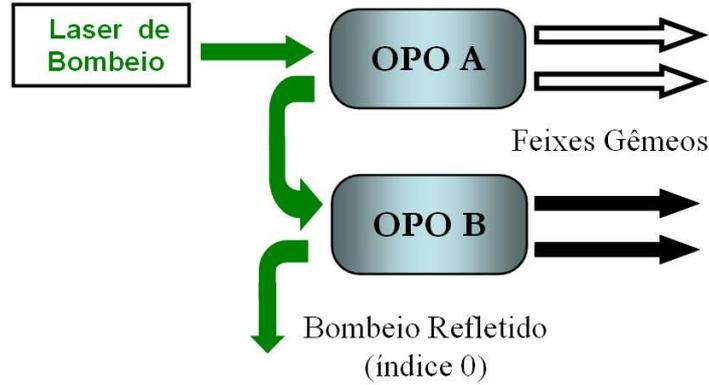


Figura 5.1: Esquema do sistema considerado. Dois OPOs são bombeados em cadeia, gerando emaranhamento pentapartite, que pode ser escalável para N feixes.

OPO B (índice 1_B e 2_B) e bombeio por este refletido (índice 0), será analisado utilizando o critério de emaranhamento PPT. Para tanto, precisamos calcular os elementos da matriz de covariância dos dois OPOs acoplados, o que é feito a seguir.

5.1 Descrição do sistema

As equações dinâmicas que descrevem ambos os OPOs têm estrutura idêntica, dadas pelas expressões (3.1.17)–(3.1.19). A única diferença entre elas é que, no caso do OPO A, o bombeio é proveniente de um laser (externo) com amplitude α_0^{in} ; no caso do OPO B, a amplitude do bombeio é dada pelo feixe refletido em A, p_0^{outA} [equação (3.1.32)].

Como a conversão paramétrica de fótons é intensificada conforme a potência de bombeio incidente (P^{in}) aumenta, a potência do feixe de bombeio refletido pelo primeiro OPO (P_0^{outA}) decresce em função da mesma (figura 5.2). Portanto, devemos escolher um OPO B com potência de limiar (P_{lim}^B) inferior à do OPO A (P_{lim}^A), de modo a garantir que ocorra oscilação paramétrica no segundo OPO. Definimos as seguintes potências de bombeio relativas ao limiar, $\sigma_A \equiv P^{in}/P_{lim}^A$ e $\sigma_B \equiv P_0^{outA}/P_{lim}^B$, relacionadas pela expressão [veja equações (3.1.15) e (3.1.32)]

$$\sigma_B = \left(\sqrt{\sigma_A} - 2 \frac{\gamma_0^A}{\gamma_0^{JA}} \right)^2 \frac{P_{lim}^A}{P_{lim}^B}. \quad (5.1.1)$$

Conforme veremos, a relação entre as potências de limiar dos OPOs A e B é um dos parâmetros mais relevantes na estrutura do emaranhamento, ou seja, na maneira como este se distribui entre os feixes.

Com relação às flutuações do OPO B, podemos aplicar diretamente as equações (3.1.50) e (3.1.51) para obter $\delta\hat{p}_-^B$ e $\delta\hat{q}_-^B$, já que o subespaço da subtração dos feixes gêmeos é desacoplado do subespaço da soma e do bombeio. No caso destes últimos ¹, utilizamos

¹Consideraremos ambos os OPOs em dessintonia nula, o que simplifica a análise do problema uma vez

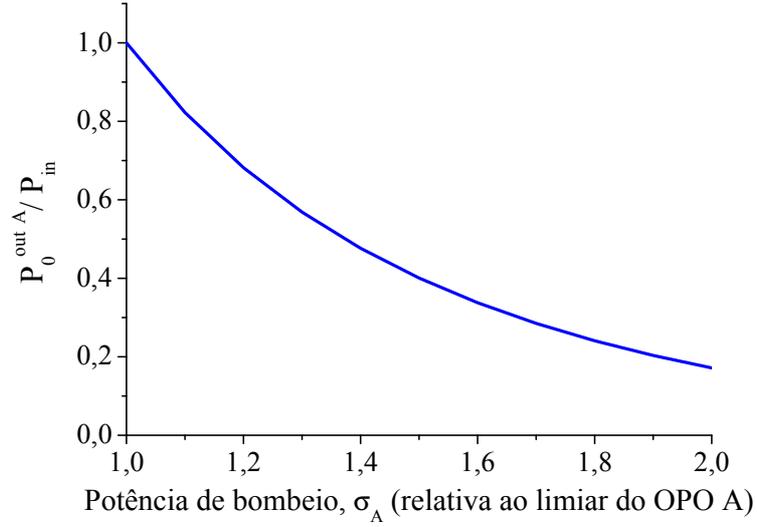


Figura 5.2: Porcentagem da potência do feixe de bombeio refletido no OPO A ($P_0^{out A}$), relativa à potência incidente (P_{in}^{in}), em função de P_{in}^{in} (em unidades da potência de limiar deste OPO). Considerou-se um OPO ideal, $\gamma_0^A = \gamma_0^A$.

as equações (3.1.54)–(3.1.57), mas realizando a seguinte substituição: $\{\delta\hat{p}_0^{in}, \delta\hat{q}_0^{in}\} \rightarrow \{\delta\hat{p}_0^A, \delta\hat{q}_0^A\}$. Deste modo, esperamos que as flutuações quânticas do feixe de bombeio refletido no OPO A ($\delta\hat{p}_0^A$ e $\delta\hat{q}_0^A$) sejam parcialmente transferidas para os feixes gêmeos do OPO B.

Finalmente, definimos a seguinte matriz de covariância do sistema completo $V = \langle \delta\vec{x}_c^T \delta\vec{x}_c \rangle$, com

$$\delta\vec{x}_c = (\delta\hat{p}_1^A, \delta\hat{q}_1^A, \delta\hat{p}_2^A, \delta\hat{q}_2^A, \delta\hat{p}_1^B, \delta\hat{q}_1^B, \delta\hat{p}_2^B, \delta\hat{q}_2^B, \delta\hat{p}_0, \delta\hat{q}_0). \quad (5.1.2)$$

Podemos agora aplicar o critério PPT.

5.2 Análise do emaranhamento pentapartite

Para demonstrar a não separabilidade entre os feixes é suficiente mostrar que todas as possíveis bipartições ($j \times k$) do sistema estão emaranhadas, o que é feito transpondo os modos do campo j sem alterar os modos k , ou seja realizando a transposição parcial da matriz de covariância (5.1.2). Como estamos lidando com um sistema pentapartite, analisamos as bipartições do tipo (1×4) , transpondo somente o subespaço de um dos feixes, e (2×3) , transpondo o subespaço de dois dos feixes. Dadas as matrizes de covariância resultantes destas operações $\tilde{V}^{(j)}$, calculamos os respectivos autovalores simpléticos $\{\tilde{\nu}^{(j)}\}$ e verificamos se há violação da desigualdade que define um sistema separável, $\tilde{\nu}^{(j)} < 1$ [equação (2.1.13)], em que $\tilde{\nu}^{(j)}$ é o menor dos autovalores simpléticos da matriz $\tilde{V}^{(j)}$.

que podemos utilizar as soluções analíticas.

Vamos inicialmente fixar os seguintes parâmetros para o OPO A e OPO B: transmissões pelos espelhos ², $T_0^A = 10\%$, $T^A = 2\%$ e $T_0^B = 8\%$, $T^B = 1,5\%$ e relação entre limiares, $P_{lim}^B/P_{lim}^A = 0,45$. Além disto, analisaremos inicialmente o sistema ideal, sem perdas espúrias. A frequência de análise será fixada em $\nu' = 0,1$ (relativa à largura de banda do OPO A). Posteriormente veremos como otimizar a escolha destes parâmetros.

Começamos investigando as bipartições do tipo (1×4) . Realizando a transposição parcial com relação a um dos feixes convertidos, obtemos $\tilde{\nu}^{(1A)}, \tilde{\nu}^{(2A)}, \tilde{\nu}^{(1B)}, \tilde{\nu}^{(2B)} \ll 1$. Este resultado é esperado, já que cada feixe convertido se encontra fortemente emaranhado ao seu gêmeo, portanto com o subsistema composto pelos demais feixes. A transposição do subespaço do feixe de bombeio fornece o autovalor simplético $\tilde{\nu}^{(0)} < 1$, cujo comportamento em função da potência de bombeio σ_A é mostrado na figura 5.3 (quadrados cheios). Vemos que este feixe também apresenta-se fortemente emaranhado aos pares de gêmeos. Resta agora checar as transposições no segundo tipo de bipartição: (2×3) . Neste caso,

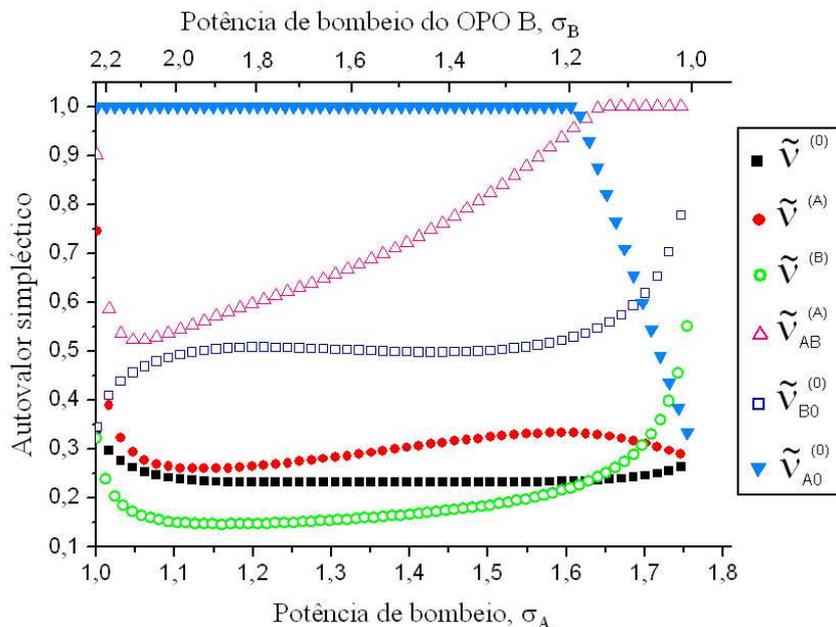


Figura 5.3: Menores autovalores simpléticos obtidos via a operação de transposição parcial de uma dada partição de V . O subespaço transposto é indicado pelo índice sobrescrito. A presença de índice subscrito indica que foi considerado um espaço reduzido, obtido pela operação de traço parcial. Valor inferior a um indica emaranhamento entre o subespaço transposto e o subespaço restante. A potência de bombeio do OPO B (σ_B , eixo horizontal superior) está relacionada à potência σ_A (eixo horizontal inferior) através da expressão (5.1.1). Foram utilizados os parâmetros: $\gamma^A = 0,05$, $\gamma_0^A = 0,01$, $\gamma^B = 0,0075$, $\gamma_0^B = 0,04$, $\nu' = 0,1$ e $P_{th}^B/P_{th}^A = 0,45$. Publicado em [Cassemiro 2008].

basta considerarmos as bipartições (gêmeos A \times demais feixes) e (gêmeos B \times demais

²O acoplamento com o feixe de bombeio é dado pelo espelho de entrada, de transmissão T_0 , e com os feixes gêmeos pelo espelho de saída, de transmissão T .

5.2. ANÁLISE DO EMARANHAMENTO PENTAPARTITE

feixes), pois em qualquer outro tipo de bipartição os feixes gêmeos de um mesmo OPO são separados em partições distintas, resultando trivialmente em emaranhamento. A transposição do subespaço A resulta em $\tilde{\nu}^{(A)} < 1$ (círculos cheios) e de B em $\tilde{\nu}^{(B)} < 1$ (círculos abertos). No caso limite em que apenas um dos OPOs pode oscilar vemos que $\tilde{\nu}^{(0)} \rightarrow \tilde{\nu}^{(A)}$ (quando $\sigma_B \rightarrow 1$) e que $\tilde{\nu}^{(0)} \rightarrow \tilde{\nu}^{(B)}$ (quando $\sigma_A \rightarrow 1$), conforme esperado, segundo os resultados de emaranhamento tripartite (seção 3.2). Estes resultados são suficientes para provar a existência de **emaranhamento pentapartite genuíno** ³.

Todos estes autovalores simpléticos diminuem, aumentando o grau de emaranhamento ⁴, na medida em que a frequência de análise tende a zero ($\nu' \rightarrow 0$), mas não mudam apreciavelmente com outros parâmetros experimentais. Deste modo, o emaranhamento pentapartite obtido mostra-se robusto.

Vale mencionar que, em frequência de análise nula ($\nu' = 0$), o valor de $\tilde{\nu}^{(A)}$ é idêntico ao obtido pela transposição do bombeio quando existe apenas um OPO (chamado de $\tilde{\nu}^{(0)}$ no capítulo 3.2). Ou seja, o emaranhamento original entre os feixes gêmeos do OPO A e feixe de bombeio refletido pelo mesmo é transferido para os feixes “bombeio + gêmeos OPO B”. No entanto, conforme ν' aumenta o emaranhamento do sistema diminui, e esta constatação intuitiva deixa de ser válida.

Podemos analisar agora como o emaranhamento se distribui entre os subsistemas de feixes. Por exemplo, vejamos se os pares de gêmeos estão emaranhados entre si quando considerados isoladamente, ou se o emaranhamento visto anteriormente (via $\tilde{\nu}^{(A)} < 1$ e $\tilde{\nu}^{(B)} < 1$) só persiste quando tem-se conjuntamente o bombeio. Isto é feito calculando os autovalores simpléticos da matriz de covariância reduzida de interesse.

Realizando a operação de traço parcial sobre o bombeio obtemos a matriz de covariância reduzida V_{AB} , que caracteriza o subsistema contendo os pares de feixes gêmeos. Seu menor autovalor simplético, transpondo-se os gêmeos do OPO A, é denotado por $\tilde{\nu}_{AB}^{(A)}$. Vemos na figura 5.3 (triângulos abertos) que $\tilde{\nu}_{AB}^{(A)} < 1$ para $\sigma_A \lesssim 1,65$, comprovando que os **pares de gêmeos se encontram emaranhados** independentemente do resto do sistema. Assim, o bombeio efetivamente *conecta* os feixes convertidos dos diferentes OPOs. Conforme a potência de bombeio aumenta, aproximando-se do limiar de operação do OPO B, tem-se $\tilde{\nu}_{AB}^{(A)} = 1$ e os pares de feixes passam a ser separáveis ⁵.

³A atribuição de que o emaranhamento obtido é *genuíno* vem do fato de que o sistema considerado é puro [Braunstein e van Loock 2005]. A definição de pureza foi estabelecida na seção 1.3.1

⁴Conforme vimos na seção 2.1.2, os autovalores simpléticos estão relacionados a *negatividade logarítmica*, podendo ser utilizados para quantificar emaranhamento. Quanto menor $\tilde{\nu}^{(j)}$ maior é o grau de emaranhamento envolvido.

⁵Neste caso estamos analisando uma bipartição do tipo (2×2) que, pela simetria existente entre feixes sinal e complementar, pode ser reduzido a uma bipartição efetiva do tipo (1×1) [Serafini 2006], em que o critério é necessário e suficiente.

Vejam os demais sistemas reduzidos V_{B0} (que exclui os feixes gêmeos do OPO A) e V_{A0} (que exclui os feixes gêmeos do OPO B), para averiguar se o bombeio está emaranhado com os feixes convertidos de um único OPO. Realizando a transposição parcial com relação ao feixe de bombeio, em cada subsistema, obtemos $\tilde{\nu}_{B0}^{(0)} < 1$ (quadrados abertos) e $\tilde{\nu}_{A0}^{(0)}$ (triângulos cheios). No primeiro caso, temos um sistema emaranhado e observamos que $\tilde{\nu}_{B0}^{(0)} \rightarrow 1$ conforme nos aproximamos do limiar do OPO B ($\sigma_B \rightarrow 1$), comportamento análogo ao de $\tilde{\nu}^{(0)}$ para um único OPO (figura 3.9). Portanto, o bombeio refletido sempre se encontra emaranhado aos gêmeos do OPO B. No segundo caso, o sistema só apresenta emaranhamento quando a potência de bombeio é tal que o OPO B encontra-se próximo ao limiar de oscilação.

Estes resultados indicam que o emaranhamento entre os feixes gêmeos do OPO A e o bombeio, anteriormente à interação como o OPO B, é fortemente convertido em um emaranhamento entre os pares de feixes gêmeos. Além disto, surge um emaranhamento entre o bombeio e feixes gêmeos do último OPO, o que propicia o escalonamento do processo. Por outro lado, conforme nos aproximamos da potência de limiar do OPO B ($\sigma_A \gtrsim 1,6$), o

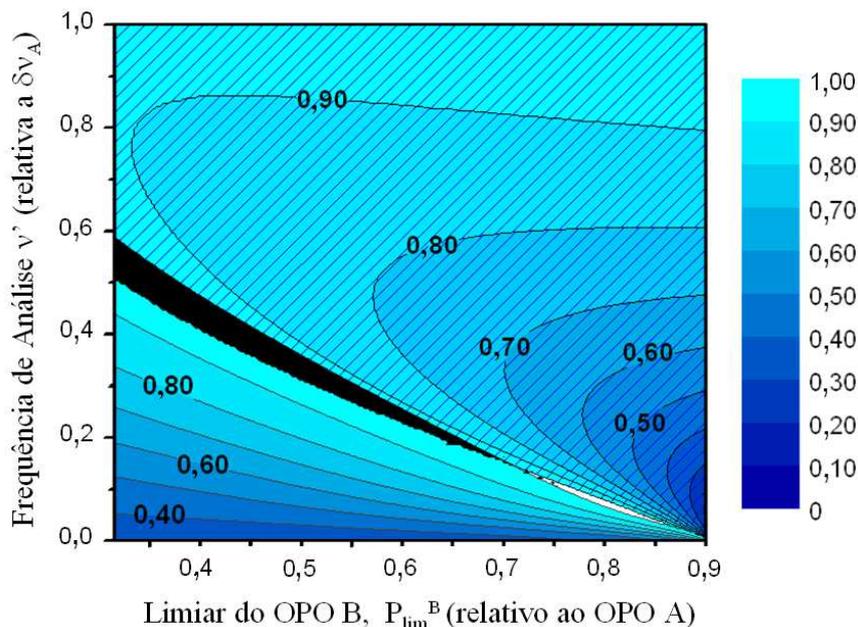


Figura 5.4: Mapa de densidade mostrando o menor autovalor simplético, obtido pela transposição do par de gêmeos do OPO A, nos seguintes sistemas reduzidos: “bombeio–gêmeos A” (região com padrão) e “gêmeos A – gêmeos B” (região sem padrão). Tons mais escuros significam maior grau de emaranhamento. Alterando a frequência de análise ν' e a relação entre limiares, a estrutura do emaranhamento pode ser controlada. Na pequena região em preto, existe uma coexistência $\tilde{\nu}_{B0}^{(0)} \approx \tilde{\nu}_{AB}^{(A)} \approx 0,90$, porém com baixo grau de emaranhamento. Consideramos potência de bombeio $\sigma_A = 1,1$. Publicado em [Cassemiro 2008].

bombeio recupera o emaranhamento com os feixes gêmeos de A, porém os pares de gêmeos

5.2. ANÁLISE DO EMARANHAMENTO PENTAPARTITE

deixam de ser emaranhados. Estes permanecem, no entanto, indiretamente conectados, dado o emaranhamento que possuem (cojuntamente) com o bombeio ($\tilde{\nu}^{(0)}$ – quadrados fechados).

