Física Olímpica

1 - Alguma física do andar

2 - Marcha atlética e rebolado

3 - Cem metros rasos

4 - Potência e desempenho atlético

5 - Corridas

6 - Saltos

7 – Refrigerando o corpo

1 - Alguma física do andar

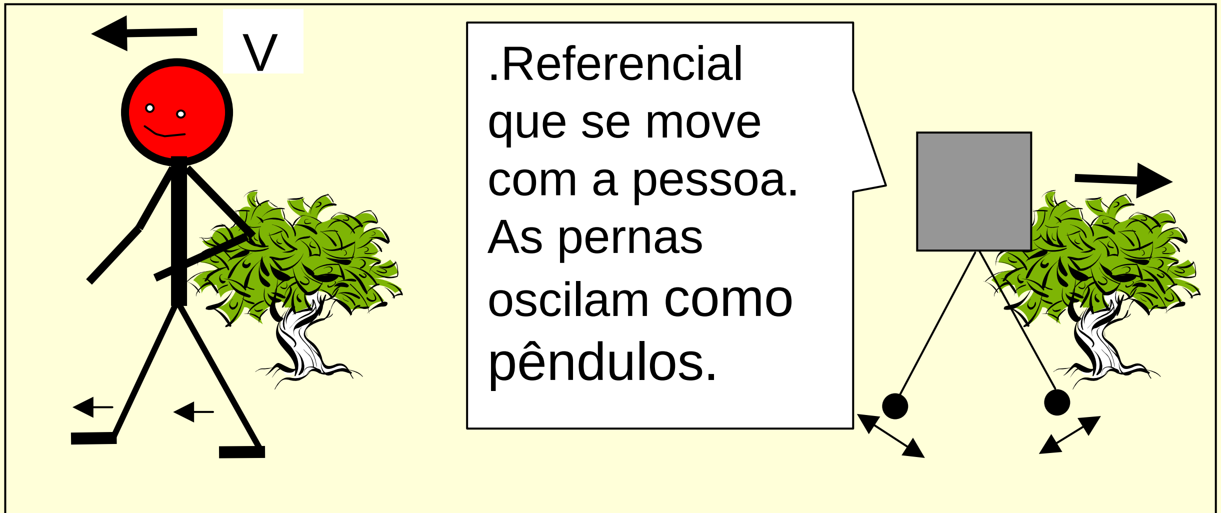
Velocidade de menor esforço

Qual a velocidade mais conveniente para se andar?

Para responder isso, vamos analisar o movimento das pernas quando andamos.

Se olhamos uma pessoa andando, vemos que seus pés vão para a frente, tocam o solo, param, vão para a frente, tocam o solo, param etc, etc. Parece um movimento complicado.

Entretanto, vamos analisar esse movimento em um referencial que se move com a pessoa, como quando vemos um filme, com alguém andando e sendo acompanhado pela câmara: suas pernas parecem oscilar de forma regular, como se fossem pêndulos. Deixar as pernas oscilarem custa menos esforço, pois não precisamos freá-las ou acelerá-las: esse movimento dá origem ao andar com menor esforço.



Andar com menor esforço
As pernas oscilam livremente

$$T \approx 2\pi\sqrt{l/g}$$

Este é o período de oscilação livre das pernas, aproximando-as por um pêndulo simples. Se as pernas oscilarem com este período, não é necessário esforço para acelerá-las ou freá-las.

$$v = \frac{2l}{2\pi\sqrt{l/g}} = \frac{1}{\pi}\sqrt{l \cdot g}$$

Com uma abertura de 60º, um passo completo corresponde a um deslocamento de 2*l*. Assim, esta é a velocidade mais confortável de andar.

Alguns exemplos de velocidade do andar com menor esforço

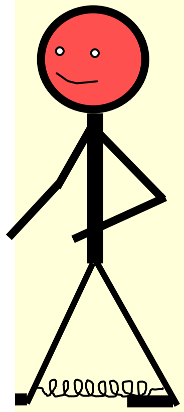
- Adultos 1 m/s
- Crianças 0,7 m/s
- Cachorros 0,5 m/s
- Girafas 2 m/s
- Adultos na Lua 0,4 m/s
- Pessoas, cachorros, girafas e astronautas podem andar com velocidades maiores ou menores que essas, variando a freqüência de oscilação (o que exige algum esforço adicional) ou regulando o tamanho do passo.

Amarre as pernas para andar mais rápido

$$v = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{2kl^2}{m} + gl}$$

Velocidade de menor esforço do andar com as pernas ligadas por uma mola (constante elástica *k; m* é a massa da perna). Como no caso anterior, as pernas foram aproximadas por pêndulos simples.

Se você prender uma perna à outra com uma mola, a freqüência natural de oscilação aumentará.



