

# Óptica geométrica, óptica física e o olho humano

**1 – Foco na retina**

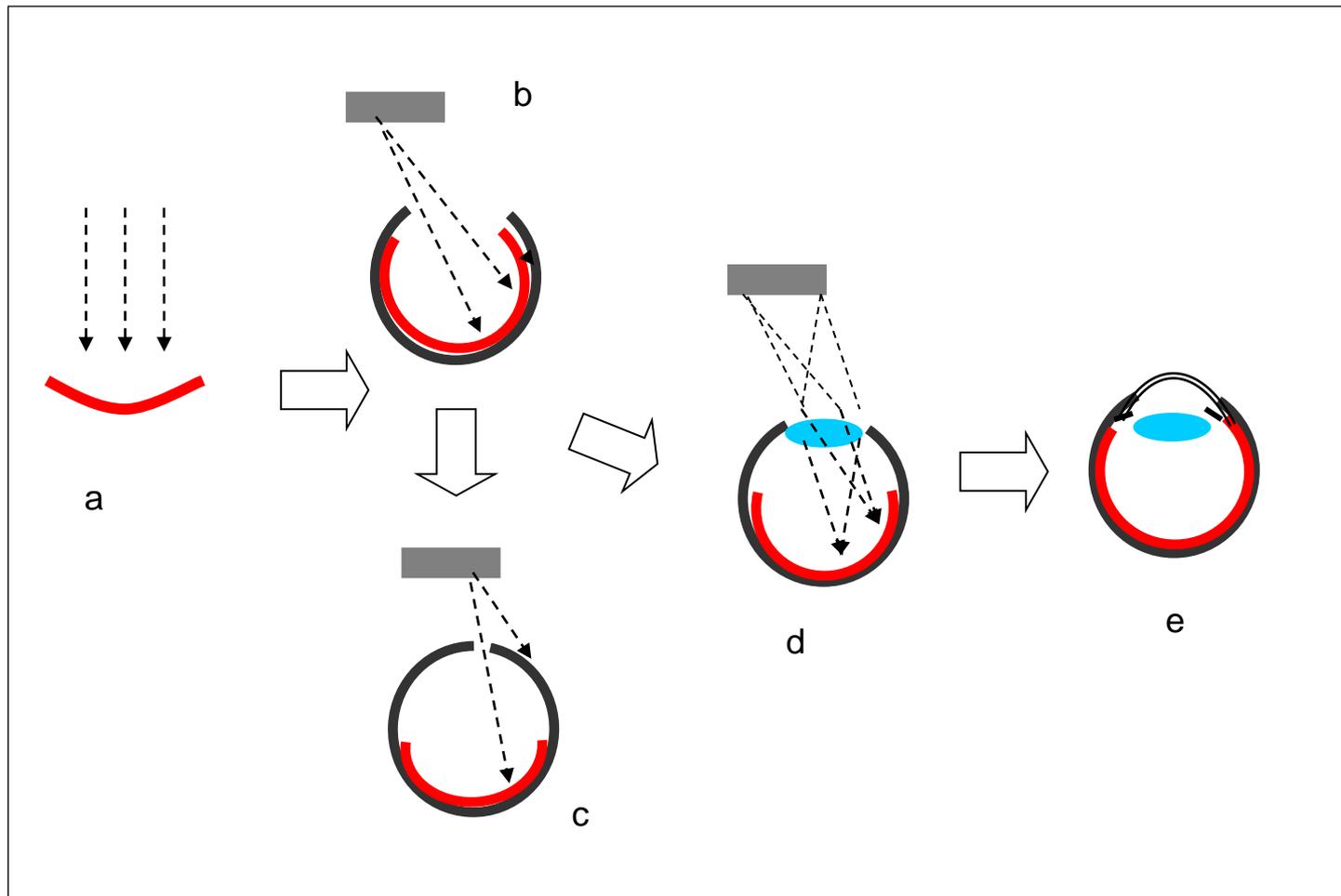
**2 – Difração da luz na pupila**

**3 – Sensibilidade do olho humano e a Muralha da China**

# 1 – Foco na retina

## Evolução do olho

**A figura a seguir ilustra a evolução do olho durante meio bilhão de anos. Inicialmente (a), o “olho” era apenas uma superfície coberta por fotoreceptores. O processo de seleção natural criou olho do tipo “câmara escura”, (b) e (c), preenchida ou não por algum tipo de material orgânico transparente. Para melhorar a qualidade das imagens formadas, surgiram sistemas ópticos (d) e (e) que permitem a formação de imagens mais nítidas na retina. (A parte fotosensível dos sistemas visuais, como a nossa retina, está representada em vermelho.)**

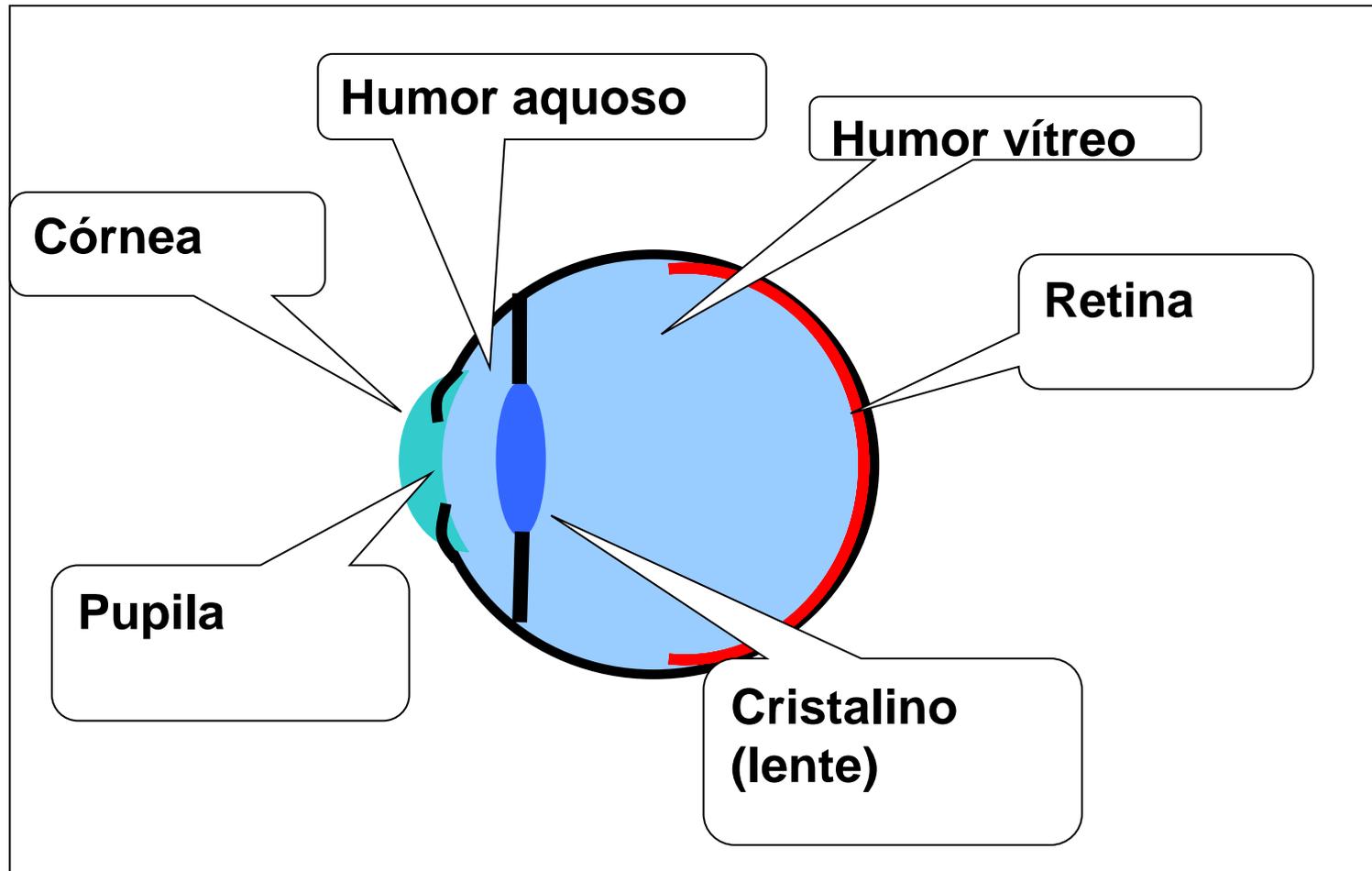


A finalidade do sistema óptico é projetar na retina uma imagem que esteja “no foco”