Deste modo, dependendo da escolha de parâmetros experimentais que se faça, obtém-se $\tilde{\nu}_{AB}^{(A)} < 1$ e (ou) $\tilde{\nu}_{B0}^{(0)} < 1$. Mostramos na figura 5.4 o valor destes autovalores simpléticos em função da frequência de análise ν' e da relação entre limiares P_{lim}^A/P_{lim}^B , para uma potência de bombeio fixa $\sigma_A = 1, 1$. Na região “sem padrão” observamos emaranhamento entre os pares de feixes gêmeos, que é mais intenso (tons escuros) conforme a frequência de análise diminui. O autovalor simplético $\tilde{\nu}_{AB}^{(A)}$ diminui lentamente conforme a relação P_{lim}^A/P_{lim}^B aumenta.

Já na região tracejada, observamos que os valores de $\tilde{\nu}_{B0}^{(0)}$ se alteram apreciavelmente tanto com ν' quanto com a relação entre limiares. A situação de máximo emaranhamento é encontrada quando os OPOs têm limiares próximos $P_{lim}^A/P_{lim}^B \rightarrow 1$ e para tempos longos $\nu' \rightarrow 0$ (porém quando a frequência ν' é estritamente nula, tem-se $\tilde{\nu}_{B0}^{(0)} = 1$). Existe ainda uma pequena região de coexistência para estes dois tipos de estrutura de emaranhamento (região preta), no entanto, com autovalores simpléticos próximos de um, $\tilde{\nu}_{B0}^{(0)} \approx \tilde{\nu}_{AB}^{(A)} \approx 0, 90$.

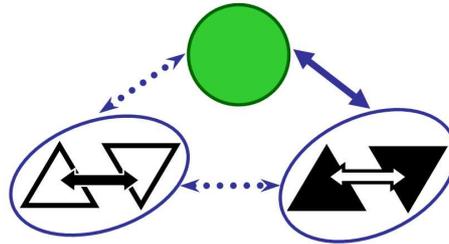


Figura 5.5: Representação pictórica da estrutura do emaranhamento pentapartite. Feixes gêmeos são representados pelos triângulos: brancos (gerados no OPO A), pretos (gerados no OPO B). O feixe de bombeio é representado pelo círculo verde. As flechas conectam modos emaranhados, segundo critério PPT; as flechas tracejadas são usadas para distinguir grupos que podem ser separáveis segundo a escolha específica que se faça de σ , Ω e P_{lim}^B . Publicado em [Casseiro 2008].

Na figura 5.5, mostramos uma visão pictórica da estrutura do emaranhamento pentapartite. Os feixes gêmeos são representados pelos triângulos pretos (OPO A) e brancos (OPO B), e o bombeio é representado pelo círculo verde. Subsistemas emaranhados estão conectados pelas flechas, que são tracejadas no caso em que o autovalor simplético pode, pela escolha dos parâmetros experimentais, deixar de indicar emaranhamento ($\tilde{\nu} > 1$).

Como um esclarecimento adicional, mencionamos também que o limiar do OPO pode ser selecionado tanto pela escolha de um cristal com características apropriadas quanto pelos espelhos da cavidade, já que a escolha particular da transmissão destes últimos não altera apreciavelmente os resultados apresentados.

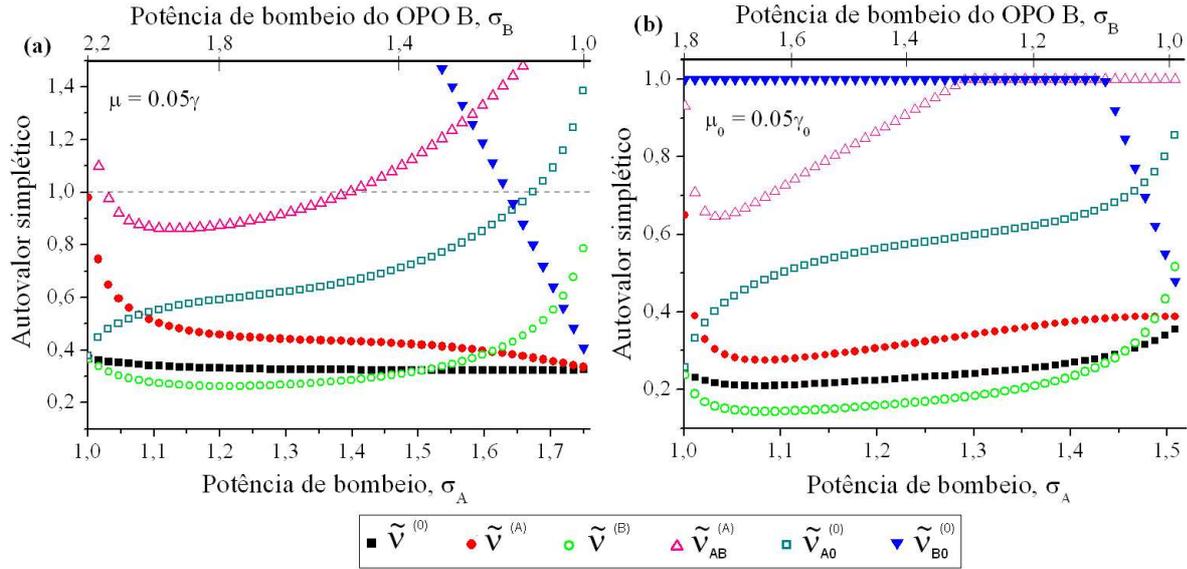


Figura 5.6: Análise dos autovalores simpléticos, em função da potência de bombeio, no caso em que se considera: **(a)** Perdas espúrias somente nos feixes gêmeos, sendo $\mu = 0,05\gamma$ nos dois OPOs; **(b)** Perdas espúrias somente nos feixes de bombeio, com $\mu_0 = 0,05\gamma_0$ para os dois OPOs. Os demais parâmetros utilizados são idênticos aos apresentados na figura 5.3.

Finalmente, verificamos que a inclusão de perdas espúrias ($\lesssim 0,05 \times \gamma, \gamma_0$) não mudam o comportamento qualitativo do sistema. Os autovalores simpléticos se tornam maiores, indicando a perda de correlações quânticas entre os feixes. Este resultado é mostrado na figura 5.6, em que foram utilizados parâmetros idênticos aos apresentados na figura 5.3, acrescentando uma perda espúria ao sistema. Consideramos perdas espúrias μ_j/γ_j idênticas nos dois OPOs, lembrando que as perdas totais são dadas por $\gamma' = \gamma + \mu$ no caso dos feixes convertidos e $\gamma_0' = \gamma_0 + \mu_0$ no caso do bombeio. No gráfico mostrado à esquerda, consideramos $\mu = 0,05\gamma$ e $\mu_0 = 0$ (perdas espúrias somente para os feixes gêmeos); já à direita, temos $\mu = 0$ e $\mu_0 = 0,05\gamma_0$ (perdas espúrias somente para os bombeios). O emaranhamento pentapartite persiste, apesar de surgir uma região de potência de bombeio em que tanto o emaranhamento entre os pares de gêmeos quanto o emaranhamento entre os feixes gêmeos do OPO A e o bombeio, deixam de existir ($\tilde{\nu}_{AB}^{(A)} > 1$ e $\tilde{\nu}_{A0}^{(0)} > 1$).

Na figura 5.7, mostramos o comportamento dos autovalores simpléticos em função da perda espúria, com potência de bombeio fixa em $\sigma_A = 1,1$. Novamente consideramos separadamente os casos de perda nos feixes convertidos e no bombeio. Vemos, no primeiro caso, um efeito quantitativo importante com relação à perda do grau de emaranhamento entre os feixes, especialmente no que concerne às correlações entre pares de gêmeos. Já no segundo caso, observamos que a principal consequência das perdas espúrias no bombeio consiste na diminuição da potência disponível para bombear o OPO B (conforme

5.2. ANÁLISE DO EMARANHAMENTO PENTAPARTITE

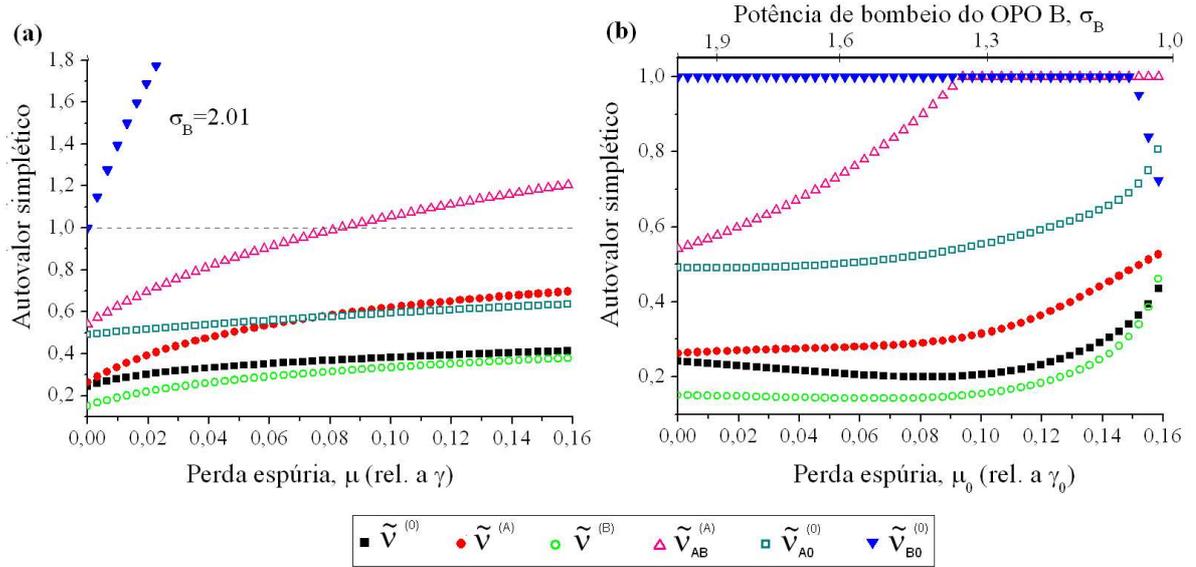


Figura 5.7: Análise dos autovalores simpléticos, em função de perdas espúrias. **(a)** Consideramos perdas somente nos feixes gêmeos; **(b)** somente nos feixes de bombeio. Além disto, a relação μ_j/γ_j é a mesma para os dois OPOs e fixamos a potência de bombeio, $\sigma_A = 1, 1$. Demais parâmetros utilizados são idênticos aos apresentados na figura 5.3.

equação 5.1.1), o que leva a uma redução efetiva do eixo horizontal (σ_A) da figura 5.6(b). Novamente, o autovalor simplético $\tilde{\nu}_{AB}^{(A)}$ é o mais afetado por estas perdas.

Concluindo, a única limitação para obter experimentalmente um sistema multipartite emaranhado está relacionada à perda de potência do feixe de bombeio após interação com diversos OPOs ⁶. Escolhendo elementos óticos de boa qualidade, e cristais do tipo PPKTP (que permitem ter um OPO com baixo limiar de oscilação), acreditamos ser factível produzir emaranhamento entre um grande número de feixes.

Como um esclarecimento, enfatizamos que o termo “escalável” é utilizado neste capítulo em um sentido amplo. Mostramos que o emaranhamento tripartite inicial pode ser distribuído entre diversos feixes, gerando um emaranhamento multipartite. O esquema é escalável no sentido de que as perdas envolvidas no processo crescem apenas linearmente com o número de OPOs empregados. Por outro lado, como se utiliza uma única fonte de energia (o feixe laser incidente no primeiro OPO) o processo de bombeamento em cadeia não se sustenta indefinidamente (embora seja possível acrescentar outro feixe laser que, via uma cavidade ótica, pode ter sua portadora central combinada ao ruído quântico

⁶Ressaltamos mais uma vez que a análise feita neste capítulo depende fortemente da geração de emaranhamento tripartite. Apesar das dificuldades experimentais encontradas, relacionadas à presença de um excesso de ruído espúrio, dados recentes fortalecem a indicação de que este possa ser solucionado. De fato, observou-se recentemente emaranhamento bipartite entre os feixes de bombeio e semente (segundo harmônico) após interação em um OPA [Grosse 2008].

do bombeio refletido por um OPO, aumentando a intensidade do último). Maiores detalhes sobre características desejáveis de um esquema escalável no sentido *estrito* podem ser lidas em [Cirac 2000, Duan 2001, Duan 2004].

Devido ao uso de um processo não-linear em vez de interferência na obtenção do emaranhamento multipartite, este esquema oferece a possibilidade de conectar diferentes sistemas físicos com aplicação em informação quântica, sendo bastante atrativo ao uso em comunicação quântica de longa distância [Jenkins 2007]. Neste sentido, conforme já mencionamos, meios atômicos são considerados uma excelente plataforma para a realização de uma memória quântica. Veremos no próximo capítulo como nosso sistema se insere neste contexto.

Capítulo 6

Integração entre luz não-clássica e átomos

Conforme mencionamos, a realização de diversos protocolos de informação quântica faz uso dos fótons, como meio de transferir a informação quântica entre os nós de uma rede (*quantum network*), e de átomos, como elementos de processamento e armazenagem desta [Briegel 1998, Nielsen e Chuang 2000]. Sendo assim, métodos que realizem uma conexão (transferência) coerente de um estado quântico de luz para átomos, e vice-versa, vêm sendo intensivamente explorados [Duan 2001, Blinov 2004, Matsukevich 2004, Sherson 2006, Choi 2008].

Existem diversos protocolos visando a realização de comunicação quântica a grandes distâncias [Jenkins 2007]. De modo geral, o uso de fótons nos comprimentos de onda de 1310 nm a 1550 nm faz-se bastante atrativo, dada a possibilidade de integração com as fibras óticas comercialmente usadas em telecomunicações. Por outro lado, é bastante comum utilizar amostras compostas por átomos alcalinos, que interagem com radiação em um comprimento de onda em torno de 800 nm.

Para conectar estes dois cenários, o protocolo de armazenamento de informação quântica descrito em [Lloyd 2006] propõe a geração direta de fótons gêmeos (via o processo de conversão paramétrica) em torno de 1550 nm que, após longa propagação, passam por um esquema de dobramento de frequência (*up-conversion*) [Huang 1992], finalmente interagindo com átomos contidos numa armadilha magneto-ótica. Na referência [Tanzilli 2005], mostra-se experimentalmente que o emaranhamento entre fótons de sinal (em 1555 nm) e complementar (em 712 nm), de fato persiste após a conversão de frequência. Numa proposta alternativa [Chanelière 2006], geram-se diretamente fótons gêmeos, cada qual em um dos comprimentos de onda de interesse (1550 nm e 800 nm), através de um processo de emissão atômica em cascata (emissão de dois fótons).

Podemos igualmente realizar um protocolo similar utilizando o emaranhamento tripartite existente no OPO. Utilizando um feixe de bombeio em torno de 800 nm obtém-se a geração de feixes gêmeos na banda de frequência de telecomunicações. No âmbito

de variáveis contínuas, o armazenamento quântico de luz foi demonstrado recentemente, num interessante experimento fazendo uso dos estados coletivos de uma amostra atômica macroscópica [Julsgaard 2004], além do teletransporte entre luz e matéria [Sherson 2006].

Seguindo uma outra vertente de trabalhos, o efeito de Transparência Eletromagneticamente Induzida (EIT) [Harris 1997], pode igualmente ser empregado em diversas aplicações [Fleischhauer 2005b]. A EIT é gerada pela interação coerente entre dois feixes, bombeio e sonda, e um sistema atômico de três níveis (sistema em Λ), conforme ilustrado na figura 6.1. Quando os dois campos se encontram ressonantes, ocorre uma interferência (quântica) entre os respectivos “caminhos” de absorção do feixe sonda, levando ao surgimento de uma estreita janela de transparência (com relação à dessintonia do mesmo) [Alzar 2002a]. Neste caso, dadas as relações de Kramers-Kronig [Jackson 1975], o meio também apresenta forte dispersão.

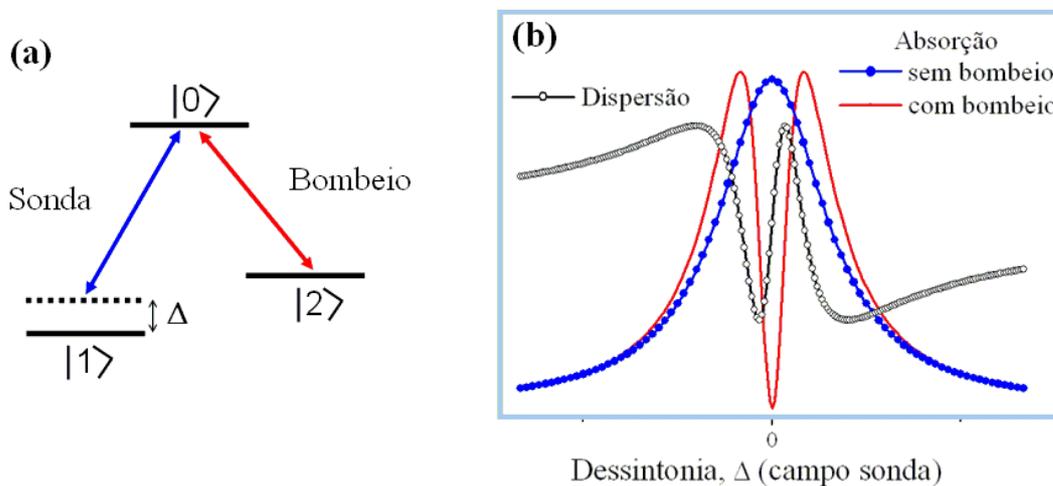


Figura 6.1: Esquema para realização de EIT. (a) Utiliza-se um sistema atômico de três níveis, dois fundamentais e um excitado (configuração Λ), sendo cada um dos níveis fundamentais acoplado ao nível superior por um campo, chamados de sonda e bombeio. (b) Quando ocorre interação somente com o feixe sonda observa-se o perfil de absorção dado pela curva “linha sólida + círculos fechados”. Adicionando o campo de bombeio surge uma janela de transparência na situação em que ambos os feixes estão ressonantes (curva contínua).