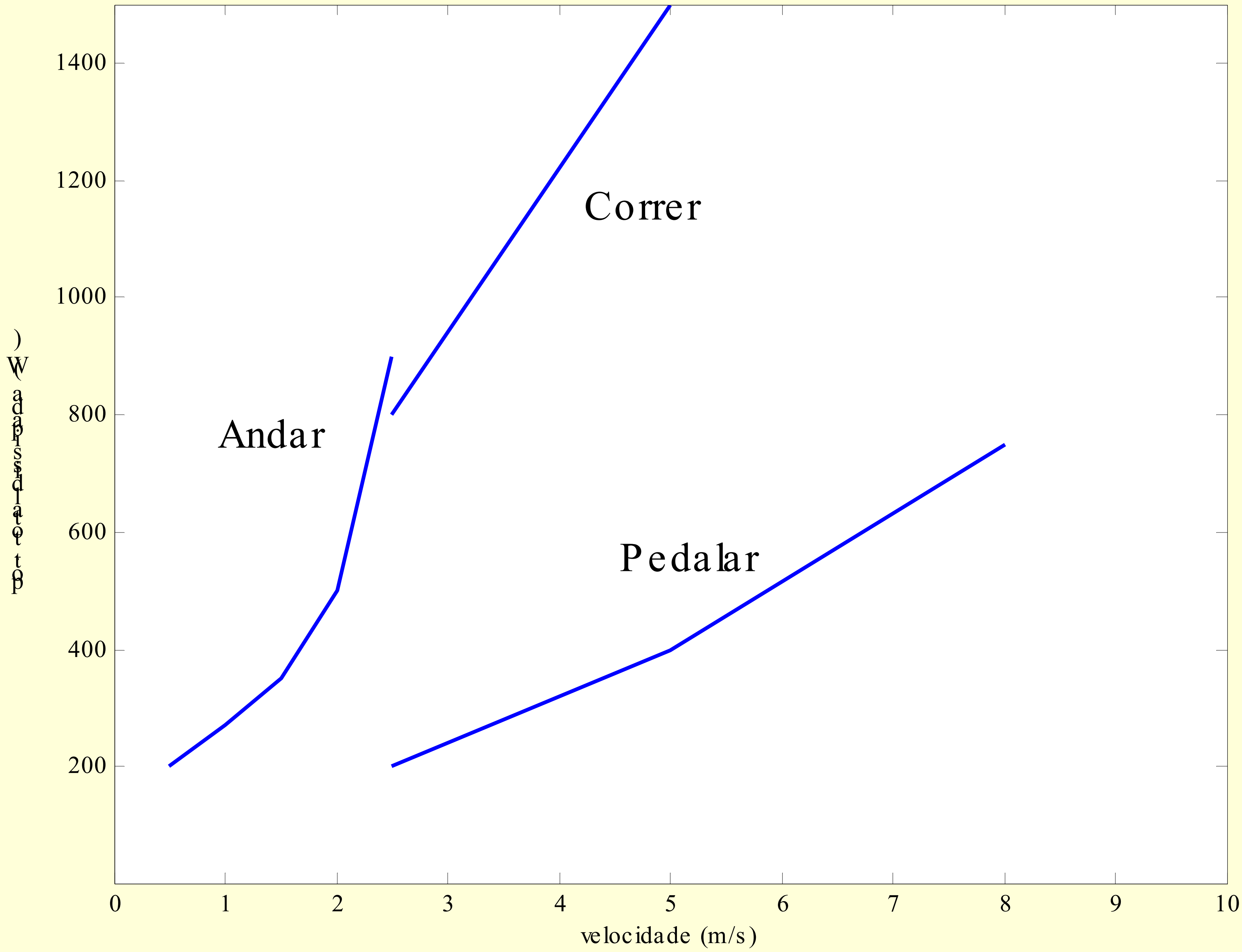
$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2k}{m} + \frac{g}{l}}$$

Andar ou correr?

Andar – pelo menos um pé no chão todo o tempo;
Correr – parte do tempo sem nenhum pé no chão

O custo energético total (potência mecânica mais gasto interno de energia para manter os órgão funcionando) do andar, correr e pedalar é mostrado na figura seguinte.

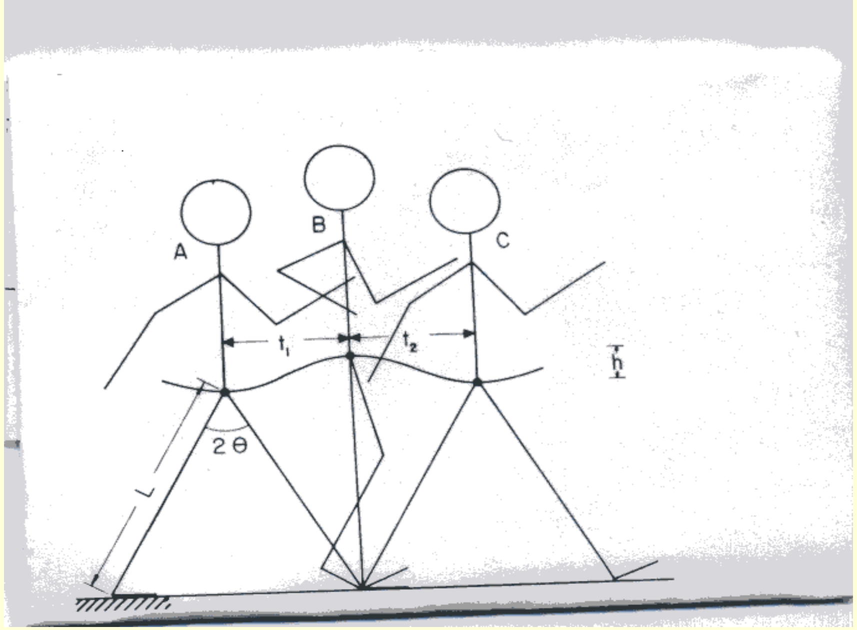
A eficiência mecânica das atividades física é da ordem de 25%. Ou seja, a cada 100J de energia total gasta, cerca de 75J vira trabalho mecânico externo; os outros 75J são consumidos internamente e, em última instância, aquecem o corpo.