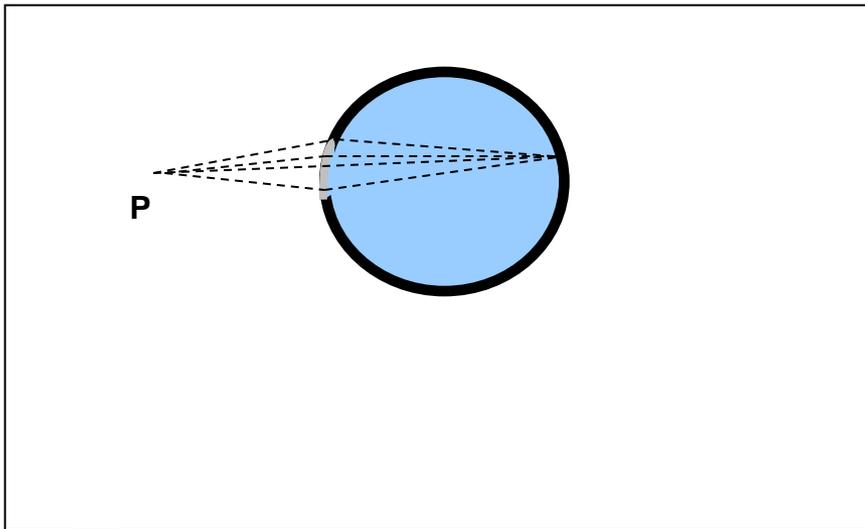
Figura baseada em Land e Russell, 1992. The evolution of eyes, Annu. Rev. Neurosci. 15 pag.1 (1992)

# Sistema óptico do olho humano

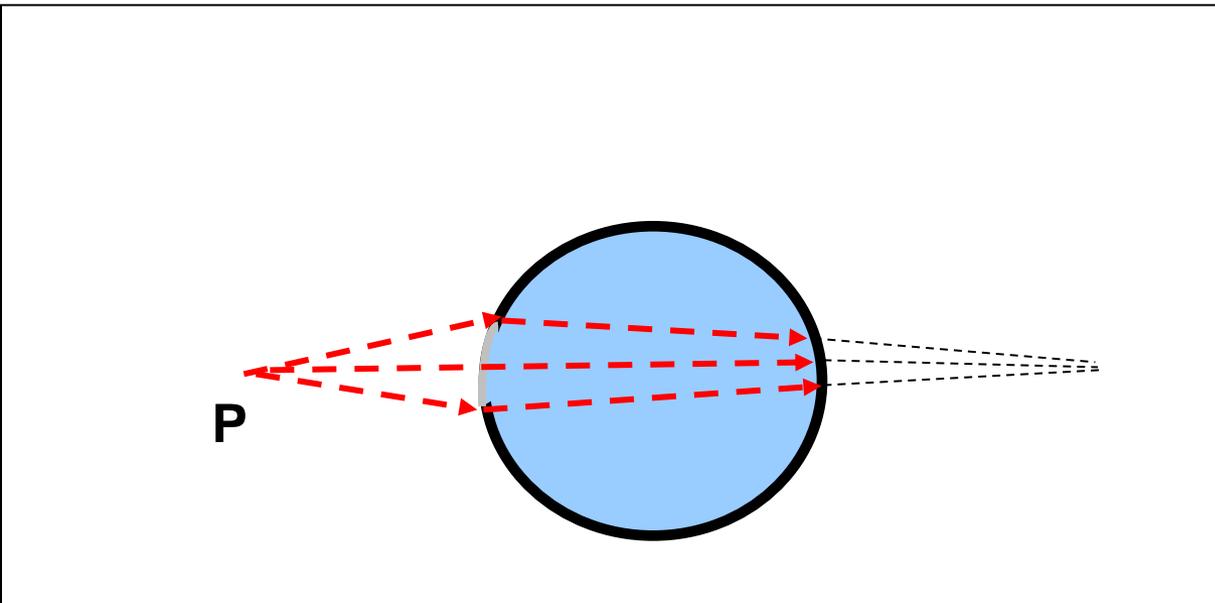
Esta figura mostra os principais componentes ópticos do olho humano



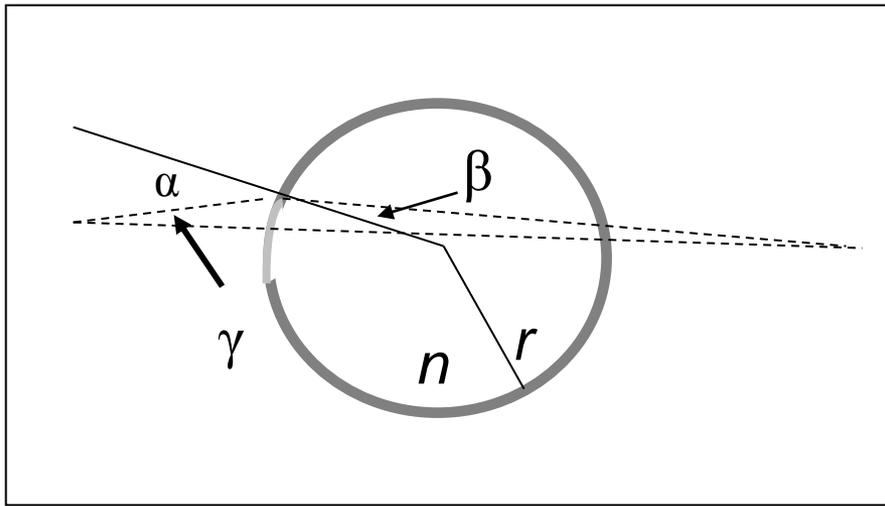
# Globo ocular (sem córnea e sem cristalino)



Uma das funções do sistema óptico do olho humano é fazer com que um ponto luminoso, P, dê origem a uma imagem também puntiforme na retina ...



... entretanto, sem a córnea e o cristalino, isso não ocorre. Os raios luminosos provenientes de um único ponto luminoso, formam um “borrão” na retina; seus prolongamentos se encontrariam depois da retina.