Esta última característica foi uma das primeiras consequências da EIT a ser investigada. Ela causa uma propagação luminosa em velocidades de grupo extremamente reduzidas [Harris 1992, Budker 1999, Hau 1999]. Este efeito pode ser usado como uma técnica para o armazenamento de informação [Lukin 2000b, Bajcsy 2003, Ginsberg 2007], além de prover uma maneira tecnicamente simples para realização de resfriamento de amostras atômicas [Morigi 2000] e proporcionar uma maior precisão no funcionamento de relógios atômicos óticos [Santra 2005]. Recentemente também foi demonstrado um esquema de conversão de frequência utilizando EIT [Vewinger 2007].

De maior relevância para nossos trabalhos, vale citar a previsão teórica da existência de emaranhamento entre os feixes bombeio e sonda após interação com átomos [Lukin 2000a, Alzar 2002b, Sinatra 2006, Dantan 2006, Barberis-Blostein 2007]. Do ponto de vista experimental, no entanto, existem poucos resultados com relação a este regime quântico. Em [Akamatsu 2004, Arikawa 2004] foi analisado o caso em que a interação é realizada com o feixe sonda possuindo compressão de ruído. Observou-se que, na janela de frequência em que ocorre EIT, a compressão é preservada. Posteriormente mostrou-se também haver conservação da compressão de ruído de um pulso, após ter sofrido propagação ultralenta [Akamatsu 2007]. Recentemente, o mesmo pulso de luz comprimido foi eficientemente armazenado e recuperado (memória quântica), também utilizando o efeito de EIT [Honda 2007].

Nestes experimentos, para gerar um feixe comprimido com frequência igual à da transição atômica, utiliza-se um laser de Ti:safira, cujo feixe é injetado em uma cavidade de dobramento. Esta produz um campo de frequência próxima ao azul, que é então utilizado como bombeio de um OPO (ou OPA), gerando os feixes sinal e complementar com frequência apropriada para interação atômica [Tanimura 2006, Hétet 2007]. Um breve histórico dos primeiros experimentos utilizando a interação da luz não-clássica, gerada em um OPO, com um sistema atômico é encontrado na referência [Polzik 1998].

Pretendemos realizar experimentos similares a estes, mas fazendo uso não somente de um feixe comprimido para interagir com os átomos como também do emaranhamento tripartite entre os feixes do OPO. O grupo já possui diversos resultados no estudo das flutuações dos campos bombeio e sonda interagindo com um sistema atômico na condição de EIT. Basicamente, foram realizados experimentos utilizando uma amostra de vapor de Rubídio (Rb) à temperatura ambiente ¹ e, para acessar a transição D_2 do ^{85}Rb ($\lambda = 780$ nm) [Steck], dois lasers de diodo independentes foram utilizados.

No trabalho inicial descrito em [Alzar 2003], verificou-se a presença de correlação entre os feixes sonda e bombeio após interação com os átomos. Uma análise posterior revelou uma dinâmica bastante rica, em que o sistema apresenta tanto correlação quanto anticorrelação, dependendo de parâmetros experimentais, tais como intensidades dos campos e frequência de análise [Cruz 2006].

Teoricamente, os resultados obtidos nestes experimentos foram modelados de modo bastante satisfatório [Felinto 2003, Aguirre Gómez 2004]. Utilizou-se um modelo semi-clássico em que o excesso de ruído de fase, presente nos lasers de diodo [Petermann 1991, Zhang T.C. 1995], é introduzido como uma flutuação estocástica [Gardiner 1991], de

¹Experimentos utilizando uma nuvem de átomos frios devem ser realizados em breve, assim que a montagem de uma armadilha magneto-ótica for finalizada. Nesta configuração a descrição teórica da interação entre os átomos e o campo quantizado torna-se mais simples.

modo a simular um processo de difusão de fase [Walser 1994]. As características dos dados observados no experimento estão intimamente relacionadas a este excesso de ruído de fase que, através da interação com o sistema atômico, é convertido em ruído de amplitude.

A mudança de comportamento, de correlação para anticorrelação, foi então identificada como uma competição entre os processos de EIT e ressonância Raman. No segundo caso, existe uma transição fechada (do tipo Λ), porém com dessintonia não-nula com relação à transição real. Sendo assim, o átomo interage com os campos via uma transição de dois fótons, em que o fóton absorvido de um campo é reemitido no outro, levando à observada anticorrelação ². Um estudo teórico mais detalhado mostrou também que, para ter uma melhor concordância entre os resultados experimentais e o modelo de difusão de fase, deve-se levar em conta não somente os três níveis da transição Λ como também os demais níveis hiperfinos Zeeman, não ressonantes [Cruz 2005].

As correlações medidas até o momento, possuindo origem clássica, não nos permitem realizar protocolos de informação quântica. Isto nos motivou a buscar uma fonte de luz coerente para bombear o sistema atômico.

Em colaboração com o grupo de Flávio C. Cruz (Universidade de Campinas, UNICAMP), construímos dois lasers de Ti:Safira, cujas características veremos adiante, assim como resultados preliminares de experimentos em Hanle-EIT.

6.1 Oscilação Laser

Um laser é obtido ao se aplicar uma excitação a um meio atômico (sistema amplificador) inserido numa cavidade ressonante [Grynberg 1997, Demtröder 2002]. Para obter a condição de oscilação, consideremos uma cavidade constituída por dois espelhos totalmente refletores, mais um terceiro espelho com coeficientes de reflexão e transmissão de intensidade respectivamente iguais a R e T , com $R + T = 1$ [figura 6.2(a)]. Supondo inicialmente um feixe de intensidade I_i , após uma volta na cavidade a intensidade será $I_i G_o R(1 - A)$, em que G_o é o coeficiente de amplificação (para um campo incidente de baixa intensidade) e A é um coeficiente de absorção, no qual todas as perdas espúrias do sistema são incluídas. Para iniciar a amplificação dos fótons de emissão espontânea a condição

$$G_o R(1 - A) > 1 \tag{6.1.1}$$

deve ser satisfeita. No limite em que $A, T \ll 1$ obtém-se

$$G_o - 1 > T + A, \tag{6.1.2}$$

da qual se observa que o ganho não saturado ($G_o - 1$) deve ser superior às perdas totais.

²Um trabalho similar (mas somente teórico), estuda o mesmo tipo de competição entre os processos de EIT e ressonância Raman, analisando o papel da densidade da amostra atômica [Agarwal 2006].

6.1. OSCILAÇÃO LASER

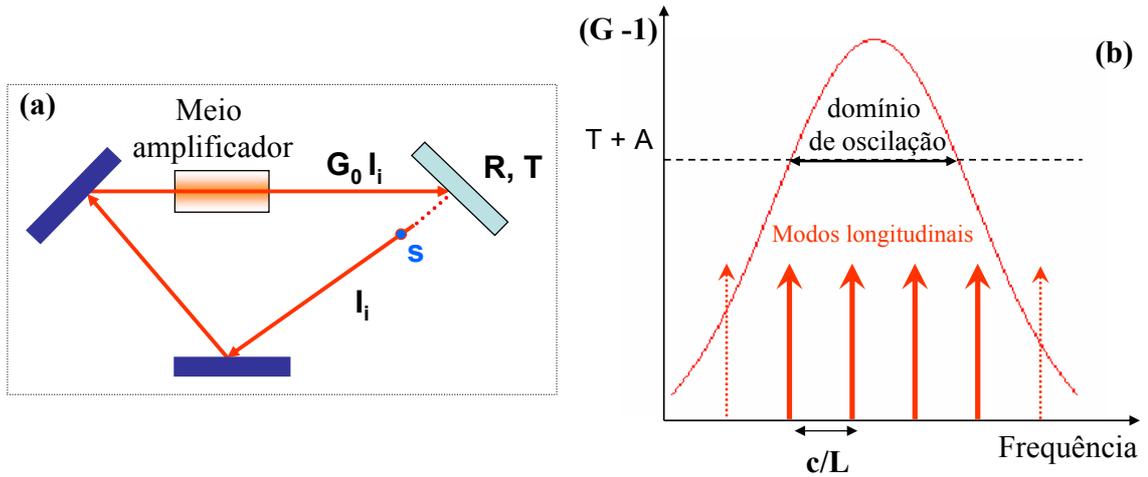


Figura 6.2: **(a)** Esquema de um laser constituído por um meio de ganho inserido em um cavidade (configuração em anel). São mostrados os valores de intensidade do campo (I) ao longo de uma volta. **(b)** Ganho $G(I)$ em função da frequência do campo. Todos os modos longitudinais, tais que $G(I) > T + A$, podem emitir luz laser.

Conforme a intensidade intracavidade do laser aumenta, atinge-se o estado estacionário em que o campo se reproduz identicamente a cada volta. Neste caso, considere $E_s(t) = E_0 \cos(\omega t + \phi)$ o campo na posição s mostrada na figura 6.2 e $E'_s(t) = \sqrt{R(1 - A)G(I)}E_0 \cos(\omega t + \phi - \psi)$ o campo após uma volta, com $\psi = 2\pi L/\lambda$ a defasagem acumulada (L é o comprimento ótico da cavidade). Dada a condição de equilíbrio $E_A(t) = E'_A(t)$, segue que

$$G(I) = \frac{1}{(1 - T)(1 - A)}, \quad (6.1.3)$$

ou seja, a intensidade do feixe laser intracavidade é tal que o ganho proporcionado pelo meio amplificador compensa exatamente as perdas internas, tal como na condição de limiar de oscilação. Além disto,

$$\psi = 2\pi p \rightarrow L = p\lambda, \quad (6.1.4)$$

ou seja, o comprimento da cavidade deve ser um múltiplo inteiro p do comprimento de onda λ . Na prática, o coeficiente de amplificação G é uma função da frequência, de modo que a condição de oscilação se verifica para uma banda de frequências $\omega_{osc} \in [\omega_A, \omega_B]$ [figura 6.2(b)]. Nem todas as frequências compreendidas neste intervalo levam à emissão laser, mas somente as frequências $\omega_p = 2\pi p c/L$ discretas, chamadas de *modos longitudinais de oscilação*, ressonantes com a cavidade. Para uma cavidade de comprimento $L \approx 1$ m, o intervalo em frequência entre dois modos é da ordem de 10^8 Hz, bem inferior à frequência da luz emitida que é da ordem de 10^{14} Hz para o infravermelho próximo. Tipicamente, o número de modos longitudinais para os quais a condição de oscilação se verifica pode variar entre 1 e 10^5 , segundo a natureza do meio amplificador.

De modo geral, para que um laser oscile deve haver uma *inversão de população*³ no meio de ganho. Considerando um meio com espessura dz , tendo uma densidade N_a/V de átomos no nível inferior e N_b/V no nível excitado, pode-se mostrar que uma onda de frequência ω que se propaga no sentido de z positivo tem sua intensidade modificada segundo a equação

$$\frac{dI(z)}{dz} = -\frac{I(z)}{\alpha}, \quad (6.1.5)$$

em que $1/\alpha$ (ganho por unidade de comprimento) é proporcional à diferença de população

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{N_a - N_b}{V} \sigma_{abs}(\omega), \quad (6.1.6)$$

sendo $\sigma_{abs}(\omega)$ a seção eficaz de absorção (e emissão estimulada) um número positivo e com dimensão de área. Para um meio homogêneo e não saturado, α é independente da intensidade. Então,

$$I(z) = I(0) \exp\left(-\frac{z}{\alpha}\right). \quad (6.1.7)$$

Se α for negativo, a onda é amplificada. Da equação (6.1.6), vê-se que isto ocorre quando há inversão de população, $N_b > N_a$. Esta situação é oposta à de equilíbrio termodinâmico (lei de Boltzman)

$$\left(\frac{N_b}{N_a}\right)_{eq} = e^{-\frac{E_b - E_a}{k_B T}}. \quad (6.1.8)$$

Para realizar este estado fora do equilíbrio, deve-se alimentar energeticamente o nível superior $|b\rangle$ e utilizar mecanismos que rapidamente esvaziem o nível $|a\rangle$. Processos de relaxação como a emissão espontânea de $|b\rangle$ para $|a\rangle$ atrapalham neste objetivo. De fato, lembrando que a razão entre os coeficientes de emissão espontânea e emissão estimulada (coeficientes A e B de Einstein) cresce com o cubo da frequência, compreende-se porque é relativamente fácil obter laser no infravermelho e bastante difícil no ultravioleta. Na prática, o modo encontrado para contornar os processos de relaxação reside no uso de níveis meta-estáveis. De modo geral, utiliza-se um sistema de quatro níveis como modelo para emissão laser [figura 6.3(a)].

Um mecanismo de *bombeio* (descarga elétrica, outro laser etc.) excita os átomos do nível fundamental $|f\rangle$ para um nível superior $|e\rangle$. Um fenômeno de relaxação rápida, caracterizado pela taxa τ_e , transfere os átomos do nível $|e\rangle$ para o nível $|b\rangle$ (nível superior da transição laser). A transição radiativa de $|b\rangle$ para $|a\rangle$ (caracterizada pela taxa τ_b), na ausência de emissão laser, é lenta comparada à relaxação de $|e\rangle$ para $|b\rangle$. Por fim, os átomos do nível $|a\rangle$ decaem para o nível $|f\rangle$, também por um processo de relaxação rápido (taxa τ_a). Deste modo, os diversos processos de desexcitação satisfazem a condição: $\tau_e, \tau_a \ll \tau_b$. No regime estacionário, mostra-se que a inversão de população é dada por $N_b/N_a = \tau_b/\tau_a$, ou seja, via os níveis meta-estáveis a inversão de população é realizada.

³Existem certos processos físicos, como o aprisionamento coerente de população, que permitem a obtenção de laser sem inversão de população [Zibrov 1995, Kocharovskaya 1992].

6.1. OSCILAÇÃO LASER

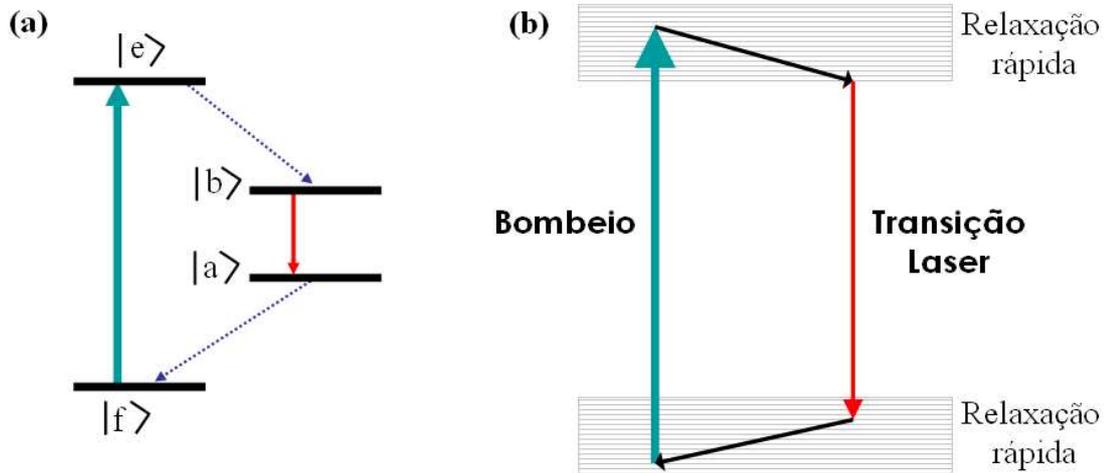


Figura 6.3: (a) Esquema de emissão laser utilizando um sistema de quatro níveis. (b) No caso dos laser de Ti:safira, existe a possibilidade de operação em uma extensa faixa de frequência, que ocorre devido à presença de níveis meta-estáveis pertencentes a um *quasi*-contínuo.

O primeiro laser a ser desenvolvido utilizou como meio ativo um cristal de rubi, que era bombeado utilizando o brilho (*flash*) de uma lâmpada [Maiman 1960]. Este laser gerava radiação em 694 nm, e funcionava em um regime pulsado. Subsequentemente, muitos outros lasers foram desenvolvidos. O primeiro *laser de diodo* data de 1962 e, assim como o anterior, operava em regime pulsado, além de necessitar ser resfriado à temperatura de nitrogênio líquido [Hall 1962]. Sua operação em regime contínuo e à temperatura ambiente foi alcançada poucos anos mais tarde [Alferov 1970, Hayashi 1970]. Desde então muitos outros tipos de lasers foram desenvolvidos, tais como *lasers de corante*, que utilizam moléculas orgânicas como meio de ganho, e *lasers de estado sólido*, cujo meio de ganho consiste em um cristal dopado (como Ti:safira, Nd:Yag). Estes lasers possuem a vantagem de ter uma larga região de frequência de operação, pois os níveis meta-estáveis utilizados pertencem a um quase-contínuo [figura 6.3(b)].

Com relação aos lasers baseados em estruturas semicondutoras, existe atualmente uma intensa pesquisa nos chamados *quantum cascaded lasers* – *QCL*, que utilizam os níveis energéticos de elétrons confinados em pontos quânticos [Faist 1994, Terazzi 2007, Lodahl 2004]. Contrariamente aos lasers de diodo, em que ocorre a aniquilação elétron-buraco para gerar um fóton, nos QCL o elétron sofre uma transição (gerando um fóton) que, por tunelamento, o leva para outra camada do material semiconductor, podendo novamente sofrer uma transição energética (de onde vem o nome *cascaded*). Este processo faz com que os QCL tenham uma potência mais alta, comparada aos lasers de diodo. Recentemente também foi demonstrado o efeito laser a partir de um único “átomo artificial”, simulado por um circuito supercondutor [Astafiev 2007].

Podemos ainda citar a operação de um *laser de dois fótons*, no qual a transição entre

os níveis fundamental e excitado é estimulada por dois fótons, cuja soma de frequências é igual à frequência da transição, gerando dois novos fótons [Gauthier 1992]. As propriedades quânticas dos feixes gerados são analisadas nos seguintes trabalhos [Pfister 2001, Xiong 2005], em que se conclui ser possível gerar diretamente feixes emaranhados. De fato, sendo baseado no processo de emissão simultânea de dois fótons, este tipo de laser resulta em um sistema bastante similar ao OPO [Maia-Neto 1992].