Correr
Andar
Pedalar
1400
1200
1000
800
600
400
200
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
velocidade (m/s)

2 - Marcha atlética

Marcha: para manter pelo menos um pé no chão você deve rebolar

Na marcha atlética, o centro de massa do atleta sobe e desce a cada passo. Como ele ou ela deve manter pelo menos um pé no chão (essa ´pe a regra desse esporte), é necessário esperar que o centro de massa desça para completar um passo. O centro de massa descerá, no máximo, com a aceleração da gravidade.

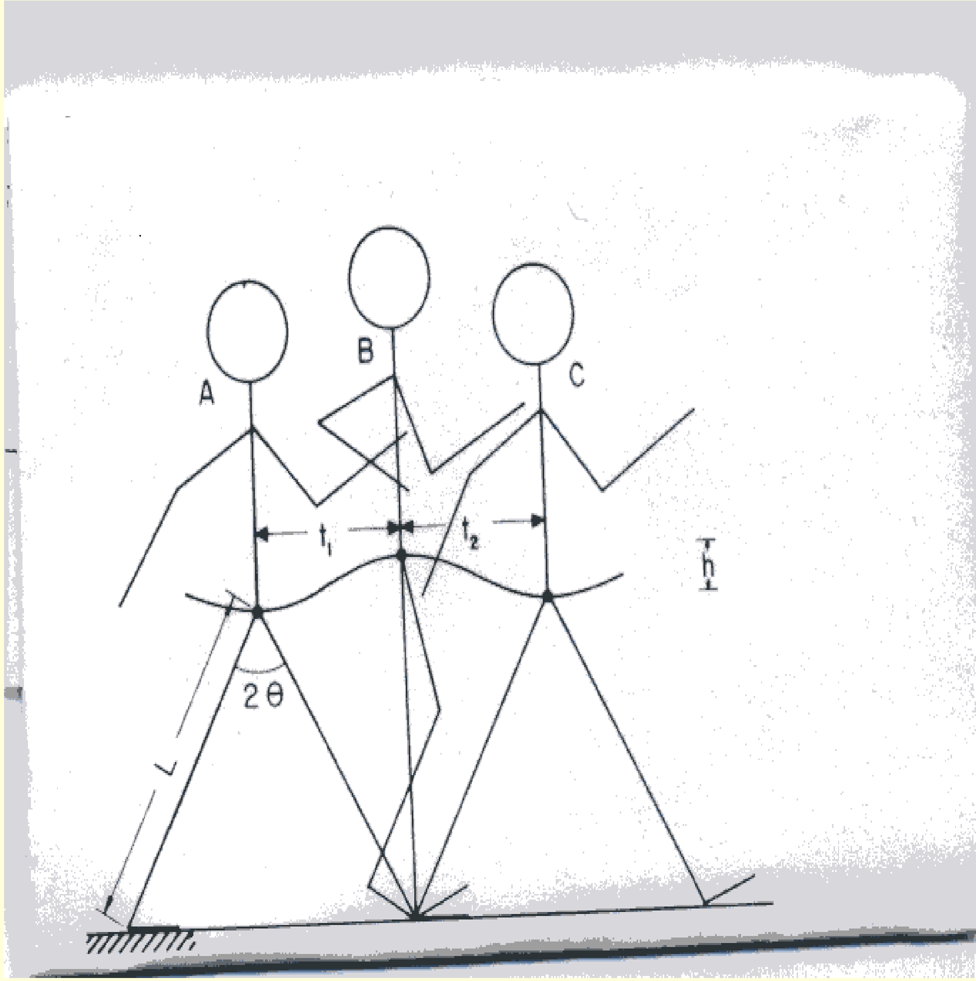


Tempos de subida e descida do centro de massa

- t_1 = tempo de subida do C.M. (Para cima todo santo ajuda.)

- t_2 = tempo de descida do C. M. (Para baixo, depende da atração gravitacional)

- *h* é a amplitude de oscilação do centro de massa



É fácil mostrar que

$$t_1 \approx t_2 \approx 2\sqrt{{2h}/{g}}$$

Assim, a velocidade máxima do atleta deve respeitar esta desigualdade

$$v < L \cdot seno(\theta) \cdot \sqrt{g/2h}$$

Se o/a atleta andar mais rápido do que este limite, em alguns instantes ambos os pés estarão no ar, quebrando a regra desse esporte.