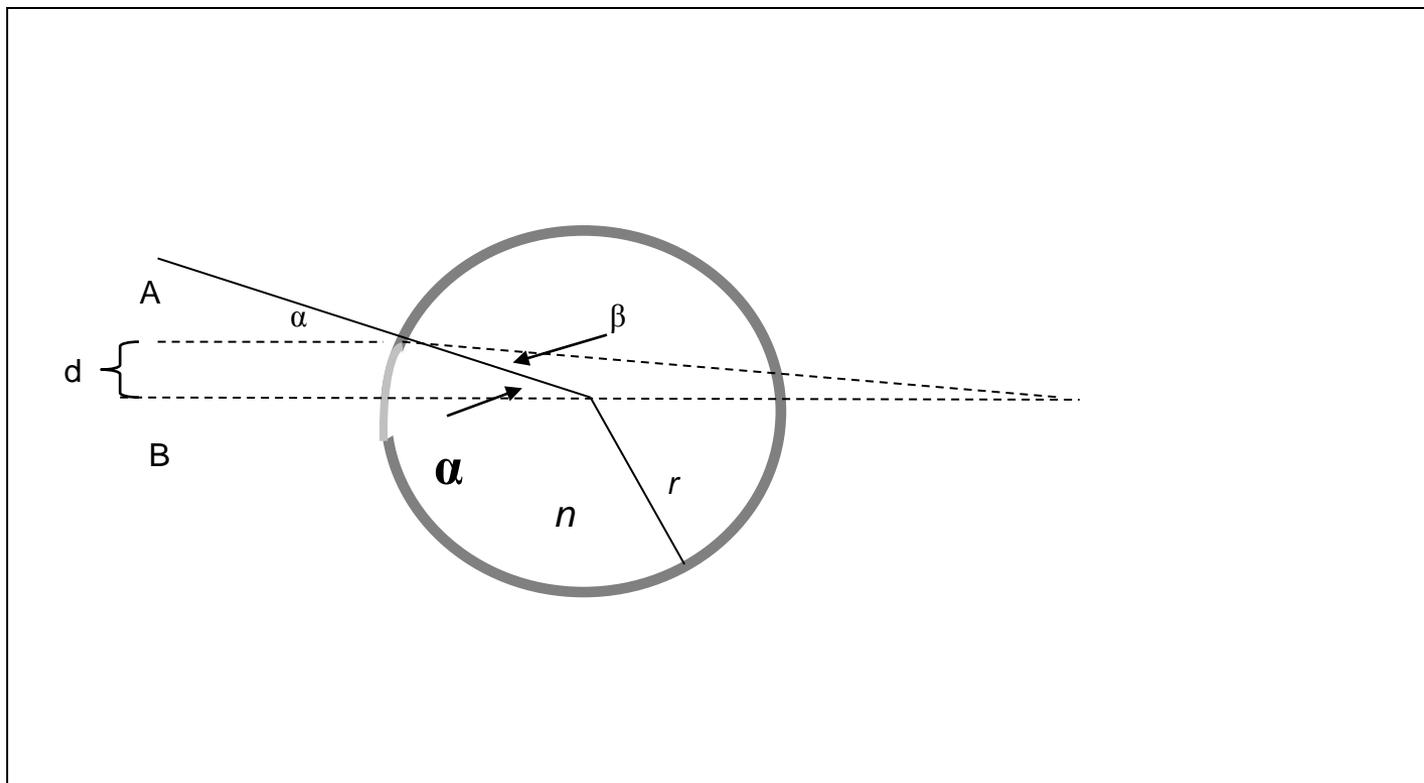
Para estudar a óptica do olho, vamos fazer algumas simplificações: uma delas é considerar que o ângulo entre dois raios provenientes de um mesmo ponto luminoso,  $\gamma$ , é muito pequeno e bem menor do que os outros ângulos envolvidos no problema,  $\alpha$  e  $\beta$ .

$$\gamma \approx \frac{0,1cm}{30cm} \quad \text{e} \quad \alpha, \beta \approx \frac{0,1cm}{1,2cm}$$

Portanto,  $\gamma \ll \alpha, \beta$

Com essas aproximações, o ângulo  $\gamma$  será considerado nulo. Isso corresponde a um ponto muito, muito distante do olho. E, para todos os efeitos, “muito, muito distante” pode ser apenas algumas poucas dezenas de centímetros.

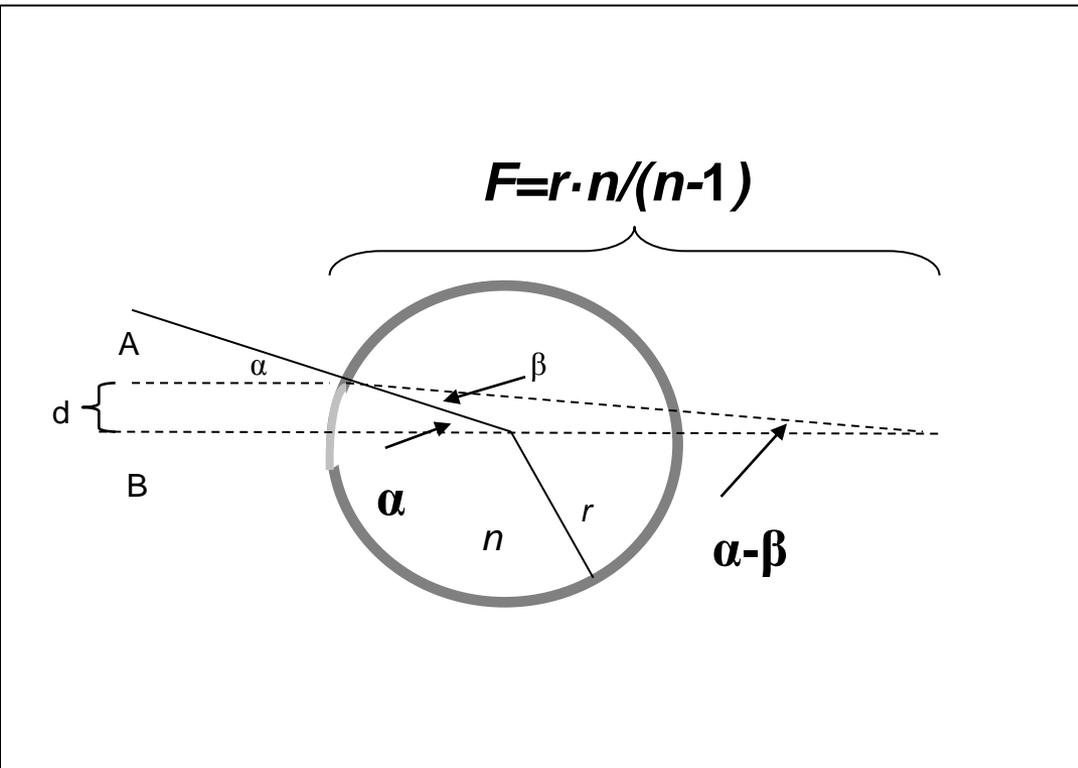
Assim, o esquema fica bem simplificado.



## Para subsidiar os cálculos que faremos, aqui estão algumas dimensões típicas do olho humano

	<b>Raio de curvatura</b>	<b>Espessura</b>	<b>Índice de refração</b>
<b>Córnea</b>	<b>0,8 cm</b>	<b>0,6 cm</b>	<b>1,38</b>
<b>Cristalino</b>	<b>0,6 cm</b>	<b>0,4 cm</b>	<b>1,42</b>
<b>Humores</b>	<b>--</b>	<b>--</b>	<b>1,34</b>
<b>Globo ocular</b>	<b>1,2 cm</b>		

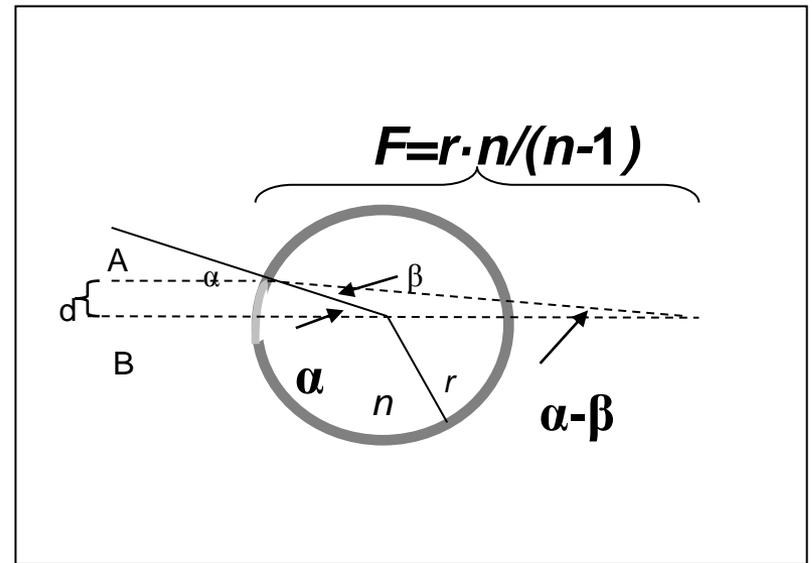
# Olho humano – considerando apenas os globo ocular, sem córnea e sem cristalino



No que segue, vamos verificar que a distância entre a pupila e o ponto para o qual convergiriam os raios luminosos de um olho sem córnea e sem cristalino está a uma distância  $F = rn/(n-1)$  da pupila, onde  $r$  é o raio do globo ocular e  $n$  seu índice de refração.