Devido às propriedades de estabilidade, ampla possibilidade de sintonia em frequência, ruído quântico coerente (entre outros), optamos por construir um laser de Ti:safira. A seguir detalharemos os resultados obtidos e características deste laser.

6.1.1 Características do laser construído – Ti:safira

O cristal de Ti:safira possui um nível fundamental pertencente a um quase-contínuo: sua **banda de absorção** vai de 400 nm até 650 nm, o máximo de absorção ocorrendo por volta de 500 nm. Já a **banda de fluorescência** vai de 660 nm a 1100 nm, sendo que o ganho máximo ocorre por volta de 800 nm. Isto leva a um número de modos longitudinais da ordem de 10^5 (considerando uma cavidade de comprimento $L \approx 1$ m), o que permite obter um laser operando em regime contínuo neste extenso intervalo de comprimentos de onda.

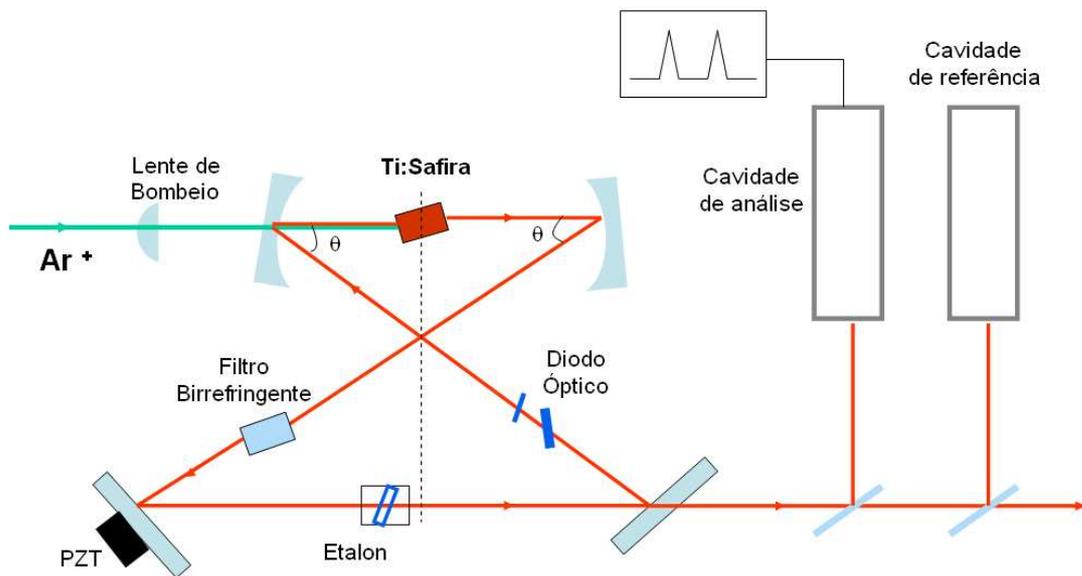


Figura 6.4: Esquema do laser de Ti:safira. A cavidade utilizada tem configuração anel (do tipo “borboleta”), na qual são inseridos elementos (filtro birrefringente, diodo ótico e *étalon*) que permitem obter uma operação mono-modo do laser. A estabilização da frequência do feixe gerado é realizada utilizando uma cavidade de referência.

Nosso laser consiste de uma cavidade em anel, composta por quatro espelhos, cujo esquema é mostrado na figura 6.4. Dois dos espelhos são côncavos, possuindo alta trans-

6.1. OSCILAÇÃO LASER

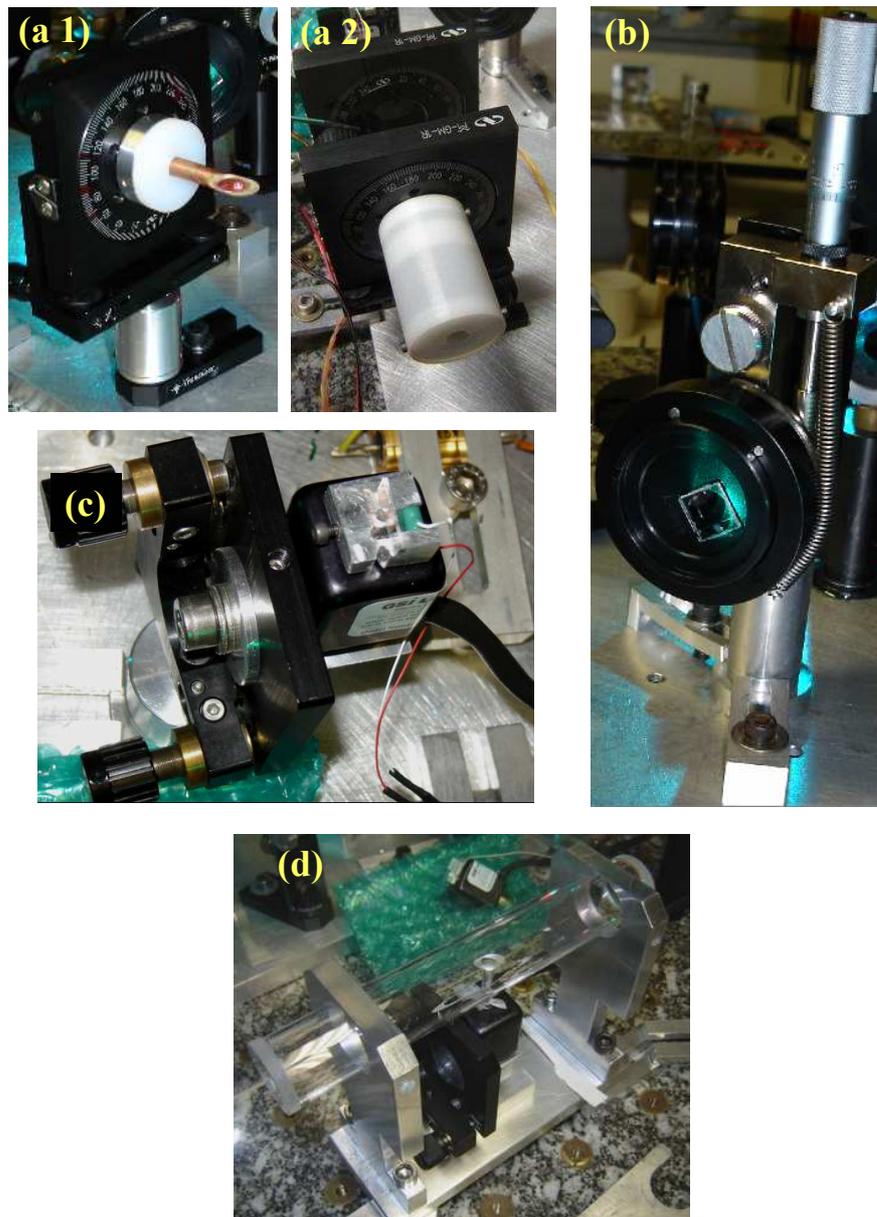


Figura 6.5: Fotos das montagens mecânicas dos diversos elementos de sintonização de frequência utilizados. **(a)** Diodo ótico, constituído de um cristal de TGG [(a 1)] imerso em um campo magnético (“rotator” de Faraday). São utilizados magnetos, inseridos em um tubo que circunda o cristal. A montagem final pode ser vista na foto à direita [(a 2)]. **(b)** Filtro birrefringente, cuja rotação (controlada por um micrômetro) possibilita o ajuste da frequência de emissão do laser. **(c)** Suporte para o *étalon*. Esta lâmina fina é colada numa peça metálica contendo um PZT, por sua vez fixada em um galvanômetro. Este, por sua vez, pode ser ajustado utilizando um suporte comum de espelho. **(d)** Cavidade de referência do laser de Ti:safira, construída sobre uma estrutura rígida de quartzo.

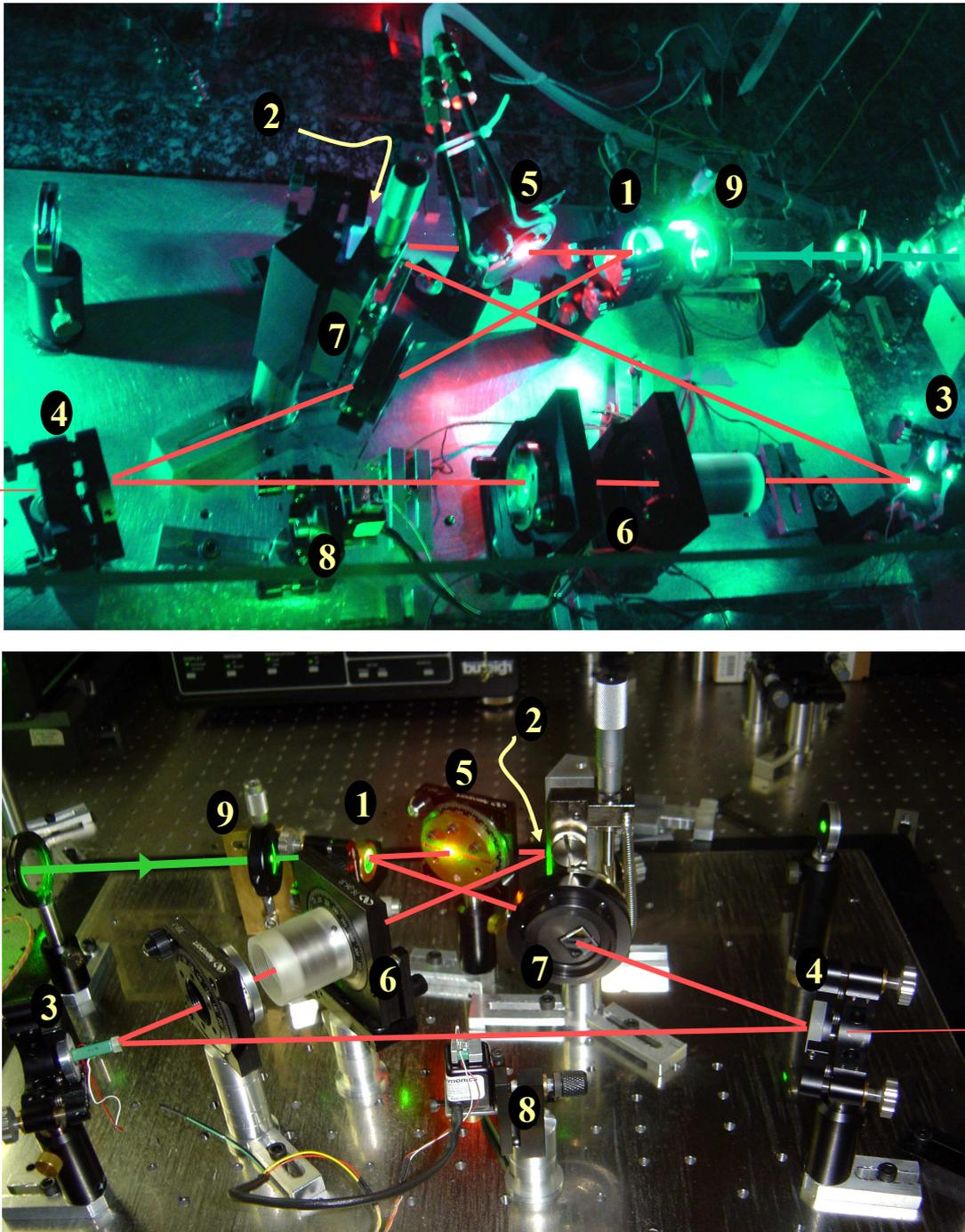


Figura 6.6: Fotos dos dois lasers de Ti:safira construídos. Os espelhos da cavidade aparecem marcados pelos números de 1 a 4. O cristal de Ti:safira (número 5) é adaptado a uma peça de cobre, cujo bom contato térmico é importante para garantir boa dissipação de calor. Esta peça é acoplada a um estágio de rotação, que permite girar o cristal precisamente, possibilitando a orientação apropriada de seu eixo ótico. Os elementos, diodo ótico (6), filtro birrefringente (7) e *étalon* (8), garantem a sintonia da frequência do campo emitido. A lente de bombeio (9) é utilizada para realizar o casamento de modo entre a cavidade laser e o feixe de bombeio.

6.1. OSCILAÇÃO LASER

missão entre 480 nm e 535 nm e reflexão superior a 99,9% entre 770 nm e 860 nm. Os demais espelhos são planos: o de saída tem transmissão pequena entre 770 nm e 860 nm (da ordem de 3%); o último espelho ⁴ tem refletividade igual à dos espelhos curvos. Utilizamos como bombeio um laser de Argônio (Ar^+) multi-modo (modelo *Lexel 95*), com máximo de intensidade por volta de 514 nm.

A conversão eficiente de fótons do bombeio em fótons no infravermelho depende da relação entre a cintura do laser de bombeio no cristal de Ti:safira e a cintura do modo da cavidade [Kane 1994, Salin 1991], o que é controlado utilizando uma lente plano-convexa. Com relação ao astigmatismo introduzido pelo cristal de Ti:safira, utilizamos o ângulo de incidência do feixe nos espelhos côncavos como uma maneira de corrigi-lo [Dunn 1977].

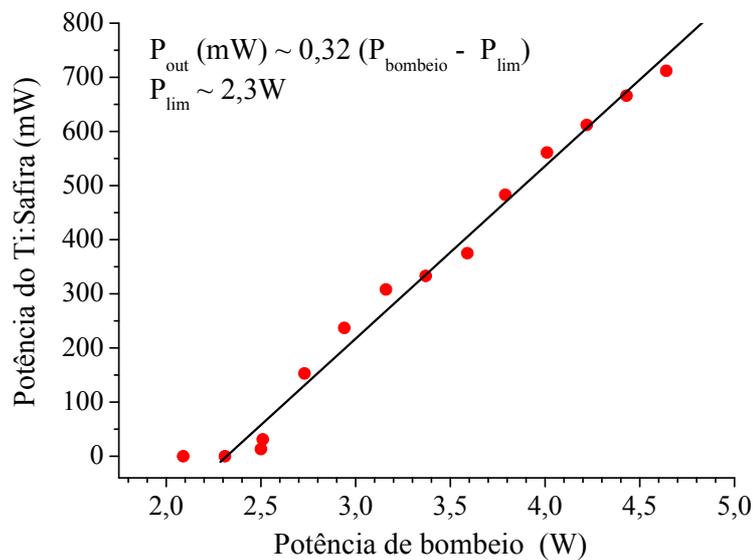


Figura 6.7: Potência do laser de Ti:safira (P_{out}) em função da potência de bombeio ($P_{bombeio}$). Verifica-se a potência de limiar $P_{lim} \sim 2,3 \text{ W}$.

Devido à ampla largura da banda de emissão do cristal, vários modos da cavidade podem oscilar simultaneamente. Além disto, tendo a cavidade uma configuração em anel, podem existir dois feixes contrapropagantes, ou seja, dois modos do campo com vetores de onda distintos. Para evitar o regime multimodo, alguns componentes óticos são inseridos no interior da cavidade laser. Estes componentes são: um diodo ótico, que assegura que apenas o sentido desejado de propagação se estabeleça; um filtro birrefringente, que atua como elemento de sintonia grossa (favorecendo determinados modos da cavidade em detrimento dos demais) e um *étalon* que seleciona o modo de oscilação da cavidade e previne mudanças indesejadas de um modo para outro [Onisto 2001]. Fotos destes elementos são mostradas na figura 6.5.

A sintonia fina do laser é proporcionada pelo posicionamento preciso de um dos es-

⁴Este espelho é chamado de *tweeter*, por ser aquele a ser modulado (via um PZT) em alta frequência ($\sim \text{kHz}$), o que é feito como forma de se obter um controle ativo sobre a frequência de operação do laser.

pelhos da cavidade (*tweeter*) que é fixado sobre um transdutor piezo-elétrico (PZT). A frequência de operação é estabilizada utilizando um sistema de lock-in ⁵, que tem como referência a frequência de ressonância de uma cavidade Fabry-Perot auxiliar. Esta é construída sobre um cilindro de quartzo, de modo a garantir maior estabilidade térmica e mecânica. Outra possibilidade, com relação a ter um bom sinal de referência de frequência, consiste em utilizar a própria ressonância do laser com o sistema atômico. Na figura 6.6, mostramos fotos dos dois lasers de Ti:safira ⁶.

A potência de limiar dos lasers é da ordem de 2,3 W. Seu desempenho, potência de saída de infravermelho em função da potência de bombeio, é mostrado na figura 6.7. Neste caso específico, por problemas técnicos no laser de Ar^+ , utilizou-se o laser de estado sólido “Verdi” (da empresa *Coherent*) para bombear o Ti:safira. A eficiência obtida é da ordem de 15%.

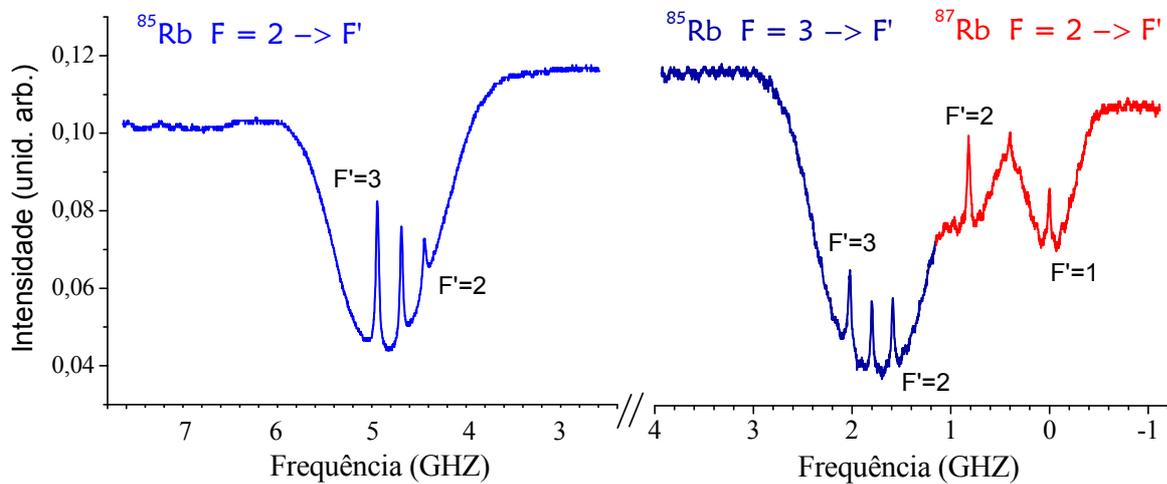


Figura 6.8: Espectro de absorção saturada utilizando laser de Ti:safira. Transições da linha D_1 do ^{85}Rb e ^{87}Rb . Destas curvas percebe-se que nosso laser pode ter sua frequência variada de cerca de 5 GHz sem saltos de modo.