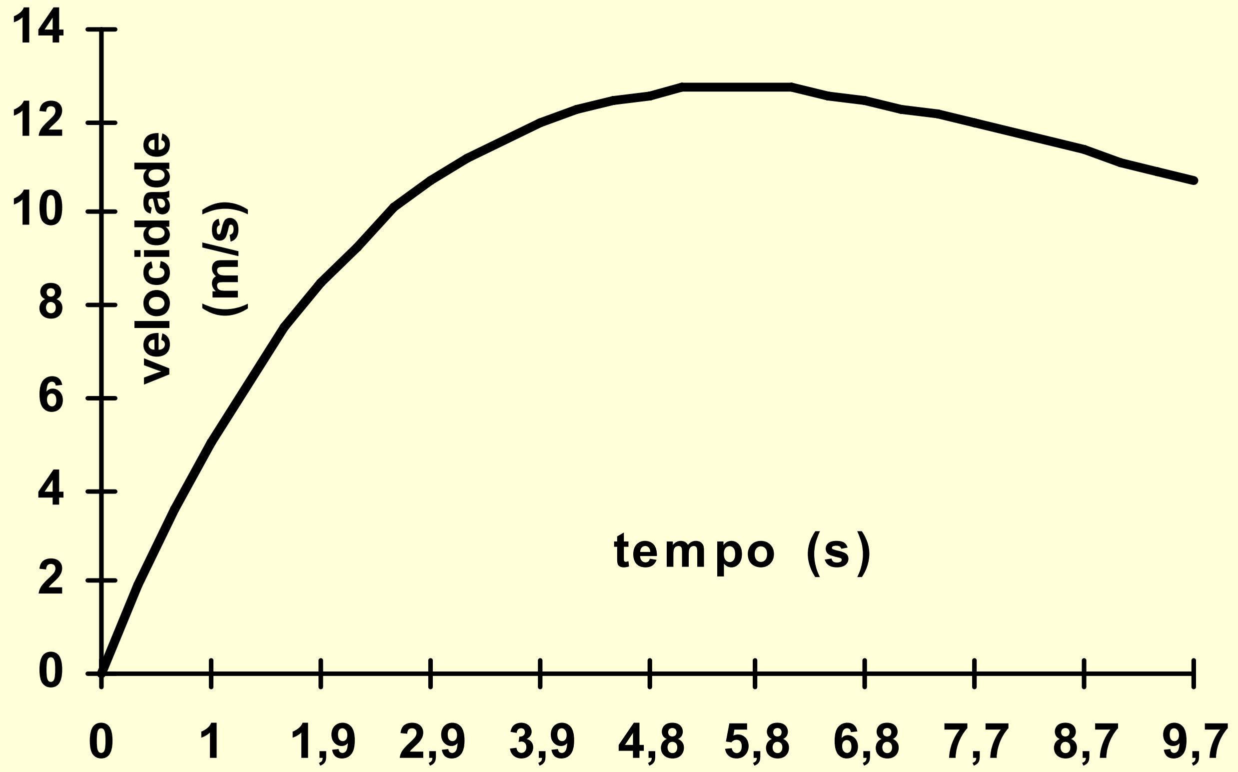
Se seno(θ)≈0,5 e L≈1m, então

$$v < \frac{1}{\sqrt{h(m)}} m/s$$

Exemplo: Se v≈5 m/s (velocidade típica de marcha), então *h*≈4 cm: esta é a máxima amplitude de oscilação do centro de massa na marcha atlética.
Para conseguir isto o/a atleta deve, literalmente, rebolar, fazendo aquele movimento típico dessa atividade esportiva.

3 - Cem metros rasos

O gráfico abaixo mostra a velocidade em função do tempo para o atleta Donavan Bailey, recordista (1996) dos 100 m rasos, com 9,84 s. Note que, como ele saiu com um atraso de 0,17 s, o tempo de percurso foi de 9,67 s.



A velocidade em função do tempo do recorde de Donavan Bailey pode ser aproximada pela expressão

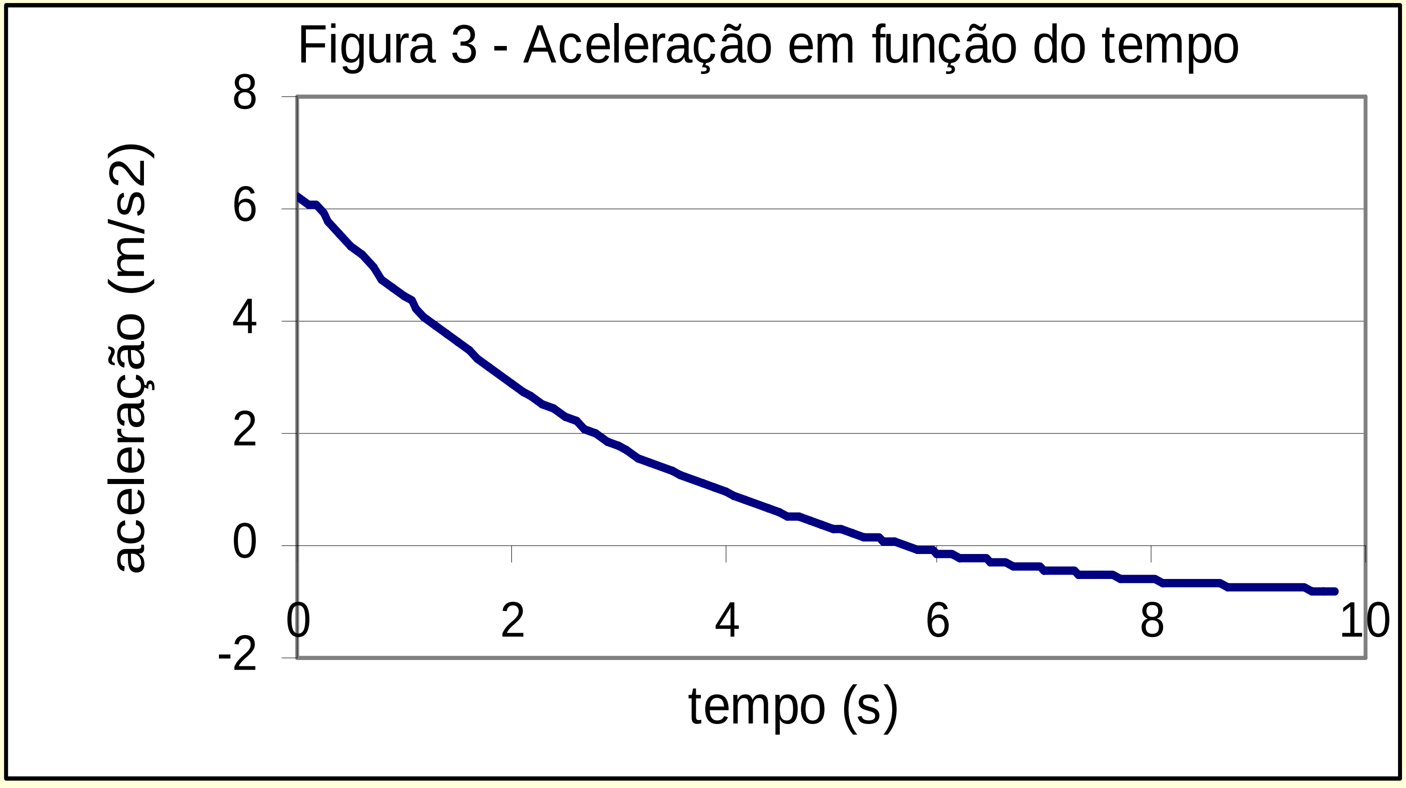
$$v(t) = 238e^{-0,166t/s}(1 - e^{-0,026t/s})m/s$$