## Lei de Snell

$$\text{sen } \alpha = n \cdot \text{sen } \beta$$



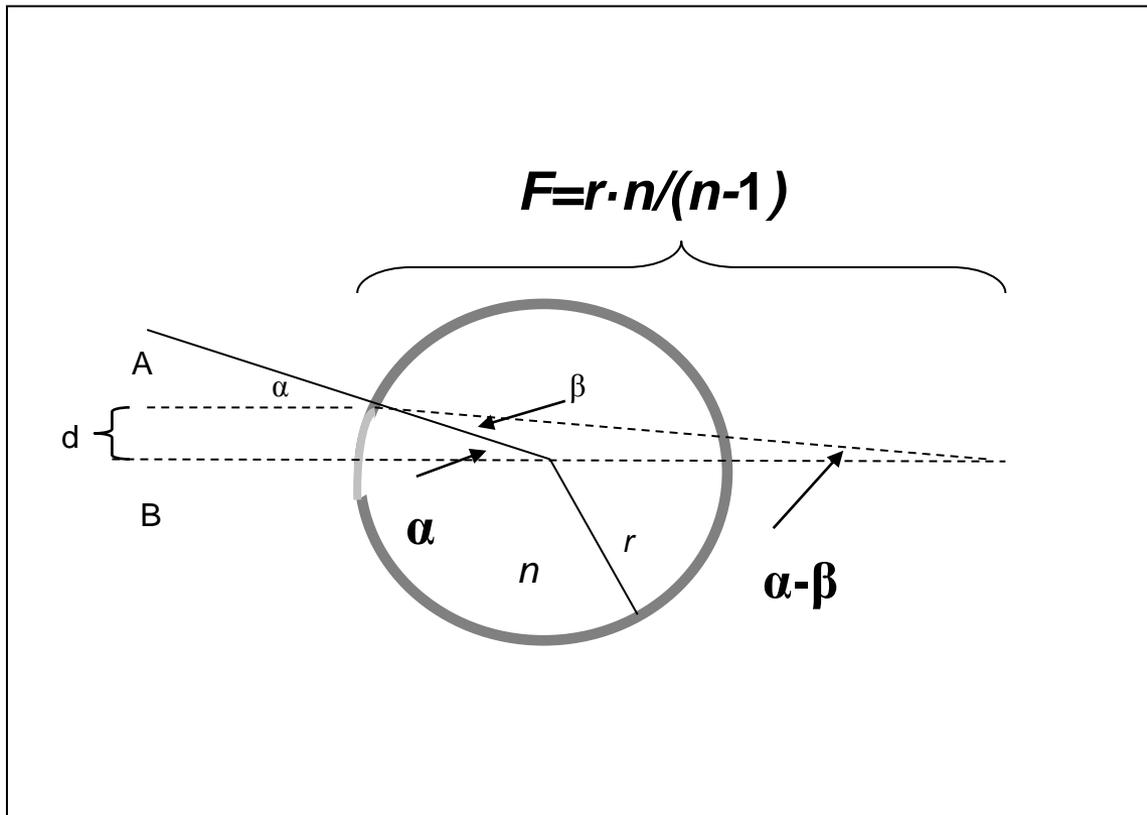
Como os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  são pequenos, podemos aproximar  $\text{sen}(\alpha) \approx \alpha$  e  $\text{sen}(\beta) \approx \beta$ :

$$\alpha \cong n \cdot \beta$$

Essas duas equações ao lado podem ser verificadas por argumentos geométricos.

$$d \cong r \cdot \alpha$$

$$d \cong F(\alpha - \beta)$$



**Combinando as duas equações geométricas com a lei de Snell, obtemos:**

$$F \cong \frac{n}{n-1} r$$

$$F \cong 3,9r \approx 4,7cm$$

**A imagem seria formada bem além da retina.**

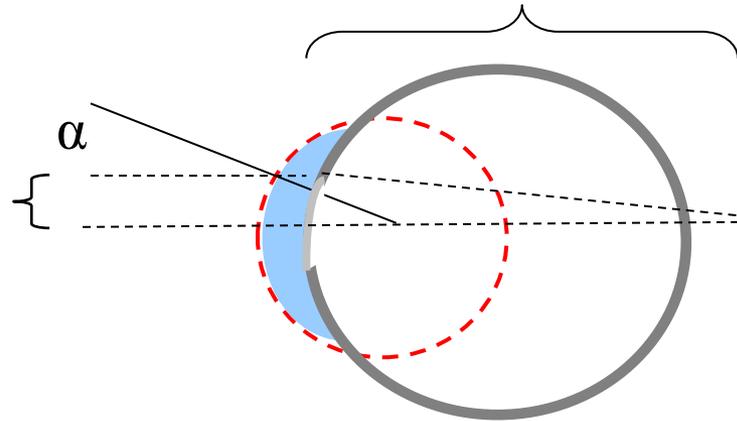
**Mas note que apesar disso, o globo ocular, ainda que sem a córnea e sem o cristalino, contribui para a formação de uma imagem, embora pouco nítida. Na ausência dos humores (vítreo e aquoso), os raios luminosos que incidem paralelamente no globo ocular continuariam paralelos.**

# A córnea

Podemos usar a mesma equação anterior, dentro da elipse azul, para entender o papel da córnea