Para caracterizar a estabilidade no controle da frequência do laser, realizamos medidas de absorção saturada [Smith 2004, Nakayama 1984], utilizando vapor de Rubídio (mistura de ^{85}Rb e ^{87}Rb) como amostra atômica. O resultado é apresentado na figura 6.8, em que sintonizamos o laser na transição D_1 ($5S_{1/2} \rightarrow 5P_{1/2}$). Vemos que é possível alterar continuamente a frequência do laser, sem saltos de modo, por cerca de 5 GHz.

Além disto, verificamos que o ruído de amplitude do estado produzido é igual ao shot-noise para frequências de análise maiores que 2 MHz. A medida foi feita utilizando um esquema de detecção balanceada, em que se calcula a soma e subtração da fotocorrente gerada em cada detector. Estes sinais eletrônicos, enviados para um analisador de espectros

⁵O sistema eletrônico de controle do laser foi realizado pela empresa *Artman*.

⁶Conforme já mencionado, a implementação prática destes lasers, além do desenvolvimento inicial do projeto, só foi possível devido à colaboração com o grupo de Flávio C. Cruz (Unicamp).

6.1. OSCILAÇÃO LASER

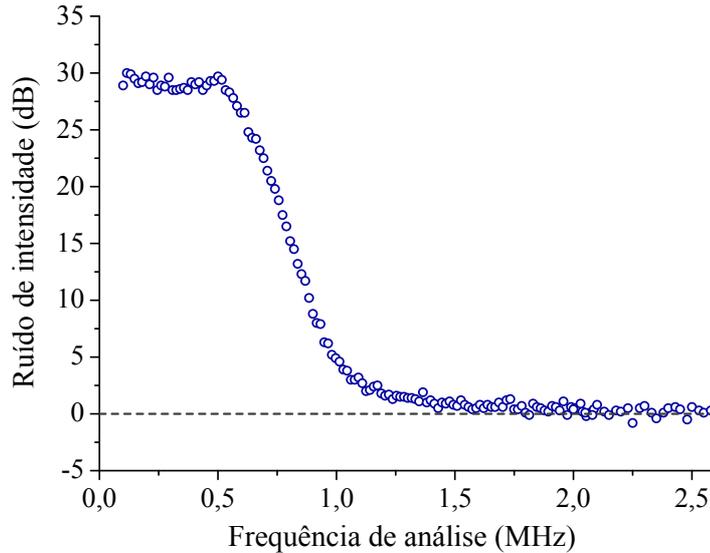


Figura 6.9: Ruído de intensidade do laser Ti:safira. A frequência de análise foi variada entre 100kHz e 2,6MHz. Observa-se ruído coerente a partir de 2 MHz.

(usamos $RBW=100$ kHz e $VBW=10$ kHz), nos fornecem o ruído do laser e a calibração do shot-noise. O resultado pode ser visto na figura 6.9, em que variamos a frequência de análise entre 100 kHz e 2,6 MHz.

Com relação ao ruído de fase, utilizamos o método de rotação da elipse de ruído por uma cavidade ótica para ter acesso a esta quadratura (conforme discutido na seção 1.2.1). A cavidade de análise de que dispúnhamos (com configuração em anel) era formada por dois espelhos planos de refletividade $R > 99\%$ e um espelho curvo de $R = 95\%$. Dada a finesse obtida, $F \approx 70$, e o comprimento da cavidade, $L = 38$ cm, vemos que o ruído de fase só é completamente convertido em ruído de amplitude quando $\nu > 16$ MHz, o que impossibilitou obter um resultado conclusivo sobre o excesso de ruído do laser em baixa frequências. Além disto, devido a problemas de instabilidade mecânica na cavidade de análise, obtivemos somente resultados preliminares, que indicam um excesso de ruído inferior a 1 dB para $16 \text{ MHz} < \nu < 20 \text{ MHz}$.

6.1.2 Resultados Preliminares

Tendo finalizado a construção do primeiro laser de Ti:safira, realizamos um experimento para investigar as correlações entre o ruído dos campos bombeio e sonda após interação com o meio atômico, similarmente aos experimentos prévios em que se utilizaram lasers de diodo.

Possuindo somente uma fonte laser, estudamos o sistema de dois níveis com degenerescência Zeeman $F = 2 \rightarrow F' = 1$ do ^{87}Rb , transição D_1 . Como o nível excitado tem degenerescência menor que o fundamental, este sistema de dois níveis se comporta como um conjunto de sistemas Λ (figura 6.10). A transição do nível fundamental $F = 2$, de

número quântico magnético $m_f \neq 0$ para o nível excitado $F = 1$, ocorre pelo acoplamento com um campo com polarização circular σ_{\pm} . Estes campos nada mais são que a decomposição, na base circular, de um único campo com polarização linear.

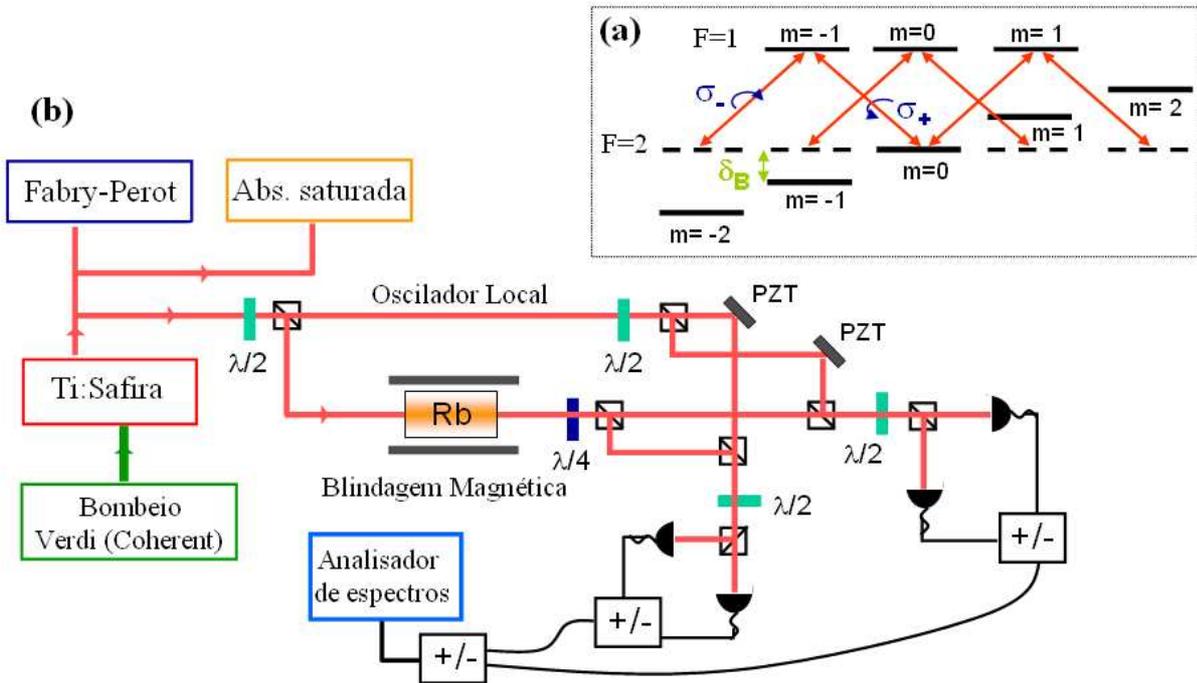


Figura 6.10: (a) Esquema de níveis considerados, levando em conta a presença de um campo magnético. Existem várias transições do tipo Λ , que conectam o estado fundamental ($F = 2$) ao estado excitado ($F = 1$). (b) Aparato experimental utilizado para observar o efeito Hanle-EIT.

Quando a ressonância Raman é atingida, verifica-se uma interferência quântica entre os dois caminhos de excitação possíveis e o meio apresenta uma diminuição da absorção⁷, efeito conhecido por *Hanle-EIT*.

O aparato experimental que usamos é mostrado na figura 6.10. O feixe proveniente do laser de Ti:safira é separado em duas partes: uma interage com os átomos e outra (mais intensa) é utilizada como oscilador local. A separação entre os níveis Zeeman (δ_B), ou seja, a dessintonia entre átomos e os feixes sonda e bombeio, é proporcional ao campo magnético, que é controlado através de uma bobina que envolve a amostra atômica. Os feixes de polarização σ_+ e σ_- são separados após interação com os átomos (através de uma lâmina de quarto de onda e divisor de feixes polarizante), cada qual sendo enviado a um interferômetro Mach-Zehnder (visibilidade de aproximadamente 96%). Controlando a fase do oscilador local (com um PZT), mede-se o ruído de quadratura destes feixes (dado pela subtração de fotocorrentes).

⁷No caso em que o estado excitado tem degenerescência Zeeman maior que o fundamental, o sistema se comporta como um conjunto de sistemas V e é possível observar Absorção Eletromagneticamente Induzida (EIA) [Akulshin 1998].

6.1. OSCILAÇÃO LASER

Para analisar a correlação entre os ruídos destes feixes, realiza-se a soma e a subtração da fotocorrente obtida em cada par de detecção homodina (que fornecem o ruído de σ_+ e σ_-). Isto foi feito utilizando um divisor de potências da Mini-Circuits (modelo ZSCJ-2-1), que permite analisar, em dois analisadores de espectros distintos, os sinais de soma e subtração ao mesmo tempo.

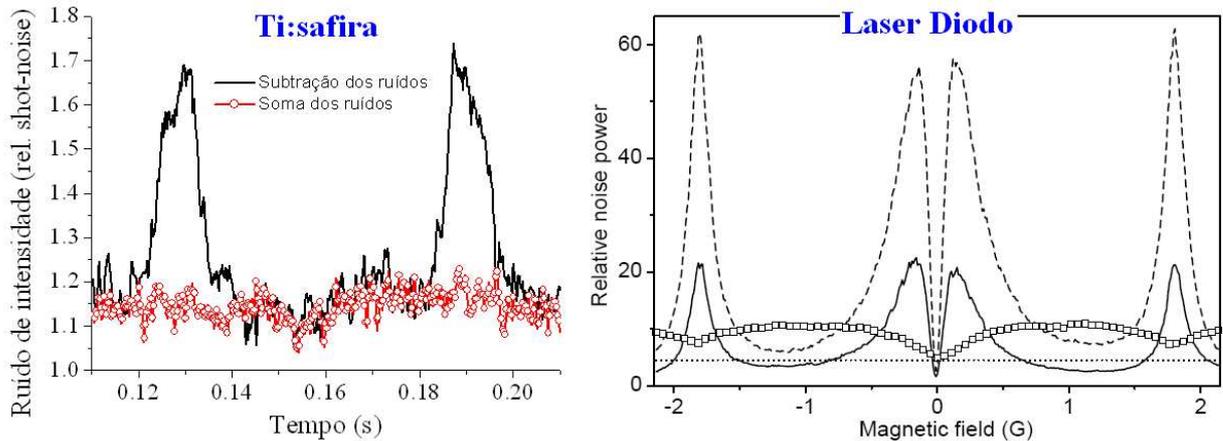


Figura 6.11: Potência de ruído observada relativa ao shot-noise como função do campo magnético. À esquerda: medidas feitas com Ti:safira. São apresentadas curvas de subtração do ruído de intensidade de cada polarização (linha sólida) e a soma (círculos abertos), normalizados pelo shot-noise. À direita: medidas feitas no Uruguai com lasers de diodo; extraído de [Martinelli 2004]. Linha sólida: ruído na diferença das fotocorrentes. Quadrados abertos: ruído na soma das fotocorrentes (shot-noise=0).

Primeiramente, fizemos medidas analisando apenas o ruído de intensidade. A frequência do laser foi fixada na transição atômica ($\lambda \sim 795$ nm) e aplicamos uma rampa linear de tensão à bobina, variando uniformemente o campo magnético entre -8 G a 8 G. Utilizamos os seguintes parâmetros no analisador de espectros: RBW=300 KHz, VBW=300 Hz e $\nu = 5$ MHz. Observamos uma anticorrelação entre os campos sonda e bombeio, dada por dois picos laterais situados em $t \approx 13$ ms e $t \approx 19$ ms [figura 6.11(a)].

De modo simplificado, este efeito pode ser compreendido em termos das bandas laterais do laser (situadas numa frequência $\pm \nu'$). Para um dado campo magnético B , a transição entre os níveis $m = +1$ ($m = -1$) e $m = 0$ é ressonante com a banda lateral negativa (positiva) do feixe de polarização σ_- (σ_+). As flutuações obtidas para cada um dos feixes, nesta circunstância, devem ter sinal oposto, portanto sua soma deve ser nula e sua diferença, igual ao dobro dos valores individuais. No caso de um campo magnético negativo $-B$, troca-se o sinal das bandas laterais que interagem, obtendo-se a mesma situação final na análise da correlação.

Medidas similares realizadas pelo grupo do Prof. Arturo Lezama ⁸ (*Facultad de*

⁸As medidas preliminares de Hanle-EIT aqui apresentadas também contaram com a colaboração deste

Ingeniería, Montevideo, Uruguai), utilizando lasers de diodo, são apresentadas na figura 6.11(b) [Martinelli 2004]. Vemos que o sinal de subtração (linha sólida) apresenta não somente os picos laterais, como também um pico largo na região central ($B \approx 0$ G), tendo uma depressão quando o campo magnético é nulo, que é associada à ocorrência de EIT. Além disto, a amplitude dos picos laterais é bem mais intensa neste caso. Quanto ao sinal de soma (quadrados abertos), observa-se uma estrutura larga, cuja amplitude é cerca de metade da amplitude dos picos vistos na subtração, o que também difere drasticamente dos resultados obtidos com laser coerente.

Com relação às medidas de correlação em quadraturas generalizadas, devido a instabilidades mecânicas (o interferômetro utilizado estava sujeito a fortes vibrações) a realização e análise destas medidas foi prejudicada.

Este experimento preliminar nos permitiu estudar a performance do laser de Ti:safira, cujo sistema de estabilização de frequência mostrou ainda necessitar de pequenos ajustes. Os resultados obtidos com relação à correlação de intensidade entre bombeio e sonda estão sendo analisados teoricamente e comparados aos resultados obtidos com lasers de diodo. Por fim, verificamos quais são as melhorias com relação à montagem mecânica do aparato, além do controle e blindagem do campo magnético aplicados à amostra atômica, que devem ser realizadas para caracterizar completamente o efeito Hanle-EIT. O mesmo tipo de sistema pode ser utilizado em experimentos de EIT padrão, em que a configuração Λ tem por níveis fundamentais diferentes estados hiperfinos F (neste caso os dois lasers de Ti:safira se fazem necessários).

pesquisador, além da colaboração do Dr. Luciano S. Cruz.

Conclusão e Perspectivas

O oscilador paramétrico ótico é um sistema amplamente estudado e vem sendo utilizado como fonte de luz não-clássica na realização experimental de diversos protocolos de Informação Quântica.

Em nosso trabalho, observamos compressão de ruído em uma combinação de *quadraturas fase* dos três campos e combinação de *quadraturas amplitude* dos feixes sinal (ou complementar) e bombeio [Cassemiro 2007a, Cassemiro 2007b]. Estes resultados mostram, pela primeira vez, a presença de *correlação quântica multicolor* no sistema. Estas correlações podem ser empregadas como uma maneira de aumentar o grau de compressão de ruído de um subsistema, por exemplo, via uma realimentação proveniente das flutuações quânticas do subsistema restante [Tapster 1988]. Além disto, pode constituir uma maneira alternativa para a implementação segura de um protocolo de distribuição quântica de chaves [Silberhorn 2002].

A análise de diferentes combinações de ruídos entre os feixes também constitui uma primeira etapa em direção à observação experimental de *emaranhamento tripartite*. Nesta análise, foram utilizados dois critérios de separabilidade distintos: critério de P. van Loock *et al.* e critério de positividade sob transposição parcial. Ambos forneceram resultados similares (analisando ruídos em função da potência de bombeio), porém parcialmente discordantes com relação à previsão teórica [Villar 2006].

A principal causa desta discordância está relacionada a uma fonte espúria de ruído clássico [Villar 2005, Villar 2007a]. O estudo deste ruído foi estendido nesta tese: verificamos existir uma estrutura de picos no espectro do feixe de bombeio refletido pelo OPO e analisamos maneiras alternativas de realização das medidas tais que seu efeito de degradação seja reduzido. Por exemplo, o desenvolvimento de um novo OPO com menor potência de limiar de oscilação, ou ainda um OPO que seja bombeado com laser de comprimento de onda em torno de 800 nm, onde a absorção do cristal é reduzida.

Do ponto de vista teórico, verificamos que o emaranhamento produzido no OPO é *escalável*. Utilizando o feixe de bombeio refletido por um OPO como bombeio de um segundo OPO são gerados cinco feixes emaranhados. O feixe de bombeio funciona como uma distribuidor de emaranhamento, permitindo a geração de um estado *multipartite* e *multicolor* emaranhado [Cassemiro 2008]. Este esquema nos permite realizar experimentos utilizando uma rede quântica, tal como teletransporte (*quantum teleportation net-*

work) [Yonezawa 2004] e produção de estados aglomerados (*cluster states*) [Su 2007], que por sua vez permitem realizar uma proposta de computação [Menicucci 2006].

A geração de fótons emaranhados, um no comprimento de onda da transição atômica, outro no comprimento de onda dentro da banda de telecomunicações é um requisito importante para a realização eficiente de comunicação quântica [Jenkins 2007]. Sendo assim, uma vez verificado o emaranhamento tripartite, esperamos interligar os experimentos sendo realizados com amostras atômicas aos feixes não-clássicos gerados no OPO. Parte do trabalho desta tese foi a construção de um laser de Ti:safira, que poderá ser utilizado tanto como bombeio do OPO, quanto para interagir com o sistema atômico.