Esta expressão é válida para *t* entre 0s e 9,67s, que foi o tempo de duração da prova.

Conhecendo a função *v(t)* podemos fazer várias estimativas para o desempenho do atleta.

Aceleração

A aceleração é obtida derivando-se a expressão da velocidade em relação ao tempo



Potência mecânica

A potência mecânica dissipada pelo atleta têm origem em quatro fatores:

Acelerar o corpo: $$P_1 = mav$$

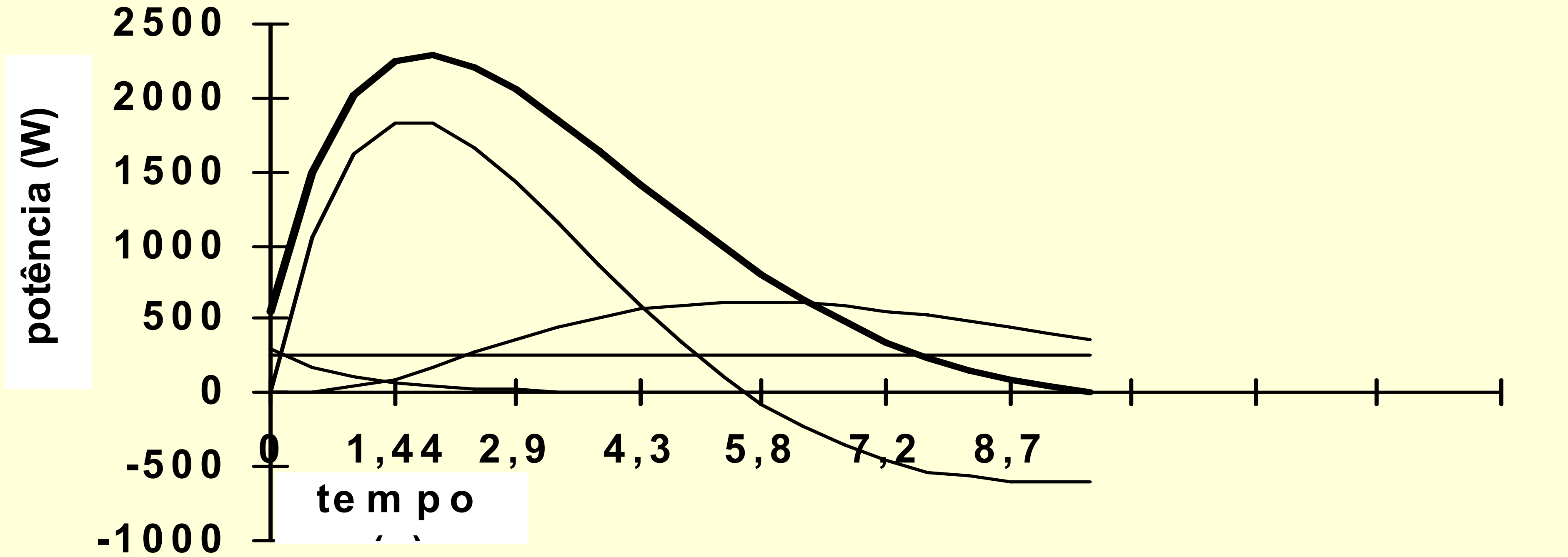
Como o atleta inicia com o corpo abaixado, ele precisa levantá-lo. Vamos aproximar essa potência por: $$P_2 = 300We^{-t/s}$$

O atleta precisa vencer a resistência do ar. Essa potência é: $$p_3 = 0{,}30W \cdot v^3$$