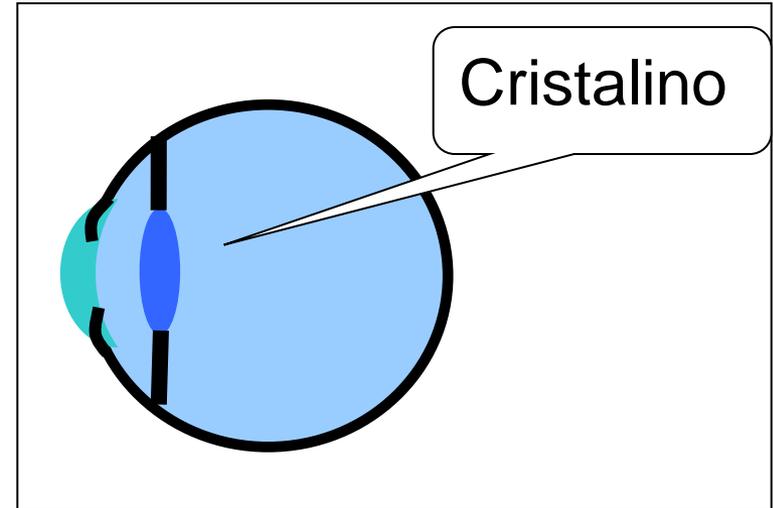
$$F \cong \frac{n}{n-1} r$$

$$F = r_{\text{córnea}} \cdot n / (n-1) = 3,1 \text{ cm}$$



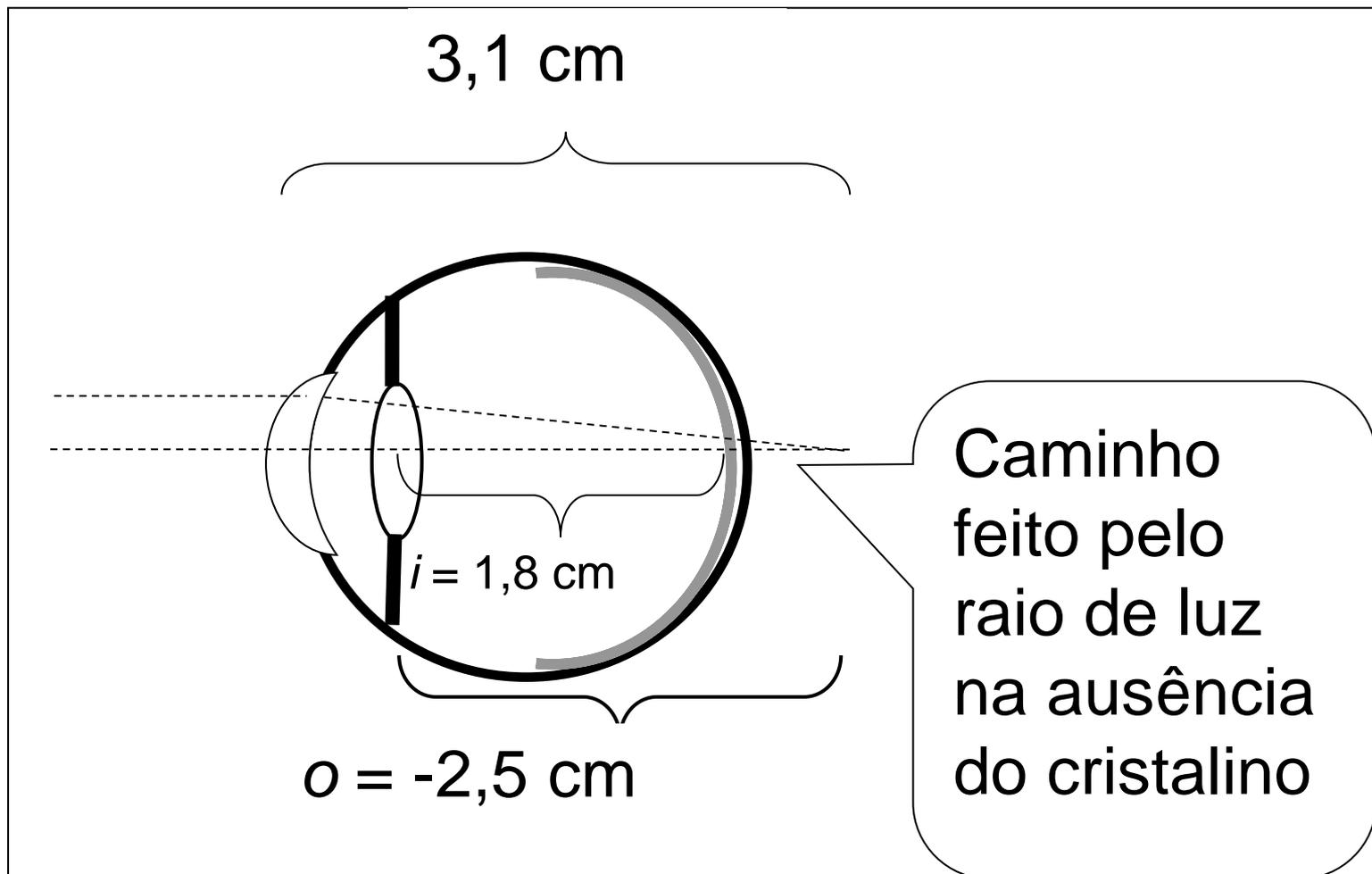
Para sabermos onde os raios paralelos se encontrariam, basta substituir o raio da córnea nessa equação. A imagem seria formada cerca de 3,1cm depois própria córnea e, portanto, depois da retina. Essa imagem é melhor o que aquela formada sem a córnea, mas ainda não é perfeita.

## O cristalino (a lente)



**Vamos estudar a função do cristalino. Mas, para variar um pouco, ao contrário de usar suas dimensões conhecidas e estudar seu efeito, como fizemos com a córnea, vamos inverter o problema: vamos calcular qual deve ser o raio do cristalino para que a imagem seja formada na retina. Vamos fazer isso em dois passos.**

**Primeiro passo: precisamos determinar a distância focal do cristalino para que a imagem seja formada na retina.**



Usando a fórmula para lentes finas,

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}$$

podemos determinar qual deve ser a distância focal do cristalino.

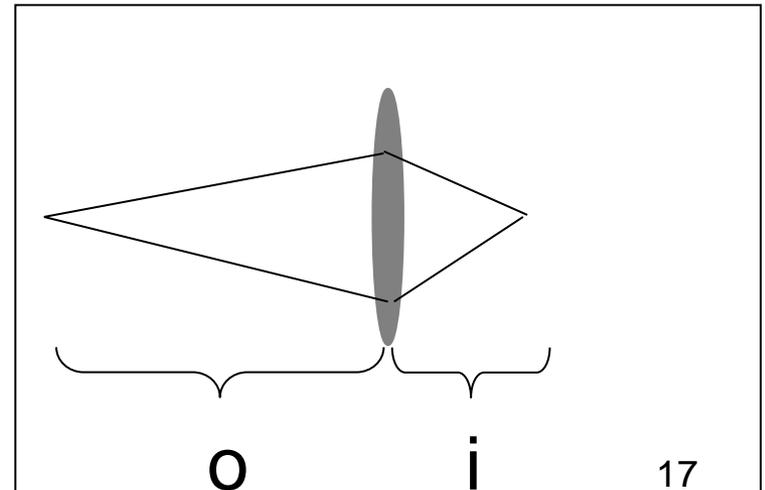
Pela figura da transparência anterior, sabemos que