Referências Bibliográficas

- [Adesso 2004] G. Adesso, A. Serafini, F. Illuminati, “Extremal entanglement and mixedness in continuous variable systems”, *Phys.Rev. A* **70**, 022318 (2004); quant-ph/0402124.
- [Adesso 2006] G. Adesso, “Entanglement of Gaussian State”, Tese de Doutorado, Università degli Studi di Salerno, 2006.
- [Adesso 2007] G. Adesso e F. Illuminati, “Bipartite and Multipartite entanglement of Gaussian States”, em *Quantum Information With Continuous Variables of Atoms and Light*, (Imperial College Press, 2007), editado por N. J. Cerf, G. Leuchs e E. S. Polzik.
- [Agarwal 2005] G. S. Agarwal e A. Biswas, “Inseparability inequalities for higher order moments for bipartite systems”, *New J. Phys.* **7**, 211 (2005).
- [Agarwal 2006] G. S. Agarwal, T. N. Dey e D. J. Gauthier, “Competition between electromagnetically induced transparency and Raman processes”, *Phys. Rev. A* **74**, 043805 (2006).
- [Aguirre Gómez 2004] J. G. Aguirre Gómez, “Correlações e Ruído de Intensidade e de Fase em Transparência Induzida Eletromagneticamente: Experimentos e Teorias”, Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, 2004. [Disponível em: <http://axpfep1.if.usp.br/~lmcal/publicacoes>]
- [Aharanov 1966] Y. Aharonov, D. Falkoff, E. Lerner e H. Pendleton, “A Quantum Characterization of Classical Radiation” *Ann. Phys. (N.Y.)* **39**, 498 (1966).
- [Akamatsu 2004] D. Akamatsu, K. Akiba e M. Kozuma, “Electromagnetically Induced Transparency with Squeezed Vacuum”, *Phys. Rev. Lett* **92**, 203602 (2004).
- [Akamatsu 2007] D. Akamatsu, Y. Yokoi, M. Arikawa, S. Nagatsuka, T. Tanimura, A. Furusawa e M. Kozuma, “ Ultraslow Propagation of Squeezed Vacuum Pulses with Electromagnetically Induced Transparency”, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 153602 (2007); quant-ph/0611097.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Akulshin 1998] A. M. Akulshin, S. Barreiro e A. Lezama, “Electromagnetically induced absorption and transparency due to resonant two-field excitation of quasidegenerate levels in Rb vapor”, *Phys. Rev. A* **57**, 2996 (1998).
- [Alferov 1970] Zh. I. Alferov, V. M. Andreev, D. Z. Garbuzov, Yu. V. Zhilyaev, E. P. Morozov, E. L. Portnoi e V. G. Trofim, “Investigation of the influence of the AlAs-GaAs hetero structure parameters on the laser threshold current and the realization of continuous emission at the room temperature”, *Fiz. Tekh. Polufnnovdn.*, **4**, 1826 (1970) [*Sov. Phys. Semicond.* **4**, 1573 (1971)]; Nobel lecture (2000).
- [Alzar 2002a] C.L.G. Alzar, M. A. G. Martinez e P. Nussenzveig, “Classical analog of electromagnetically induced transparency”, *Am. J. Phys.* **70**, 37 (2002).
- [Alzar 2002b] C. L. Garrido Alzar, M. Franca Santos e P. Nussenzveig, “Entanglement between two macroscopic fields by coherent atom-mediated exchange of photons”, *quant-ph/0205119* (2002).
- [Alzar 2003] C.L.G. Alzar, L.S. Cruz, J.G.A. Gomez, e P. Nussenzveig, “Super-Poissonian intensity fluctuations and correlations between pump and probe fields in Electromagnetically Induced Transparency”, *Europhysics Letters* **61**, 485 (2003).
- [Andersen 2005] U. L. Andersen, V. Josse e G. Leuchs, “Unconditional quantum cloning of coherent states with linear optics”, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 240503 (2005).
- [Aoki 2003] T. Aoki, N. Takei, H. Yonezawa, K. Wakui, T. Hiraoka, A. Furusawa e P. van Loock, “Experimental Creation of a Fully Inseparable Tripartite Continuous-Variable State”, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 080404,(2003).
- [Arikawa 2004] M. Arikawa, K. Honda, D. Akamatsu, Y. Yokoi, K. Akiba, S. Nagatsuka, A. Furusawa e M. Kozuma, “Observation of electromagnetically induced transparency for a squeezed vacuum with the time domain method”, *Opt. Exp.* **19**, 11849 (2007).
- [Arvind 1995] Arvind, B. Dutta, N. Mukunda, R. Simon, “The Real Symplectic Group in Quantum Mechanics and Optics”, *Pramana Jr. of Physics*, **45** (6), 471 (1995); *arXiv:quant-ph/9509002*.
- [Aspect 1982] A. Aspect, P. Grangier e G. Roger, “Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment : A New Violation of Bell’s Inequalities”, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1804 (1982).
- [Astafiev 2007] O. Astafiev K. Inomata, A. O. Niskanen, T. Yamamoto, Yu. A. Pashkin, Y. Nakamura e J. S. Tsai “Single artificial-atom lasing”, *Nature* **449**, 588 (2007).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Bachor 1998] H. A. Bachor, *A Guide to Experiments in Quantum Optics* (Wiley-VCH, 1998).
- [Bajcsy 2003] M. Bajcsy, A. S. Zibrov e M. D. Lukin, “Stationary pulses of light in an atomic medium”, *Nature* **426**, 638 (2003).
- [Banacloche 1987] J. Gea-Banacloche e G. Leuchs, “Squeezed States for Interferometric Gravitational-wave Detectors”, *J. mod . Opt* **34**, 793 (1987).
- [Barberis-Bloststein 2007] P. Barberis-Bloststein e M. Bienert, “Opacity of electromagnetically induced transparency for quantum fluctuations”, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 033602 (2007); arXiv:quant-ph/0609103.
- [Bell 1964] J. S. Bell, “On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox”, *Physics* **1**, 195 (1964).
- [Bell 1966] J. S. Bell, “On the Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics”, *Rev. Mod. Phys.* **38**, 447 (1966).
- [Bennett 1984] C. H. Bennett e G. Brassard, *Proceedings of the IEEE International Conference on Computers, Systems and Signal Processing*, (IEEE, Los Alamitos, Califórnia), p. 175 (1984).
- [Bennett 1992] C. H. Bennett, F. Bessette, G. Brassard, L. Salvail e J. Smolin, “Experimental quantum cryptography”, *J. Cryptology* **5**, 3 (1992).
- [Bennett 1993] C. H. Bennett, G. Brassard , C. Crépeau, R. Jozsa, A. Peres e W. K. Wootters, “Teleporting an Unknown Quantum State via Dual Classical and Einstein-Podolsky-Rosen Channels”, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1895 (1993).
- [Bennett 1996a] C. H. Bennett, G. Brassard, S. Popescu, B. Schumacher, J. A. Smolin e W. K. Wootters, “Purification of Noisy Entanglement and Faithful Teleportation via Noisy Channels”, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 722 (1996); arXiv:quant-ph/9511027.
- [Bennett 1996b] C. H. Bennett, H. J. Bernstein, S. Popescu e B. Schumacher, “Concentrating partial entanglement by local operations”, *Phys. Rev. A* **53**, 2046 (1996).
- [Bennett 2000] C. H. Bennett e D. P. DiVincenzo, “Quantum information and computation”, *Nature* **404**, 247 (2000).
- [Bergou 2004] J.A. Bergou, U. Herzog e M. Hillery, “Discrimination of Quantum States”, *Lect. Notes Phys.* **649**, 417 (2004).
- [Blinov 2004] B. B. Blinov, D. L. Moehring, L.-M. Duan e C. Monroe, “Observation of entanglement between a single trapped atom and a single photon”, *Nature* **428**, 153 (2004).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Bohr 1935] N. Bohr, “Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?”, *Phys. Rev.* **48**, 696 (1935).
- [Boulanger 1994] B. Boulanger, M. M. Fejer, R. Blachman e P. F. Bordui, “Study of KTiOPO₄ gray-tracking at 1064, 532, and 355 nm”, *Appl. Phys. Lett.* **65**, 2401 (1994).
- [Bowen 2002] W. P. Bowen, N. Treps, R. Schnabel e P. K. Lam, “Experimental demonstration of continuous variable polarization entanglement”, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 253601 (2002).
- [Bowen 2003] W. P. Bowen, R. Schnabel, P. K. Lam e T. C. Ralph “An experimental investigation of criteria for continuous variable entanglement”, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 043601 (2003); arXiv:quant-ph/0209001.
- [Bradley 2005] A. S. Bradley, M. K. Olsen, O. Pfister e R. C. Pooser, “Bright tripartite entanglement in triply concurrent parametric oscillation”, *Phys. Rev. A* **72**, 053805 (2005).
- [Branciard 2007] C. Branciard, A. Ling, N. Gisin, C. Kurtsiefer, A. Lamas-Linares e V. Scarani, “Experimental Falsification of Leggett’s Non-Local Variable Model”, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 210407 (2007); arXiv:quant-ph/07080584.
- [Braunstein 1998a] S. L. Braunstein, “Quantum error correction for communication with linear optics”, *Nature* **394**, 47 (1998).
- [Braunstein 1998b] S. L. Braunstein e H. J. Kimble, “Teleportation of Continuous Quantum Variables”, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 869 (1998)
- [Braunstein 2000] S. L. Braunstein, C. A. Fuchs, and H. J. Kimble, “Criteria for continuous-variable quantum teleportation”, *J. Mod. Opt.* **47**, 267 (2000).
- [Braunstein e van Loock 2005] S. L. Braunstein e P. van Loock, “Quantum information with continuous variables”, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 513 (2005).
- [Briegel 1998] H.-J. Briegel, W. Dür, J. I. Cirac e P. Zoller, “Quantum Repeaters: The Role of Imperfect Local Operations in Quantum Communication”, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5932 (1998).
- [Briegel 2001] H.-J. Briegel e R. Raussendorf, “Persistent Entanglement in Arrays of Interacting Particles”, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 910 (2001).
- [Browne 2003] D. E. Browne, J. Eisert, S. Scheel e M. B. Plenio, “Driving non-Gaussian to Gaussian states with linear optics”, *Phys. Rev. A* **67**, 062320 (2003).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Bruß 2005] D. Bruß e C. Macchiavello, “How the First Partial Transpose was Written”, *Foundations of Physics* **35**, 1921 (2005).
- [Budker 1999] D. Budker, D. F. Kimball, S. M. Rochester e V. V. Yashchuk, “Nonlinear Magneto-optics and Reduced Group Velocity of Light in Atomic Vapor with Slow Ground State Relaxation”, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1767 (1999).
- [Burnham 1970] D. C. Burnham e D. L. Weinberg, “Observation of Simultaneity in Parametric Production of Optical Photon Pairs”, *Phys. Rev. Lett.* **25**, 84 (1970).
- [Bužek 1996] V. Bužek e M. Hillery, “Quantum copying: Beyond the no-cloning theorem”, *Phys. Rev. A* **54**, 1844 (1996).
- [Cassemiro 2007a] K. N. Cassemiro, A. S. Villar, P. Valente, M. Martinelli e P. Nussenzveig, “Experimental observation of three-color optical quantum correlations”, *Opt. Lett.* **32**, 695 (2007).
- [Cassemiro 2007b] K. N. Cassemiro, A. S. Villar, M. Martinelli e P. Nussenzveig, “The quest for three-color entanglement: experimental investigation of new multipartite quantum correlations”, *Opt. Express* **15**, 18236 (2007).
- [Cassemiro 2008] K. N. Cassemiro e A. S. Villar, “Scalable continuous-variable entanglement of light beams produced by optical parametric oscillators”, *Phys. Rev. A* **77**, 022311 (2008).
- [Caves 1981] C. M. Caves, “Quantum-mechanical noise in an interferometer”, *Phys. Rev. D* **23**, 1693 (1981).
- [Cerf 2000] N. J. Cerf, A. Ipe e X. Rottenberg, “Cloning of continuous quantum variables”, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1754 (2000).
- [Cerf 2007] N. J. Cerf e P. Grangier, “From quantum cloning to quantum key distribution with continuous variables: a review”, *J. Opt. Soc. Am. B* **24**, 324 (2007).
- [Chanelière 2006] T. Chanelière, D. N. Matsukevich, S. D. Jenkins, T. A. B. Kennedy, M. S. Chapman e A. Kuzmich, “Quantum Telecommunication Based on Atomic Cascade Transitions”, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 093604 (2006).
- [Chen 2008] Y.-A. Chen, S. Chen, Z.-S. Yuan, B. Zhao, C.-S. Chuu, J. Schmiedmayer e J.-W. Pan, “Memory-built-in quantum teleportation with photonic and atomic qubits”, *Nature Phys.* **4**, 832 (2008).
- [Choi 2008] K. S. Choi, H. Deng, J. Laurat e H. J. Kimble, “Mapping photonic entanglement into and out of a quantum memory”, *Nature* **452**, 67 (2008).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Cirac 1997] J. I. Cirac, P. Zoller, H. J. Kimble e H. Mabuchi, “Quantum state transfer and entanglement distribution among distant nodes in a quantum network”, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3221 (1997).
- [Cirac 2000] J. I. Cirac e P. Zoller, “A scalable quantum computer with ions in an array of microtraps”, *Nature* **404**, 579 (2000).
- [Cirac 2004] J. I. Cirac e P. Zoller, “New frontiers in Quantum Information with atoms and ions”, *Phys. Today* **38**, 145 (2004).
- [Clauser 1978] J. F. Clauser e A. Shimony, “Bell’s theorem: experimental tests and implications”, *Rep. Prog. Phys.* **41**, 1881 (1978).
- [Cohen-Tannoudji 1977] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu e F. Laloë, *Quantum Mechanics*, Volume 1 (Wiley Interscience, 1977).
- [Cohen-Tannoudji 2004] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, *Photons & Atoms – Introduction to Quantum Electrodynamics* (Wiley-VCH, 2004).
- [Cook 2007] R. L. Cook, P. J. Martin e J. M. Geremia, “Optical coherent state discrimination using a closed-loop quantum measurement”, *Nature* **446**, 774 (2007).
- [Cruz 2005] L. S. da Cruz, “Flutuações de campos eletromagnéticos interagindo com meios atômicos coerentemente preparados”, Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, 2005. [Disponível em: <http://axpfep1.if.usp.br/~lmcal/publicacoes>]
- [Cruz 2006] L.S. Cruz, D. Felinto, J.G. Aguirre Gómez, M. Martinelli, P. Valente, A. Lezama, e P. Nussenzveig, “Laser-noise-induced correlations and anti-correlations in electromagnetically induced transparency”, *E.P.J. D* **41**, 531 (2007).
- [Dantan 2006] A. Dantan, J. Cviklinski, E. Giacobino e M. Pinard, “Spin-Squeezing and Light Entanglement in Coherent Population Trapping”, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 023605 (2006); arXiv:quant-ph/0603197.
- [Dehlinger 2002] D. Dehlinger e M. W. Mitchell, “Entangled photons, nonlocality, and Bell inequalities in the undergraduate laboratory”, *Am. J. Phys.* **70**, 903 (2002).
- [Demtröder 2002] W. Demtröder, *Laser Spectroscopy: Basic Concepts and Instrumentation* (Springer, 2002).
- [Deutsch 1998] D. Deutsch e A. Ekert, “Quantum computation”, *Phys. World* **11** (3), 47 (1998).
- [Duan 2000] L.-M. Duan, G. Giedke, J. I. Cirac e P. Zoller, “Inseparability criterion for continuous variable systems”, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2722 (2000); arXiv:quant-ph/9908056.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Duan 2001] L.-M. Duan, M. D. Lukin, J. I. Cirac e P. Zoller, “Long-distance quantum communication with atomic ensembles and linear optics”, *Nature* **414**, 413 (2001).
- [Duan 2004] L.-M. Duan e H. J. Kimble, “Scalable Photonic Quantum Computation through Cavity-Assisted Interactions”, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 127902 (2004).
- [Dunn 1977] M. H. Dunn e A. I. Ferguson, “Coma compensation in off-axis laser resonators”, *Opt. Comm.* **20**, 214 (1977).
- [Dür 1999] W. Dür, H.-J. Briegel, J. I. Cirac e P. Zoller, “Quantum repeaters based on entanglement purification”, *Phys. Rev. A.* **59**, 169 (1999).
- [Eberly 2002] J. H. Eberly, “Bell inequalities and quantum mechanics”, *Am. J. Phys.* **70**, 276 (2002).
- [Einstein 1935] A. Einstein, B. Podolsky e N. Rosen, “Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?”, *Phys. Rev.* **47**, 777 (1935).
- [Eisaman 2005] M. D. Eisaman, A. André, F. Massou, M. Fleischhauer, A. S. Zibrov e M. D. Lukin, “Electromagnetically induced transparency with tunable single-photon pulses”, *Nature* **438**, 837 (2005).
- [Eisert 2002] J. Eisert, S. Scheel e M. B. Plenio, “On the impossibility of distilling Gaussian states with Gaussian operations” *Phys. Rev. Lett* **89**, 137903, (2002); arXiv:quant-ph/0204052.
- [Eisert 2003] J. Eisert e M.B. Plenio, “Introduction to the basics of entanglement theory in continuous-variable systems”, *Int. J. Quant. Inf.* **1**, 479 (2003).
- [Ekert 1991] A. K. Ekert, “Quantum cryptography based on Bell’s theorem”, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 661 (1991).
- [Ekert 1996] A. Ekert e R. Jozsa, “Shor’s quantum algorithm for factorising numbers”, *Rev. Mod. Phys.* **68**, 733 (1996).
- [Fabre 1990] C. Fabre, E. Giacobino, A. Heidmann, L. Lugiato, S. Reynaud, M. Vadamchino e W. Kaige “Squeezing in detuned degenerate optical parametric oscillators”, *Quantum Opt.* **2**, 159 (1990).
- [Faist 1994] J. Faist, F. Capasso, D. L. Sivco, C. Sirtori, A. L. Hutchinson e A. Y. Cho, “Quantum Cascade Laser”, *Science* **264**, 553 (1994).
- [Fano 1957] U. Fano, “Description of States in Quantum Mechanics by Density Matrix and Operator Techniques”, *Rev. Mod. Phys.* **29**, 74 (1957).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Felinto 2003] D. Felinto, “Ruído de lasers de diodo interagindo com meios atômicos coerentemente preparados”, Relatório de atividades científicas, Universidade de São Paulo, 2003.
- [Fiurásek 2002] J. Fiurásek, “Gaussian transformations and distillation of entangled Gaussian states”, *Phys. Rev. Lett* **89**, 137904, (2002); arXiv:quant-ph/0204069.
- [Fleischhauer 2005a] M. Fleischhauer e M. D. Lukin, “Quantum memory for photons: dark-state polaritons”, *Phys. Rev. A* **65**, 022314 (2002).