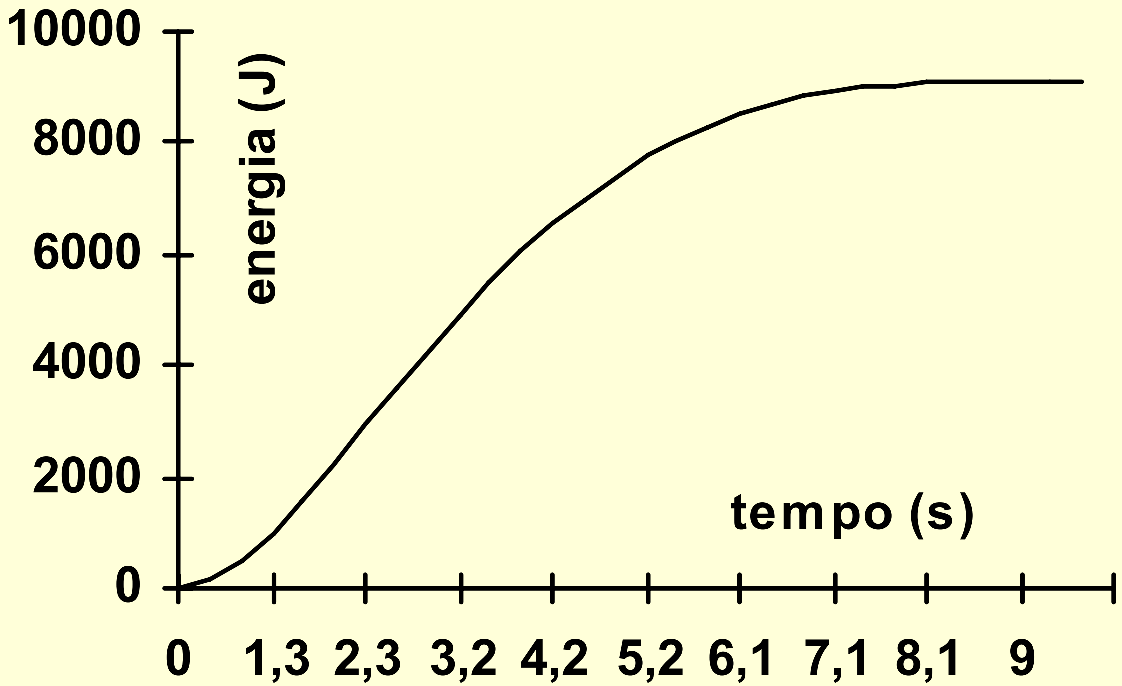
Finalmente, há o sobe e desce do corpo, que consome cerca de 250 W

Potência mecânica

$$P = 250W + 300We^{-t/s} + mav + 0{,}30W \cdot v \quad (no\ SI)$$



Energia mecânica total



Energia mecânica dissipada durante uma corrida de cem metros rasos: 10kJ. Suficiente apenas para manter acesa uma lâmpada de 100W durante 100 s

Como a eficiência muscular é de 25%, então a energia total gasta pelo atleta é de 40kJ. Esta é a energia contida em apenas 4 g de trigo.

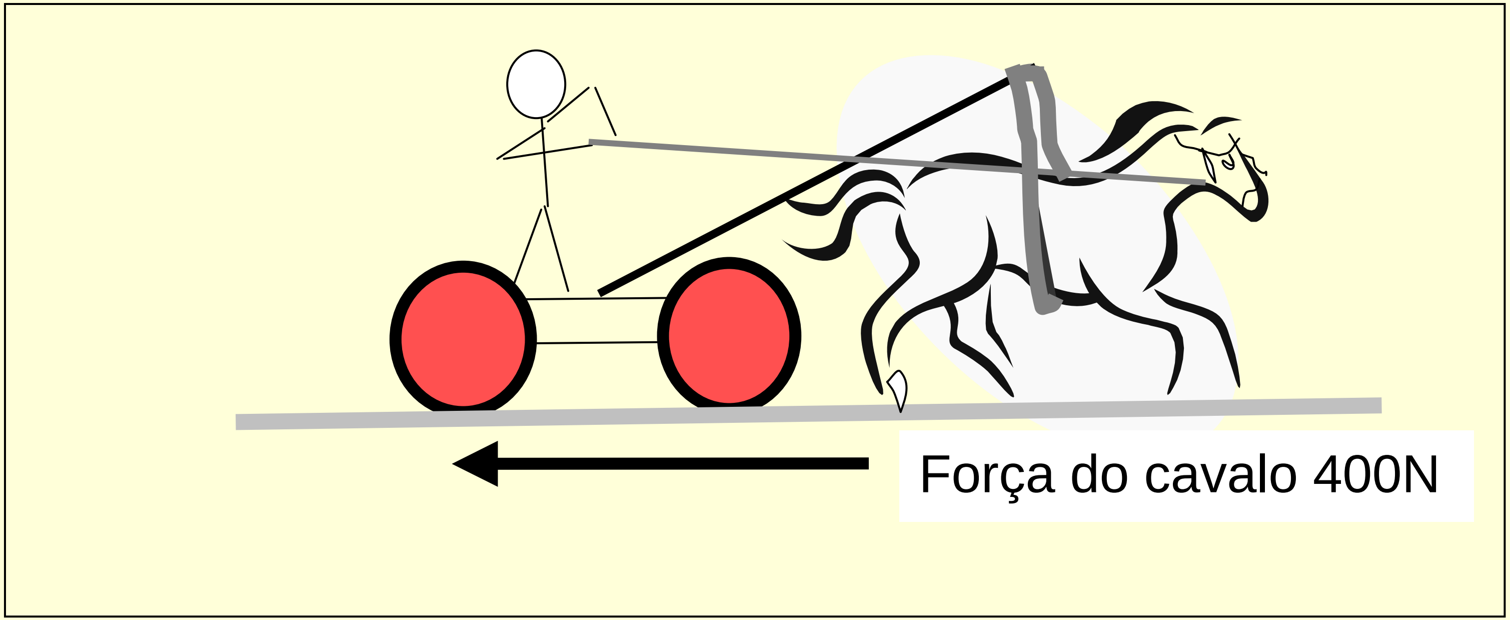
4 - Potência e desempenho atlético

O que limita o desempenho de um atleta?