$$i = 1,8\text{cm}$$

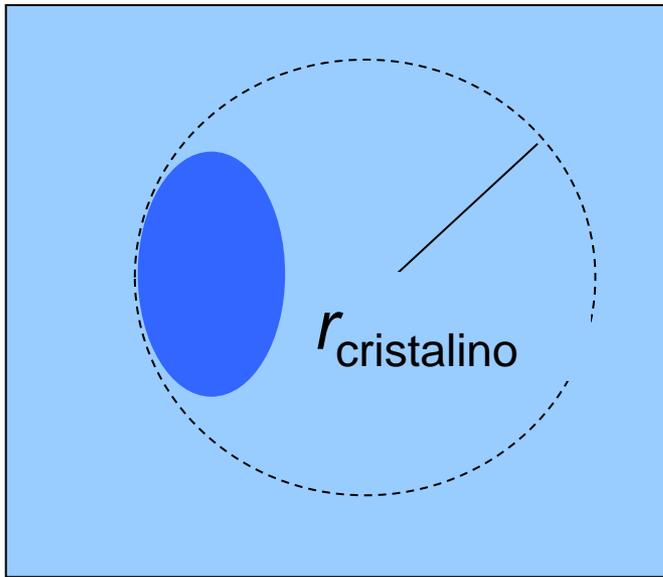
$$o = -2,5\text{cm}$$

Portanto,

$$f = 6,4\text{cm}$$



# Segundo passo: fórmula para lentes finas



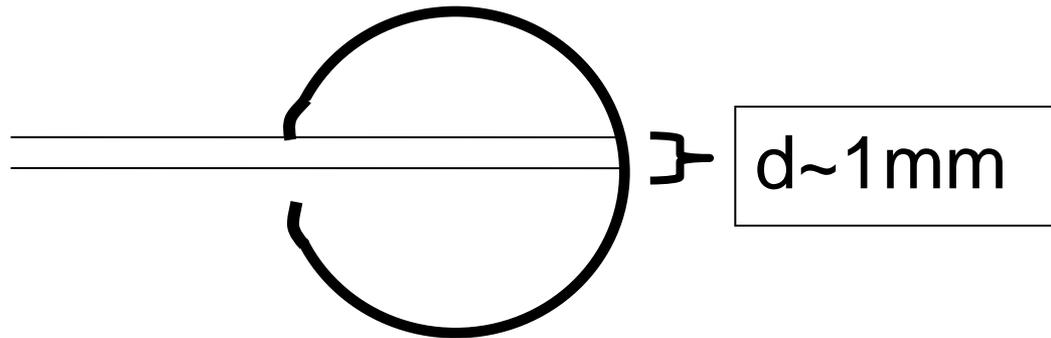
Uma das equações básicas de lentes relaciona o índice de refração (relativo) do material, a curvatura da superfície da lente e a distância focal. Usando essa equação, podemos descobrir qual deve ser o raio de curvatura do cristalino para que a imagem seja “focada” na retina:

$$\frac{1}{f} = (n_{cristalino} - 1) \frac{2}{r_{cristalino}}$$

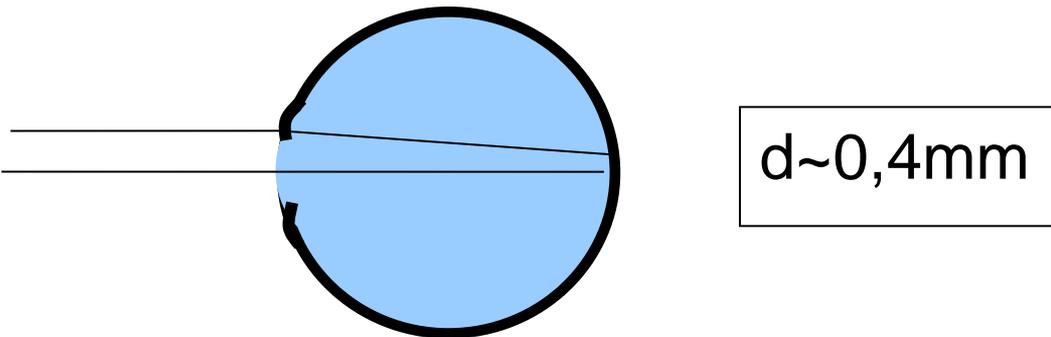
$$n_{cristalino} = \frac{1,42}{1,34} \approx 1,06 \text{ implica } r_{cristalino} \approx 0,8 \text{ cm}$$

Note que esse valor é um pouco maior do que o que se observa,  $r_{cristalino} \sim 0,6 \text{ cm}$ . Mas, considerando as aproximações, parece que estamos no caminho certo.

# RESUMO: Vamos estudar a contribuição de cada componente (pupila, globo ocular, córnea e cristalino) para a qualidade da imagem

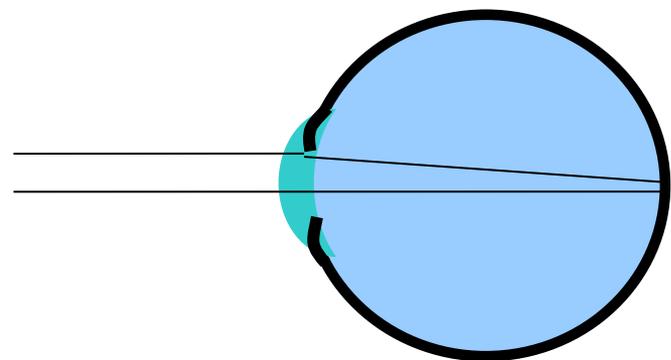


Se nosso olho fosse apenas um “buraco”, a imagem de um ponto na retina seria do tamanho da pupila



O globo ocular reduz a imagem para

$$r_{\text{pupila}}(2-n)/n$$

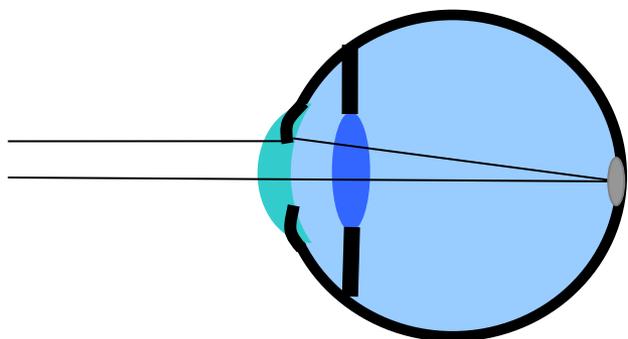


$d \sim 0,1 \text{ mm}$

A córnea melhora ainda mais a imagem: agora um “borrão” de apenas 0,1mm.

$$\left( r_{\text{córnea}} \frac{n}{n-1} - 2r_{\text{globo}} \right) \times$$

$$\left( 1 - \frac{1}{n} \right) \frac{r_{\text{pupila}}}{r_{\text{olho}}}$$



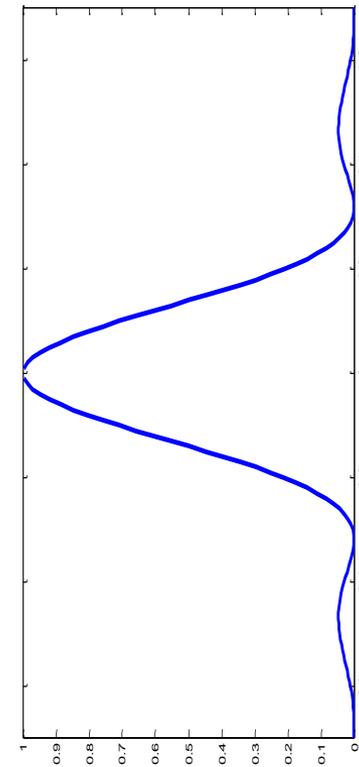
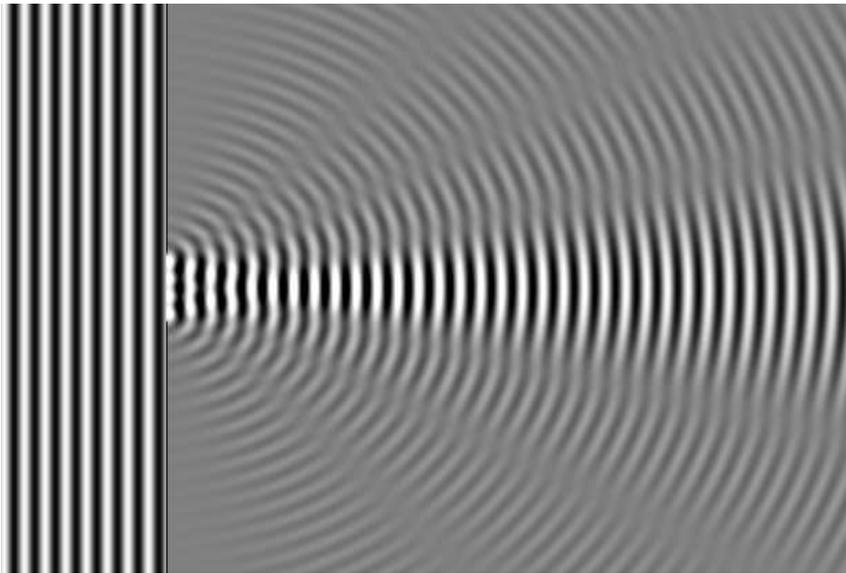
Fóvea