- [Fleischhauer 2005b] M. Fleischhauer, A. Imamoglu, J. P. Marangos, “Electromagnetically induced transparency: Optics in coherent media”, *Rev. Mod. Phys* **77**, 633 (2005).
- [Friberg 1985] S. Friberg, C. K. Hong e L. Mandel, “Measurement of Time Delays in the Parametric Production of Photon Pairs”, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2011 (1985).
- [Fuchs 1996] C. A. Fuchs e A. Peres, “Quantum-state disturbance versus information gain: Uncertainty relations for quantum information”, *Phys. Rev. A* **53**, 2038 (1996).
- [Furusawa 1998] A. Furusawa, J. L. Sørensen, S. L. Braunstein, C. A. Fuchs, H. J. Kimble e E. S. Polzik, “Unconditional Quantum Teleportation”, *Science* **282**, 706 (1998).
- [Gaertner 2007] S. Gaertner, C. Kurtsiefer, M. Bourennane e H. Weinfurter, “Experimental Demonstration of Four-Party Quantum Secret Sharing”, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 020503 (2007).
- [Galatola 1991] Galatola, L. A. Lugiato, M. G. Porreca, P. Tombesi e G. Leuchs, “System control by variation of the squeezing phase”, *Opt. Commun.* **85**, 95 (1991).
- [Gardiner 1991] C. W. Gardiner, *Quantum Noise* (Springer Verlag, 1991).
- [Gauthier 1992] D. J. Gauthier, Q. Wu, S. E. Morin e T. W. Mossberg, “Realization of a continuous-wave, two-photon optical laser”, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 464 (1992).
- [Ginsberg 2007] N. S. Ginsberg, Sean R. Garner e L. V. Hau, “Coherent control of optical information with matter wave dynamics”, *Nature* **445**, 623 (2007).
- [Giordmaine 1965] J. A. Giordmaine e R. C. Miller, “Tunable coherent parametric oscillation in LiNbO₃ at optical frequencies”, *Phys. Rev. Lett.* **14**, 973 (1965).
- [Gisin 2002] N. Gisin, G. Ribordy, W. Tittel e H. Zbinden, “Quantum cryptography”, *Rev. Mod. Phys.* **74**, 145 (2002).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Giedke 2001a] G. Giedke, L.-M. Duan, J. I. Cirac e P. Zoller, “Distillability Criterion for all Bipartite Gaussian States”, *Quant. Inf. Comp.* **1**, **79**, (2001); arXiv:quant-ph/0104072.
- [Giedke 2001b] G. Giedke, B. Kraus, M. Lewenstein e J. I. Cirac, “Entanglement Criteria for All Bipartite Gaussian States” *Phys. Rev. Lett* **87**, 167904, (2001); arXiv:quant-ph/0104050.
- [Giedke 2001c] G. Giedke, B. Kraus, M. Lewenstein e J. I. Cirac, “Separability properties of three-mode Gaussian states”, *Phys. Rev. A*, **64**, 052303 (2001).
- [Giedke 2002] G. Giedke e J. I. Cirac, “The characterization of Gaussian operations and Distillation of Gaussian States”, *Phys. Rev. A* **66**, 032316, (2002); arXiv:quant-ph/0204085.
- [Giovannetti 2003] V. Giovannetti, S. Mancini, D. Vitali e P. Tombesi, “Characterizing the entanglement of bipartite quantum systems”, *Phys. Rev. A* **67**, 022320, (2003).
- [Glöckl 2006] O. Glöckl, U. L. Andersen e G. Leuchs, “Verifying continuous-variable entanglement of intense light pulses”, *Phys. Rev. A* **73**, 012306 (2006).
- [Gottesman 2000] D. Gottesman e H.-K. Lo, “From Quantum Cheating to Quantum Security”, *Phys. Today* **53**, 22 (2000).
- [Gottesman 2001] D. Gottesman, A. Kitaev e J. Preskill, “Encoding a qubit in an oscillator”, *Phys. Rev. A* **64**, 012310 (2001).
- [Greenberger 1990] D. M. Greenberger, M. A. Horne, A. Shimony e A. Zeilinger, “Bell’s Theorem without inequalities”, *Am. J. Phys.* **58**, 1131 (1990).
- [Gröblacher 2007] S. Gröblacher, T. Paterek, R. Kaltenbaek, C. Brukner, M. Żukowski, M. Aspelmeyer e A. Zeilinger, “An experimental test of non-local realism”, *Nature* **446**, 871 (2007).
- [Grosse 2008] N. B. Grosse, S. Assad, M. Mehmet, R. Schabel, T. Symul e P. K. Lam, “Observation of entanglement between two light beams spanning an octave in optical frequency”, arXiv:0803.3784 [quant-ph], 2008.
- [Grosshans 2002] F. Grosshans e P. Grangier, “Continuous variable quantum cryptography using coherent states”, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 057902 (2002).
- [Grosshans 2003] F. Grosshans, G. Van Assche, J. Wenger, R. Brouri, N. J. Cerf e P. Grangier, “Quantum key distribution using gaussian-modulated coherent states”, *Nature* **421**, 238 (2003).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Grover 1997] L. K. Grover, “Quantum mechanics helps in search for a needle in a haystack”, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 325 (1997).
- [Grynberg 1997] G. Grynberg, A. Aspect, C. Fabre, *Introduction aux lasers et à l’optique quantique*, (Ellipses Marketing, 1997).
- [Hall 1962] R. H. Hall, G. E. Fenner, J. D. Kingsley, J. Soltys e R. O. Carlson, “Coherent light emission from GaAs junction”, *Phys. Rev. Lett.* **9**, 366 (1962).
- [Hammerer 2005] K. Hammerer, M. M. Wolf, E. S. Polzik e J. I. Cirac, “Quantum Benchmark for Storage and Transmission of Coherent States”, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 150503 (2005) .
- [Harris 1992] S. E. Harris, J. E. Field e A. Kasapi, “Dispersive properties of electromagnetically induced transparency”, *Phys. Rev. A* **46**, R29 (1992).
- [Harris 1997] S. E. Harris, “Electromagnetically Induced Transparency”, *Phys. Today* **50**, 36 (1997).
- [Haroche e Raimond 2006] S. Haroche e J.-M. Raimond, *Exploring the Quantum: Atoms, Cavities, and Photons* (Oxford University Press, 2006).
- [Hau 1999] L. V. Hau, S. E. Harris, Z. Dutton e C. H. Behroozi, “Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas”, *Nature* **397**, 594 (1999).
- [Hayashi 1970] I. Hayashi, M. B. Panish, P. W. Foy e S. Sumski, “Junction lasers which operate continuously at room temperature”, *Appl. Phys. Lett.* **17**, 109 (1970).
- [He 2007] Wen-ping He and Fu-li Li, “Generation of broadband entangled light through cascading nondegenerate optical parametric amplifiers”, *Phys. Rev. A* **76**, 012328 (2007).
- [Heidmann 1987] A. Heidmann, R. J. Horowicz, S. Reynaud, E. Giacobino, C. Fabre e G. Camy, “Observation of Quantum Noise Reduction on Twin Laser Beams”, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2555 (1987).
- [Hétet 2007] G. Hétet, O. Glöckl, K. A. Pilypas, C.C. Harb, B.C. Buchler, H.-A. Bachor e P.K. Lam, “Squeezed light for bandwidth limited atom optics experiments at the Rubidium D1 line”, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **40**, 221 (2007); arXiv:quant-ph/0611204.
- [Honda 2007] K. Honda, D. Akamatsu, M. Arikawa, Y. Yokoi, K. Akiba, S. Nagatsuka, T. Tanimura, A. Furusawa e M. Kozuma, “Storage and Retrieval of a Squeezed Vacuum”, arXiv:quant-ph/07091785.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Horodecki M. 1996] M. Horodecki, P. Horodecki e R. Horodecki, “Separability of mixed states: necessary and sufficient conditions”, *Phys. Lett. A* **223**, 1 (1996).
- [Horodecki M. 1998] M. Horodecki, P. Horodecki e R. Horodecki, “Mixed-state entanglement and distillation: Is there a *bound* entanglement in nature?”, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 5239 (1998).
- [Horodecki R. 2007] R. Horodecki, P. Horodecki, M. Horodecki e K. Horodecki, “Quantum entanglement”, arXiv:quant-ph/0702225.
- [Huang 1992] J. Huang e P. Kumar, “Observation of quantum frequency conversion”, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2153 (1992).
- [Hyllus 2006] P. Hyllus e J. Eisert, “Optimal entanglement witnesses for continuous-variable systems”, *New J. Phys.* **8**, 51 (2006).
- [Jackson 1975] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics* (Wiley, New York 1975).
- [Jenkins 2007] S. D. Jenkins, D. N. Matsukevich, T. Chanelière, S.-Y. Lan, T. A. B. Kennedy e A. Kuzmich, “Quantum telecommunication with atomic ensembles”, *J. Opt. Soc. Am. B* **24**, 316 (2007).
- [Jennewein 2000] T. Jennewein, C. Simon, G. Weihs, H. Weinfurter e A. Zeilinger, “Quantum cryptography with entangled photons”, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4729 (2000).
- [Jia 2004] X. Jia, X. Su, Q. Pan, J. Gao, C. Xie e K. Peng, “Experimental Demonstration of Unconditional Entanglement Swapping for Continuous Variables”, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 250503 (2004).
- [Jing 2002] J. T. Jing, Q. Pan, C. Xie e K. Peng, “Quantum cryptography using Einstein-Podolsky-Rosen correlations of continuous variables”, arXiv:quant-ph/0204111 (2002).
- [Jing 2003] J. T. Jing, J. Zhang, Y. Yan, F. G. Zhao, C. D. Xie e K. Peng, “Experimental Demonstration of Tripartite Entanglement and Controlled Dense Coding for Continuous Variables”, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 167903 (2003).
- [Jing 2006] J. Jing, S. Feng, R. Bloomer e O. Pfister, “Experimental continuous-variable entanglement from a phase-difference-locked optical parametric oscillator”, *Phys. Rev. A* **74**, 041804(R) (2006).
- [Josse 2004] V. Josse, A. Dantan, A. Bramati, M. Pinard e E. Giacobino, “Continuous variable entanglement using cold atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 123601 (2004); arXiv:quant-ph/0306152.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Julsgaard 2001] B. Julsgaard, A. Kozhekin e E. S. Polzik, “Experimental long-lived entanglement of two macroscopic objects”, *Nature* **413**, 400 (2001).
- [Julsgaard 2004] B. Julsgaard, J. Sherson, J. I. Cirac, J. Fiurášek e E. S. Polzik, “Experimental demonstration of quantum memory for light”, *Nature* **432**, 482 (2004).
- [Kane 1994] D. M. Kane, “Ti:sapphire laser cavity mode and pump-laser mode calculation”, *Appl. Opt.* **33**, 3849, (1994).
- [Kasai 1997] K. Kasai, J. R. Gao e C. Fabre, “Observation of squeezing using cascaded nonlinearity”, *Europhys. Lett.* **40**, 25 (1997).
- [Keyl 2002] M. Keyl, “Fundamentals of quantum information theory”, *Phys. Rep.* **369**, 431 (2002).
- [Kocharovskaya 1992] O. Kocharovskaya, “Amplification and lasing without inversion”, *Phys. Rep.* **219**, 175 (1992).
- [Kok 2007] P. Kok, W. J. Munro, K. Nemoto, T. C. Ralph, J. P. Dowling e G. J. Milburn, “Linear optical quantum computing with photonic qubits”, *Rev. Mod. Phys.* **79**, 135 (2007).
- [Kolobov 1999] M.I.Kolobov, “The spatial behaviour of nonclassical light”, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 1539 (1999).
- [Korokolva 2002] N. Korolkova, G. Leuchs, R. Loudon, T. C. Ralph e C. Silberhorn, “Polarization squeezing and continuous-variable polarization entanglement”, *Phys. Rev. A* **65**, 052306 (2002); arXiv:quant-ph/0108098.
- [Korokolva 2005] N. Korolkova e R. Loudon, “Nonseparability and squeezing of continuous polarization variables: the complete story”, *Phys. Rev. A* **71**, 032343 (2005); arXiv:quant-ph/0303135.
- [Kraus 2003] B. Kraus, K. Hammerer, G. Giedke e J. I. Cirac, “Entanglement generation and Hamiltonian simulation in continuous-variable systems”, *Phys. Rev. A* **67**, 042314 (2003).
- [Krüger 2006] Ole Krüger, “Quantum Information Theory with Gaussian Systems”, *Dissertação de Mestrado, Von der Fakultät für Physik und Geowissenschaften der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina*, 2006.
- [Lance 2004] A. M. Lance, T. Symu, W. P. Bowen, B. C. Sanders e P. K. Lam, “Tripartite Quantum State Sharing”, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 177903 (2004).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Laurat 2005a] J. Laurat, L. Longchambon, C. Fabre e T. Coudreau, “Experimental investigation of amplitude and phase quantum correlations in a type II optical parametric oscillator above threshold: from nondegenerate to degenerate operation”, *Opt. Lett.* **30**, 1177 (2005).
- [Laurat 2005b] J. Laurat, G. Keller, J. A. Oliveira-Huguenin, C. Fabre, T. Coudreau, A. Serafini, G. Adesso e F. Illuminati, “Entanglement of two-mode Gaussian states: characterization and experimental production and manipulation”, *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **7**, S577 (2005).
- [Leggett 2003] A. J. Leggett, “Nonlocal hidden-variable theories and quantum mechanics: An incompatibility theorem”, *Found. Phys.* **33**, 1469 (2003).
- [Levenson 1985] M. D. Levenson, R. M. Shelby, A. Aspect, M. Reid e D. F. Walls, “Generation and detection of squeezed states of light by nondegenerate four-wave mixing in an optical fiber”, *Phys. Rev. A* **32**, 1550 (1985).
- [Li X. 2002] X. Li, Q. Pan, J. Jing, J. Zhang, C. Xie e K. Peng, “Quantum Dense Coding Exploiting a Bright Einstein-Podolsky-Rosen Beam”, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 047904 (2002).
- [Li Y. 2007] Y. Li, S. Zhang, J. Liu e K. Zhang, “Quantum correlation between fundamental and second-harmonic fields via second-harmonic generation”, *J. Opt. Soc. Am. B* **24**, 660 (2007).
- [Lian 2007] Y. Lian, C. Xie e K. Peng, “Continuous variable multipartite entanglement and optical implementations of quantum communication networks”, *New J. Phys.* **9**, 314 (2007).
- [Liu 2001] C. Liu, Z. Dutton, C. H. Behroozi e L. V. Hau, “Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses”, *Nature* **409**, 490 (2001).
- [Lemelle 2006] D. S. Lemelle, M. P. Almeida, P. H. Souto Ribeiro e S. P. Walborn “A simple optical demonstration of quantum cryptography using transverse position and momentum variables”, *Am. J. Phys.* **74** (6), 542 (2006)
- [Lloyd 1999] S. Lloyd e S. L. Braunstein, “Quantum Computation over Continuous Variables”, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1784 (1999).
- [Lloyd 2006] S. Lloyd, M. S. Shahriar, J. H. Shapiro e P. R. Hemmer, “Long Distance, Unconditional Teleportation of Atomic States via Complete Bell State Measurements”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 167903 (2006).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Lo 2007] H.-K. Lo, N. Lütkenhaus, “Quantum Cryptography: from Theory to Practice”, arXiv:quant-ph/0702202.
- [Lodahl 2004] P. Lodahl, A. F. van Driel, I. S. Nikolaev, A. Irman, Karin Overgaag, D. Vanmaekelbergh e W. L. Vos, “Controlling the dynamics of spontaneous emission from quantum dots by photonic crystals”, *Nature* **430**, 654 (2004).
- [Loudon 1987] R. Loudon e P. L. Knight, “Squeezed light” *J. Mod. Opt* **34**, 709 (1987).
- [Lugiato 2002] L.A.Lugiato, A.Gatti e E.Brambilla, ”Quantum Imaging”, *J. Opt. B* **4**, S176 (2002).
- [Lukin 2000a] M. D. Lukin e A. Imamoglu “Nonlinear Optics and Quantum Entanglement of Ultraslow Single Photons”, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1419 (2000).
- [Lukin 2000b] M. D. Lukin, S. F. Yelin e M. Fleischhauer, “Entanglement of Atomic Ensembles by Trapping Correlated Photon States”, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4232 (2000).
- [Maia-Neto 1992] P. A. Maia-Neto e L. Davidovich, “Quantum noise reduction in two-photon oscillators”, *Phys. Rev. A* **45**, 3139 (1992).
- [Maiman 1960] T. H. Maiman, “Stimulated Optical Radiation in Ruby”, *Nature* **187**, 493 (1960).
- [Mandel e Wolf 1995] L. Mandel e E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge University Press, 1995).
- [Marin 1997] F. Marin, A. Bramati, V. Jost e E. Giacobino, “Demonstration of high sensitivity spectroscopy with squeezed semiconductor lasers”, *Opt. Commun.* **140**, 146 (1997).
- [Martinelli 2002] M. Martinelli, “Compressão de Ruído Quântico e Efeitos Transversos em Osciladores Paramétricos Óticos”, Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, 2002. [Disponível em: <http://axpfep1.if.usp.br/~lmcal>]
- [Martinelli 2004] M. Martinelli, P. Valente, H. Failache, D. Felinto, L. S. Cruz, P. Nussenzveig e A. Lezama, “Noise spectroscopy of nonlinear magneto-optical resonances in Rb vapor”, *Phys. Rev. A* **69**, 043809 (2004).
- [Matsukevich 2004] D. N. Matsukevich e A. Kuzmich, “Quantum State Transfer Between Matter and Light”, *Science* **306**, 663 (2004).
- [Menicucci 2006] N. C. Menicucci, P. van Loock, M. Gu, C. Weedbrook, T. C. Ralph e M. A. Nielsen, “Universal Quantum Computation with Continuous-Variable Cluster States”, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 110501 (2006).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Mermin 1990] N. D. Mermin, “Extreme quantum entanglement in a superposition of macroscopically distinct states”, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1838 (1990).
- [Morigi 2000] G. Morigi, J. Eschner e C. H. Keitel, “Ground State Laser Cooling Using Electromagnetically Induced Transparency”, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 4458 (2000).
- [Moyal 1949] J. E. Moyal, “Quantum mechanics as a statistical theory”, *Proc. Camb. Philos. Soc.* **45**, 99 (1949).
- [Nakayama 1984] S. Nakayama, “Theoretical Analysis of Rb and Cs D_2 Lines in Saturation Spectroscopy with Optical Pumping”, *Japanese J. Appl. Phys.* **23**, 879 (1984).
- [Navascues 2004] M. Navascués, J. Bae, J. I. Cirac, M. Lewenstein, A. Sanpera e A. Acín, “Key distillation from Gaussian states by Gaussian operations”, *Phys. Rev. Lett* **94**, 010502, (2004); arXiv:quant-ph/0405047.
- [Neergaard-Nielsen 2006] J. S. Neergaard-Nielsen, B. M. Nielsen, C. Hettich, K. Mølmer e E. S. Polzik, “Generation of a Superposition of Odd Photon Number States for Quantum Information Networks”, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 083604 (2006).