Força, potência, resistência física, habilidade, destreza, firmeza, controle emocional e muscular, capacidade respiratória, resistência à dor...

Um grande limitante é a potência que um/a atleta consegue produzir.

Força e potência: Certamente um cavalo consegue exercer uma força de 400N ao puxar uma carroça.

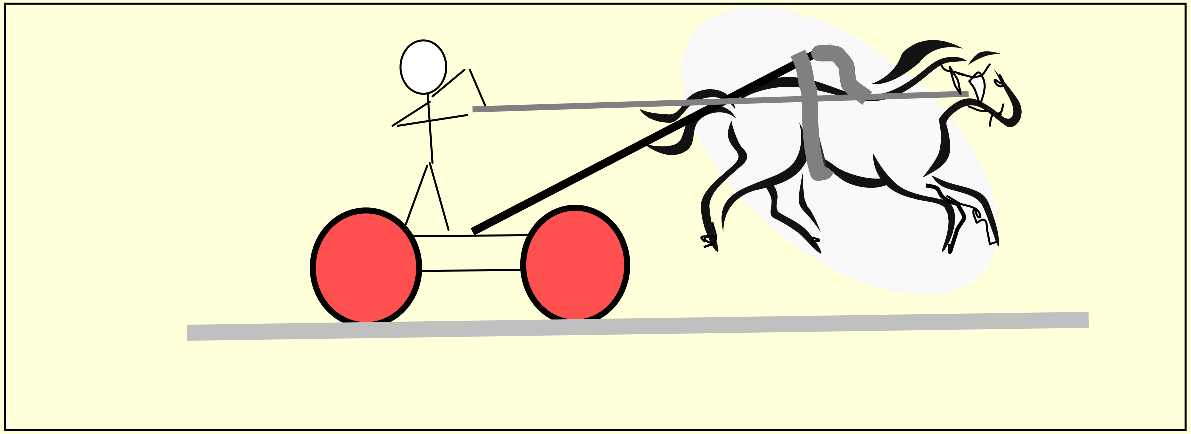


Vamos considerar um cavalo de 200 kg puxando uma carroça que, com passageiro, tem massa igual a 200 kg.

Se o cavalo faz uma força de 400 *N, então a* aceleração da carroça será de 1,0 m/s^2 Assim, em cerca de 20s a velocidade será de 72 km

Será que podemos conseguir um veículo igual ao da próxima figura?

Fazemos uma carroça com pouco atrito; quando ela atingir os 72km/h, suspendemos o cavalo, para ele descance. Quando a carroça perder velocidade, colocamos novamente o cavalo no chão para que ele volte a acelerar a carroça. Será que funciona?



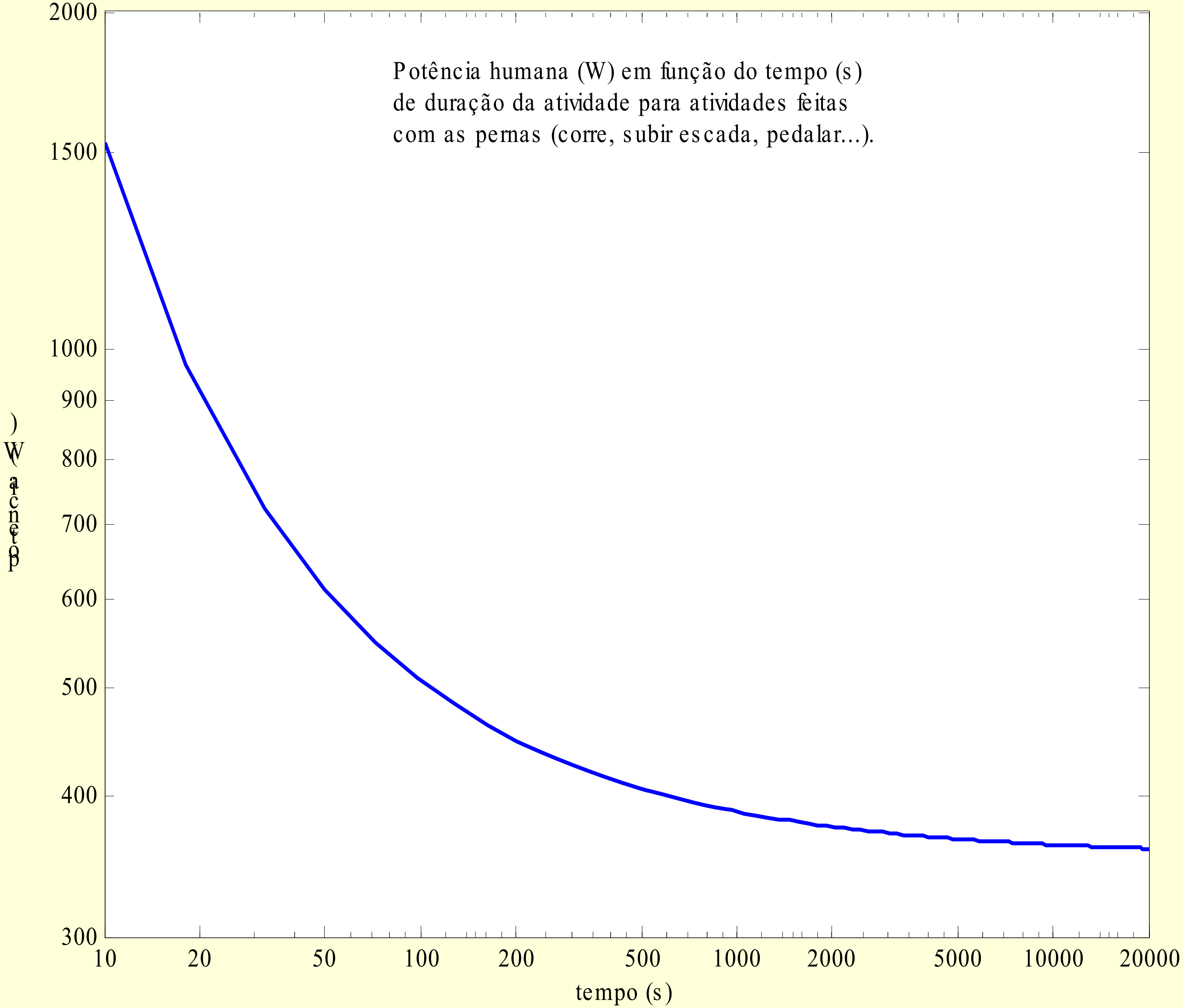
Isso não funcina. O que limita a ação do cavalo não é a ***força***, mas sim a ***potência***.