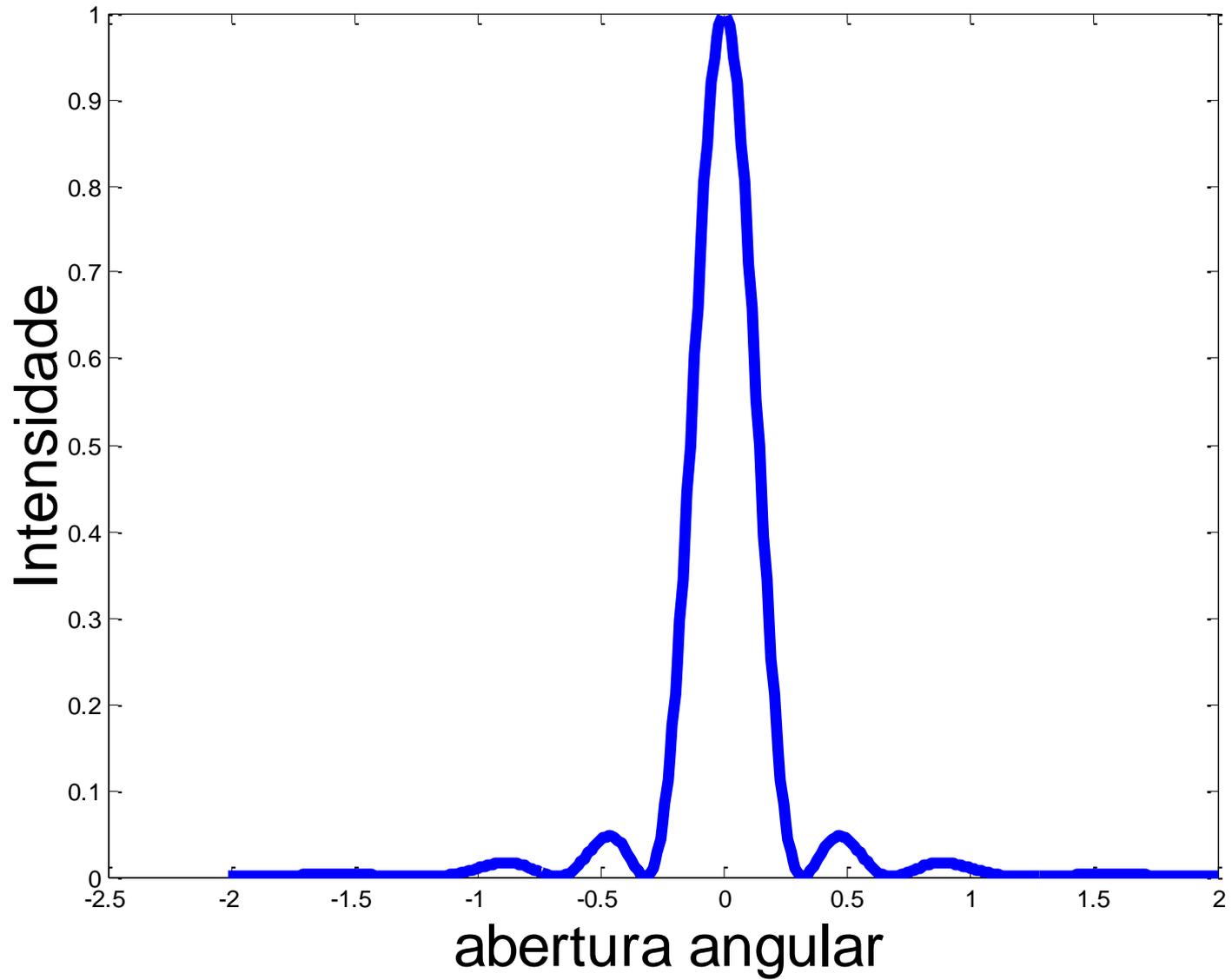
Finalmente, o cristalino transforma-a em um ponto

# 2 – Difração da luz na pupila



Quando ondas passam por um orifício cuja dimensão não é muito maior do que o comprimento de onda, o efeito da difração é claramente observado.





**Quando há difração de uma onda por uma fenda, a abertura angular é da ordem de  $\lambda/d$  ( $\lambda$  é o comprimento de onda e  $d$  é a abertura da fenda)**

**Essa relação vale, aproximadamente, para qualquer tipo de abertura (furos, fendas ...), sendo  $d$  a dimensão da abertura.**

# Difração na pupila – resolução angular

Quando a luz atravessa a pupila, ela sofre uma difração cuja abertura angular é da ordem de

$$\theta \approx (5 \times 10^{-7} \text{m}) / (10^{-3} \text{m}) = 5 \times 10^{-4} \text{radianos}$$

ou  $\theta \approx 0,03^\circ$

Essa abertura angular corresponde, aproximadamente, ao pingo do *i* em bulas de remédio a cerca de 30cm dos olhos ou uma mosca em uma parede a 10m.)

A difração é imperceptível em condições usuais ...  
... entretanto, não conseguimos distinguir os dois faróis de um carro a alguns quilômetros de distância.

# Fotografias tiradas de satélites sofrem difração na objetiva da máquina fotográfica

$$\frac{\lambda}{d} < \frac{l}{L}$$

$d$  = abertura da objetiva

$l$  = dimensão do objeto

$L$  = abertura da objetiva

**No caso de fotos tiradas de satélites ( $L \sim 400\text{km}$ ), para resolução de  $l=1\text{m}$ ,  $d$  deve ser maior do que 20 cm.**

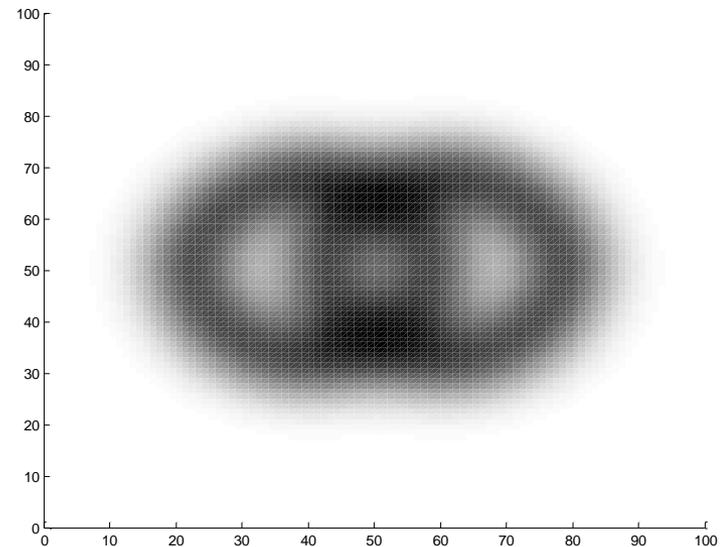
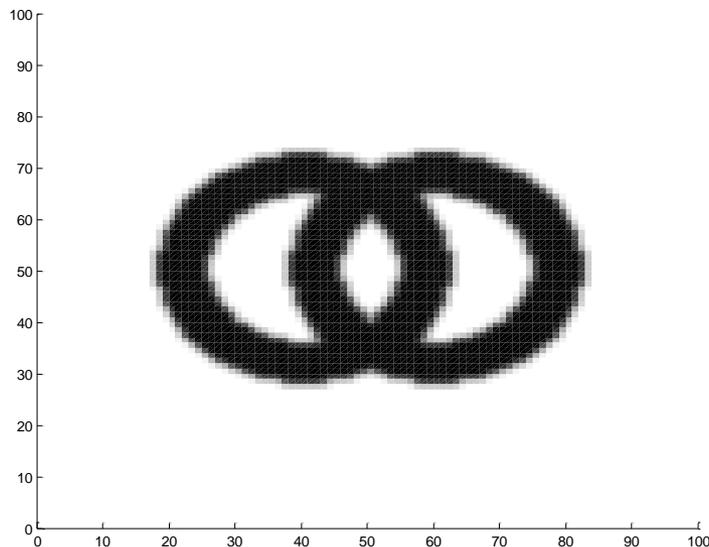
É por causa dessa difração que fotografias tiradas de satélites são “meio borradas”, fora de foco, como esta:



# A fóvea e a resolução angular

- **Sem o cristalino, um ponto daria origem a um borrão de cerca de 0,1 mm.**
- **A fóvea – a parte central e precisa da visão – tem uma dimensão da ordem de 1mm.**
- **Portanto, a função convergente do cristalino é muito importante. Sem ele, teríamos grande dificuldade para ler.**

**Sem o cristalino, uma figura nítida que caísse totalmente na fóvea, como a figura da esquerda, ficaria “borrada”, como a figura da direita**



**A fóvea tem cerca de  $5 \times 10^6$  cones (os fotoreceptores que *respondem* diferentemente a diferentes cores). A distância entre eles é da ordem de 0,001mm.**

**A resolução angular (difração na retina) transforma um ponto em um *borrão* de dimensão**

$$5 \cdot 10^{-4} \times 20\text{mm} \approx 0,01\text{mm}.$$

**Portanto, um ponto luminoso muito distante, deve sensibilizar vários cones vizinhos.**

# **3 – Sensibilidade do olho humano, difração e a muralha da China**

**A muralha da China é visível, a olho nu, da Lua?  
Vamos responder a essa pergunta com base em dois aspectos:**

**Há luminosidade suficiente chegando até a Lua para que alguém possa enxergar a muralha da China?**

**A difração da luz na pupila comprometeria a qualidade da imagem formada na retina?**

**O limite de sensibilidade do olho humano depende de vários fatores, tais como o comprimento de onda da luz. Somos mais sensíveis à luz verde; neste caso, o limite de sensibilidade é da ordem de uma dezena de fótons/segundo. No vermelho ou no azul, precisamos de mais do que 100 fótons/segundo. *Grosso modo*, podemos estimar em  $10^2$  fótons/segundo o limite inferior da sensibilidade do olho humano.**

**O limite de sensibilidade do olho humano corresponde a enxergar uma lâmpada de cerca de 100W a algumas poucas centenas de quilômetros de distância!!**

**Luminosidade do solo em dia ensolarado: podemos estimar essa luminosidade como sendo cerca de  $100 \text{ W/m}^2 \approx 10^{21} \text{ fótons/m}^2$ .**

**Vamos examinar a luminosidade na pupila de alguém que, da Lua, volta seu olhar para a muralha da China quando esta está bem iluminada:**

$$10^{21} \text{ fótons/s} \left( \frac{r_{pupila}}{r_{Terra/Lua}} \right)^2$$
$$\approx 10^{21} \left( \frac{10^{-3} \text{ m}}{4 \times 10^8 \text{ m}} \right)^2 \approx 10^{-2} \text{ fótons/s}$$

- **Alguém que esteja na Lua e vire seu rosto para a muralha da China receberá cerca de 1 fóton a cada 100 segundos vindo de cada metro quadrado. Assim, são necessários 10 mil metros quadrados iluminados para superar o limite de sensibilidade do olho humano.**
- **Mas apenas isso não garante visibilidade. Seria necessário que todo o entorno estivesse totalmente escuro para que fosse possível perceber algo, o que jamais acontecerá.**
- **Conclusão: não há luminosidade e contraste suficientes para alguém, da Lua, conseguir enxergar a muralha da China.**

# E a difração na pupila?

Abertura angular de um pedaço de 10m da muralha da China vista da Lua:

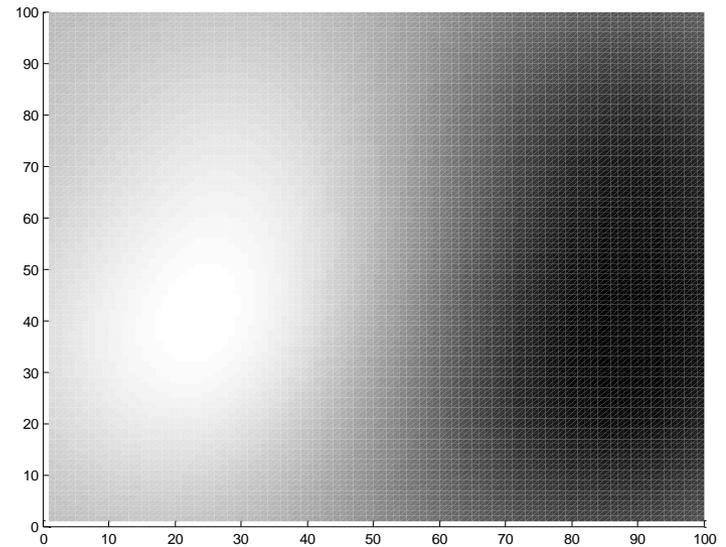
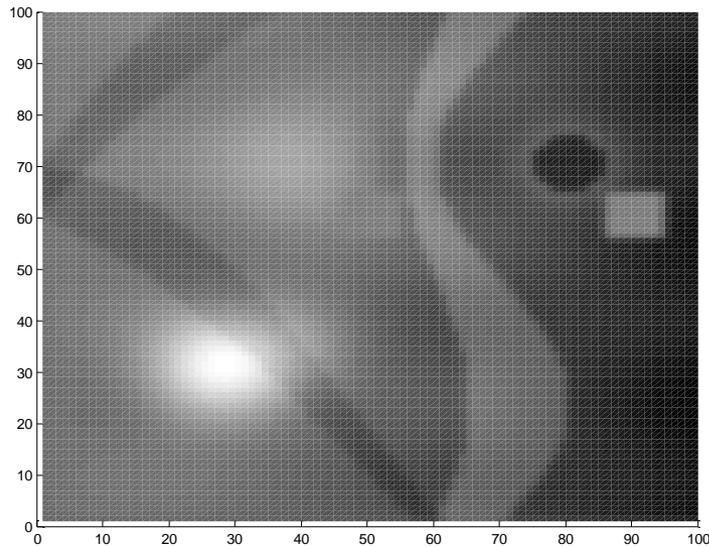
$$10\text{m}/4\times 10^8\text{m}\approx 2\times 10^{-8}\ll \lambda/d_{\text{pupila}}$$

Portanto, a difração “borraria” tudo.

A “imagem” na retina seria algumas ordens de grandeza maior do que o objeto que se quer ver.

Seria equivalente a ver um fio de cabelo a cerca de 10km de distância.

**Suponha que a imagem da esquerda seja uma paisagem (em branco e preto). Quando vista da Lua, ela parecerá com a imagem da direita por causa da difração da luz na pupila. (O pequeno retângulo corresponde a um objeto – uma casa, por exemplo – com cerca de dez metros de largura.)**



## **Algumas referências**

**O. Helene, A simple model of the human eye  
Phys. Teach. 48 (2) pág. 142 (2010)**

**J. H. Vuolo, Visão Humana  
Instituto de Física, USP (2004)**

**J. H. Vuolo, Efeitos Visuais com Orifícios  
Rev. Bras. Ensino de Física 18 (3) (1996) 191**

**<http://axpfep1.if.usp.br/~otaviano/>**