- [Nielsen e Chuang 2000] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2000).
- [Onisto 2001] H. J. Onisto, *Projeto e Construção de um laser de Ti:safira contínuo, sintonizável, com frequência única e estabilizado a uma cavidade externa de referência*, Dissertação de Mestrado, UNICAMP, 2001.
- [Ou 1992] Z. Y. Ou, S. F. Pereira, H. J. Kimble e K. C. Peng, “Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox for continuous variables”, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3663 (1992).
- [Ourjoumteev 2007] A. Ourjoumteev, H. Jeong, R. Tualle-Broui e P. Grangier, “Generation of optical ‘Schrödinger cats’ from photon number states”, *Nature* **448**, 784 (2007).
- [Paterek 2007] T. Paterek, A. Fedrizzi, S. Groeblacher, T. Jennewein, M. Zukowski, M. Aspelmeyer e A. Zeilinger, “Experimental test of nonlocal realistic theories without the rotational symmetry assumption”, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 210406 (2007); arXiv:quant-ph/07080813.
- [Peres 1978] A. Peres, “Unperformed experiments have no results”, *Am. J. Phys.* **46**, 745 (1978).
- [Peres 1991] A. Peres e W. K. Wothers, “Optimal detection of quantum information”, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 1119 (1991).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Peres 1996] A. Peres, “Separability Criterion for Density Matrices”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1413 (1996).
- [Peres 1998] A. Peres, “Quantum Entanglement: Criteria and Collective Tests”, *Phys. Scripta* **T76**, 52(1998).
- [Petermann 1991] K. Petermann, *Laser Diode Modulation and Noise* (Kluwer Academic Publishers, 1991)
- [Pfister 2001] O. Pfister, W. J. Brown, M. D. Stenner e D. J. Gauthier, “Polarization Instabilities in a Two-Photon Laser”, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4512 (2001).
- [Pfister 2004] O. Pfister, S. Feng, G. Jennings, R. Pooser e D. Xie, “Multipartite continuous-variable entanglement from concurrent nonlinearities”, *Phys. Rev. A* **70**, 020302 (2004).
- [Phillips 2001] D. F. Phillips, A. Fleischhauer, A. Mair, R. L. Walsworth e M. D. Lukin, “Storage of light in atomic vapor”, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 783 (2001).
- [Polzik 1998] E.S. Polzik, J.L. Sørensen e J. Hald, “Subthreshold tunable OPO: a source of nonclassical light for atomic physics experiments” *Appl. Phys. B* **66**, 759 (1998).
- [Pooser 2005] R. C. Pooser e O. Pfister, “Observation of triply coincident nonlinearities in periodically poled KTiOPO_4 ”, *Opt. Lett.* **30**, 2635 (2005).
- [Prevedel 2007] R. Prevedel, P. Walther, F. Tiefenbacher, P. Böhi, R. Kaltenbaek, T. Jennewein e A. Zeilinger, “High-speed linear optics quantum computing using active feed-forward”, *Nature* **445**, 65 (2007); arXiv:quant-ph/0701017.
- [Raussendorf 2001] R. Raussendorf and H. J. Briegel, “A One-Way Quantum Computer”, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5188 (2001).
- [Reck 1994] M. Reck, A. Zeilinger, H. J. Bernstein e P. Bertani, “Experimental Realization of Any Discrete Unitary Operator”, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 58 (1994).
- [Reid 1988] M. D. Reid e P. D. Drummond, “Quantum correlations of phase in nondegenerate parametric oscillation”, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2731 (1988).
- [Reid 1989a] M. D. Reid and P. D. Drummond, “Correlations in nondegenerate parametric oscillation-squeezing in the presence of phase diffusion”, *Phys. Rev. A* **40**, 4493(1989).
- [Reid 1989b] M. D. Reid, “Demonstration of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox using nondegenerate parametric amplification”, *Phys. Rev. A* **40**, 913 (1989).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Reynaud 1989] S. Reynaud e A. Heidmann, “A semiclassical linear input output transformation for quantum fluctuations”, *Opt. Commun.* **71**, 209 (1989).
- [Robertson 1929] H. P. Robertson, “The Uncertainty Principle”, *Phys. Rev.* **34**, 163 (1929).
- [Salin 1991] F. Salin e J. Squier, “Geometrical optimization of longitudinally pumped solid-state lasers”, *Opt. Comm.* **86**, 397, (1991).
- [Santra 2005] R. Santra, E. Arimondo, T. Ido, C. H. Greene e Jun Ye, “High-Accuracy Optical Clock via Three-Level Coherence in Neutral Bosonic ^8Sr ”, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 173002 (2005).
- [Schori 2002] C. Schori, J. L. Sørensen e E. S. Polzik, “Narrowband frequency tunable light source of continuous quadrature entanglement”, *Phys. Rev. A* **66**, 033802 (2002); arXiv:quant-ph/0205015.
- [Schumacher 1996] B. Schumacker, “Sending entanglement through noisy quantum channels”, *Phys. Rev. A* **54**, 2616, (1996).
- [Schumaker 1984] B. L. Schumaker, “Noise in homodyne detection”, *Opt. Lett.* **9**, 189 (1984).
- [Scully e Zubairy 1997] M. O. Scully e M. S. Zubairy, *Quantum Optics* (Cambridge University Press, 1997).
- [Serafini 2005] A. Serafini, G. Adesso e F. Illuminati, “Unitarily localizable entanglement of Gaussian states”, *Phys. Rev. A* **71**, 032349 (2005).
- [Serafini 2006] A. Serafini, “Multimode Uncertainty Relations and Separability of Continuous Variable States”, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 110402 (2006).
- [Sherson 2006] J. F. Sherson, H. Krauter, R. K. Olsson, B. Julsgaard, K. Hammerer, I. Cirac e E. S. Polzik, “Quantum teleportation between light and matter”, *Nature* **443**, 557 (2006).
- [Shor 1994] P. W. Shor, “Algorithms for quantum computation: Discrete logarithms and factoring”, *Proceedings of the 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, (Los Alamitos: IEEE Computer Society Press) p. 124 (1994).
- [Shor 1994] P. W. Shor, “Scheme for reducing decoherence in quantum computer memory”, *Phys. Rev. A* **52**, R2493 (1995).
- [Silberhorn 2001] Ch. Silberhorn, P. K. Lam, O. Weiß, F. König, N. Korolkova e G. Leuchs, “Generation of Continuous Variable Einstein-Podolsky-Rosen Entanglement via the Kerr Nonlinearity in an Optical Fiber”, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4267 (2001).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Silberhorn 2002] Ch. Silberhorn, N. Korolkova e G. Leuchs, “Quantum Key Distribution with Bright Entangled Beams”, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 167902 (2002).
- [Simon 1987] R. Simon, E. C. G. Sudarshan, N. Mukunda, “Gaussian-Wigner distributions in quantum mechanics and optics”, *Phys. Rev. A* **36**, 3868 (1987).
- [Simon 1994] R. Simon, N. Mukunda, B. Dutta, “Quantum-noise matrix for multimode systems: $U(n)$ invariance, squeezing, and normal forms”, *Phys. Rev. A* **49**, 1567 (1994).
- [Simon 2000] R. Simon, “Peres-Horodecki separability criterion for continuous variable systems”, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2726 (2000); arXiv:quant-ph/9909044.
- [Sinatra 2006] A. Sinatra, “Quantum correlations of two optical fields close to electromagnetically induced transparency”, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 253601 (2006); arXiv:quant-ph/0603016.
- [Slusher 1985] R.M. Slusher, L.W. Hollberg, B. Yurke, J.C. Mertz, J.F. Valley, “Observation of Squeezed States Generated by Four-Wave Mixing in an Optical Cavity”, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2409 (1985).
- [Smith 2004] D. A. Smith e I. G. Hughes, “The role of hyperfine pumping in multilevel systems exhibiting saturated absorption”, *Am. J. Phys.* **72**, 631 (2004).
- [Steane 1996] A. M. Steane, “Error correcting codes in quantum theory”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 793 (1996).
- [Steck] D. A. Steck, “Alkali D Line Data”,
[Disponível em: <http://steck.us/alkalidata/>].
- [Su 2006] X. L. Su, A. Tan, X. J. Jia, Q. Pan, C. D. Xie e K. C. Peng, “Experimental demonstration of quantum entanglement between frequency-nondegenerate optical twin beams”, *Opt. Lett.* **31**, 1133 (2006).
- [Su 2007] X. Su, A. Tan, X. Jia, J. Zhang, C. Xie e K. Peng, “Experimental Preparation of Quadripartite Cluster and Greenberger-Horne-Zeilinger Entangled States for Continuous Variables”, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 070502 (2007).
- [Summers 1998] S. J. Summers, “On the Stone-von Neumann Uniqueness Theorem and Its Ramifications”,
[Disponível em: <http://citeseer.ist.psu.edu/summers98stonevon.html>].
- [Takei 2005] N. Takei, H. Yonezawa, T. Aoki e A. Furusawa, “High-fidelity teleportation beyond the no-cloning limit and entanglement swapping for continuous variables”, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 220502 (2005).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Tan 1999] S. M. Tan, “Confirming entanglement in continuous variable quantum teleportation”, *Phys. Rev. A* **60**, 2752 (1999).
- [Tanimura 2006] T. Tanimura, D. Akamatsu, Y. Yokoi, A. Furusawa e M. Kozuma, “Generation of a squeezed vacuum resonant on Rubidium D1 line with periodically-poled KTiOPO₄”, *Opt. Lett.* **31**, 2344 (2006); arXiv:quant-ph/0603214.
- [Tanzilli 2005] S. Tanzilli, W. Tittel, M. Halder, O. Alibart, P. Baldi, N. Gisin e H. Zbinden, “A photonic quantum information interface”, *Nature* **437**, 116 (2005).
- [Tapster 1988] P. R. Tapster, J. G. Rarity e J. S. Satchell, “Use of parametric down-conversion to generate sub-Poissonian light ”, *Phys. Rev. A* **37**, 2963 (1988).
- [Ter Haar 1961] D. Ter Haar, “Theory and applications of the density matrix”, *Rep. Prog. Phys.* **V24**, 304 (1961).
- [Terazzi 2007] R. Terazzi, T. Gresch, M. Giovannini, N. Hoyler, N. Sekine e J. Faist, “Bloch gain in quantum cascade lasers”, *Nature Physics* **3**, 329 (2007).
- [Toledo Piza 2003] A. F. R. de Toledo Piza, *Mecânica Quântica* (Edusp 2003).
- [Ursin 2007] R. Ursin, F. Tiefenbacher, T. Schimitt-Manderbach, H. Weier, T. Scheidl, M. Lindenthal, B. Blauensteiner, T. Jennewein, J. Perdigues, P. Trojek, B. Ömer, M. Fürst, M. Meyenburg, J. Rarity, Z. Sodnik, C. Barbieri, H. Weinfurter e A. Zeilinger, “Entanglement-based quantum communication over 144 km”, *Nature Phys.* **4**, 481 (2007).
- [Vahlbruch 2007] H. Vahlbruch, M. Mehmet, N. Lastzka, B. Hage, S. Chelkowski, A. Franzen, S. Gossler, K. Danzmann, R. Schnabel, “Observation of squeezed light with 10dB quantum noise reduction”, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 033602 (2008); arXiv:quant-ph/07061431.
- [Vaidman 1994] L. Vaidman, “Teleportation of quantum states”, *Phys. Rev. A* **49**, 1473 (1994).
- [van Loock 2000a] P. van Loock, S. L. Braunstein e H. J. Kimble, “Broadband teleportation ”, *Phys. Rev. A* **62**, 022309 (2000).
- [van Loock 2000b] P. van Loock e Samuel L. Braunstein, “Multipartite Entanglement for Continuous Variables: A Quantum Teleportation Network”, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 3482 (2000).
- [van Loock 2003] P. van Loock e A. Furusawa, “Detecting genuine multipartite continuous-variable entanglement”, *Phys. Rev. A* **67**, 052315 (2003).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Vewinger 2007] F. Vewinger, J. Appel, E. Figueroa e A. I. Lvovsky, “Adiabatic frequency conversion of optical information in atomic vapor”, *Opt. Lett.* **32**, 2771 (2007).
- [Vidal 2002] G. Vidal e R. F. Werner, “Computable measure of entanglement”, *Phys. Rev. A* **65**, 032314 (2002).
- [Villar 2004a] A. S. Villar, M. Martinelli e P. Nussenzveig, “Testing the entanglement of intense beams produced by a non-degenerate Optical Parametric Oscillator”, *Opt. Commun.* **242**, 551 (2004).
- [Villar 2004b] A. S. Villar, “Estudo de Emaranhamento no Oscilador Paramétrico Ótico Não-degenerado Acima do Limiar”, Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, 2004. [Disponível em: <http://axpfep1.if.usp.br/~lmcal>]
- [Villar 2005] A. S. Villar, L. S. Cruz, K. N. Cassemiro, M. Martinelli e P. Nussenzveig, “Generation of Bright Two-Color Continuous Variable Entanglement”, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 243603 (2005).
- [Villar 2006] A. S. Villar, M. Martinelli, C. Fabre e P. Nussenzveig, “Direct Production of Tripartite Pump-Signal-Idler Entanglement in the Above-Threshold Optical Parametric Oscillator”, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 140504 (2006).
- [Villar 2007a] A. S. Villar, K. N. Cassemiro, K. Dechoum, A. Z. Khoury, M. Martinelli e P. Nussenzveig, “Entanglement in the above-threshold optical parametric oscillator”, *J. Opt. Soc. Am. B* **24**, 249 (2007).
- [Villar 2007b] A. S. Villar, “Emaranhamento Multicolor entre Feixes Intensos de Luz”, Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, 2007. [Disponível em: <http://axpfep1.if.usp.br/~villar/>]
- [Wakui 2007] K. Wakui, H. Takahashi, A. Furusawa e M. Sasaki, “Photon subtracted squeezed states generated with periodically poled KTiOPO₄”, *Opt. Exp.* **15**, 3568 (2007); arXiv:quant-ph/0609153.
- [Walls e Milburn 1995] D.F. Walls e G.J. Milburn, *Quantum Optics* (Springer Study Edition, 1995)
- [Walser 1994] R. Walser e P. Zoller, “Laser-noise-induced polarization fluctuations as a spectroscopic tool”, *Phys. Rev. A* **49**, 5067 (1994).
- [Walther 2005] P. Walther, K. J. Resch, T. Rudolph, E. Schenck, H. Weinfurter, V. Vedral, M. Aspelmeyer e A. Zeilinger, “Experimental one-way quantum computing”, *Nature* **434**, 169 (2005).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Wang 2008] D. Wang, Y. Shang, X. Jia, C. Xie e K. Peng, “Dependence of quantum correlations of twin beams on pump finesse of optical parametric oscillator”, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **41**, 035502 (2008); arXiv:quant-ph/07094520.
- [Weyl 1950] H. Weyl, *The Theory of Groups and Quantum Mechanics* (Dover, 1950).
- [Weihs 1998] G. Weihs, T. Jennewein, C. Simon, H. Weinfurter e A. Zeilinger “Violation of Bell’s inequality under strict Einstein locality conditions”, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5039 (1998); arXiv:quant-ph/9810080.
- [Werner 1989] R. F. Werner, “Quantum states with Einstein-Podolsky-Rosen correlations admitting a hidden-variable model”, *Phys. Rev. A* **40**, 4277 (1989).
- [Werner 2001] R. F. Werner and M.M. Wolf, “Bound entangled Gaussian States”, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3658 (2001); arXiv:quant-ph/0009118.
- [Wigner 1932] E. P. Wigner, “On the Quantum Correction for the Thermodynamic Equilibrium”, *Phys. Rev.* **40**, 749 (1932).
- [Williamson 1936] J. Williamson, “On the algebraic problem concerning the normal forms of linear dynamical systems”, *Am. J. Math.* **58**, 141 (1936).
- [Wineland 2001] M. A. Rowe, D. Kielpinski, V. Meyer, C. A. Sackett, W. M. Itano, C. Monroe e D.J. Wineland, “Experimental violation of a Bell’s inequality with efficient detection”, *Nature* **409**, 791 (2001).
- [Wiseman 1995] H. M. Wiseman, M. S. Taubman e H.-A. Bachor, “Feedback-enhanced squeezing in second-harmonic generation”, *Phys. Rev. A* **51**, 3227 (1995).
- [Wittmann 2008] C. Wittmann, M. Takeoka, K. N. Cassemiro, M. Sasaki, G. Leuchs e U. L. Andersen, “Demonstration of near-Optimal Discrimination of Optical Coherent States”, em preparação (2008).
- [Wolf 2006] M. Wolf, G. Giedke e J. I. Cirac, “Extremality of Gaussian Quantum States” *Phys. Rev. Lett.* **96**, 080502 (2006).
- [Wu 1986] L.A. Wu, H. J. Kimble, J. L. Hall e Huifa Wu, “Generation of Squeezed States by Parametric Down Conversion”, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 2520 (1986).
- [Wünsche 2000] A. Wünsche, “Symplectic groups in quantum optics”, *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **2**, 73 (2000).
- [Xiong 2005] H. Xiong, M. O. Scully e M. S. Zubairy, “Correlated Spontaneous Emission Laser as an Entanglement Amplifier”, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 023601 (2005).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Yonezawa 2004] H. Yonezawa, T. Aoki e A. Furusawa, “Demonstration of a quantum teleportation network for continuous variables”, *Nature*, **431**, 430 (2004).
- [Zhang J. 2006] J. Zhang e S.L. Braunstein, “Continuous-variable Gaussian analog of cluster states”, *Phys. Rev. A* **73**, 032318 (2006).
- [Zhang K.S. 2001] K. S. Zhang, T. Coudreau, M. Martinelli, A. Maître e C. Fabre, “Generation of bright squeezed light at 1.06 μm using cascaded nonlinearities in a triply resonant cw periodically-poled lithium niobate optical parametric oscillator”, *Phys. Rev. A* **64**, 033815 (2001).
- [Zhang T.C. 1995] T.C. Zhang, J.P. Poizat, P. Grelu, J.F. Roch, P. Grangier, F. Martin, A. Bramati, V. Jost, M.D. Levenson e E. Giacobino, “Quantum noise of free-running and externally stabilized laser diodes”, *Quant. Semiclass. Opt.* **7**, 601 (1995).
- [Zibrov 1995] A. S. Zibrov, M. D. Lukin, D. E. Nikonov, L. Hollberg, M. O. Scully, V. L. Velichansky e H. G. Robinson, “Experimental Demonstration of Laser Oscillation without Population Inversion via Quantum Interference in Rb”, *Phys. Rev. A* **75**, 1499 (1995).