A 20 m/s a potência dissipada seria de

400 N ·20 m/s=8.000 W.

Considerando a eficiência de 25%, isso significaria um gasto total de 32.000 W. Nenhum cavalo agüenta isso.

Potência mecânica máxima (atleta preparado) em função do tempo de duração da atividade



Com o gráfico anterior, podemos estimar o tempo de algumas atividades física. Por exemplo, subir escadas

Qual o menor tempo para subir uma escada, desnível de 100 *m*?

Se alguém começar subindo “feito louco”, com um esforço mecânico de, por exemplo, cerca de 1.500 W, em 10 s estará extenuado, como mostra o gráfico anterior.

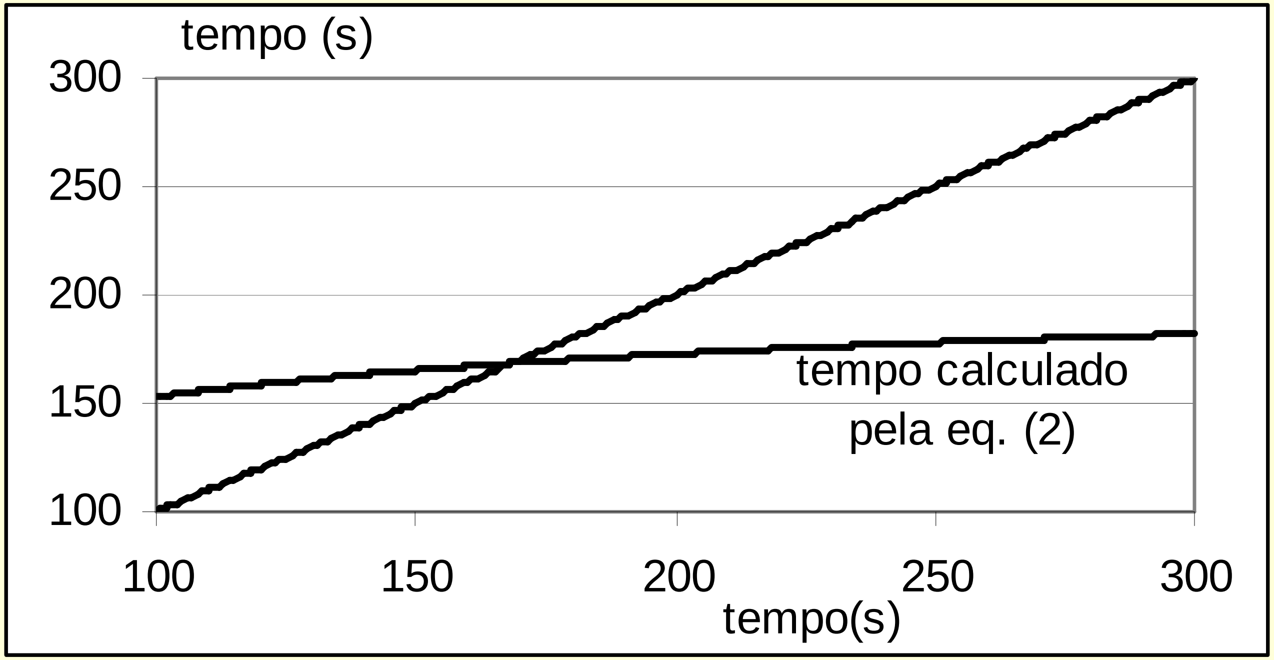
Se dissipar uma potência mecânica muito baixa, chegará ao topo em um tempo muito longo.

Qual o tempo mínimo para alcançar o topo?

A equação (1) mostra a potência dissipada em função do tempo. A equação (2) é apenas uma modificação da (1)

$$P(t) = \frac{mgh}{t} \qquad (1)$$

$$t = \frac{mgh}{P(t)} \qquad (2)$$



No gráfico aparecem duas curvas. Uma delas usando a equação (2), com *P(t)* obtido do gráfico anterior. O tempo mínimo é obtido pela intersecção das duas curvas.

5 - Corridas

Adotando o mesmo procedimento usado para calcular o tempo mínimo para subir escadas, podemos estimar os recordes para diferentes corridas

A potência mecânica dissipada por um atleta em uma corrida é dada por

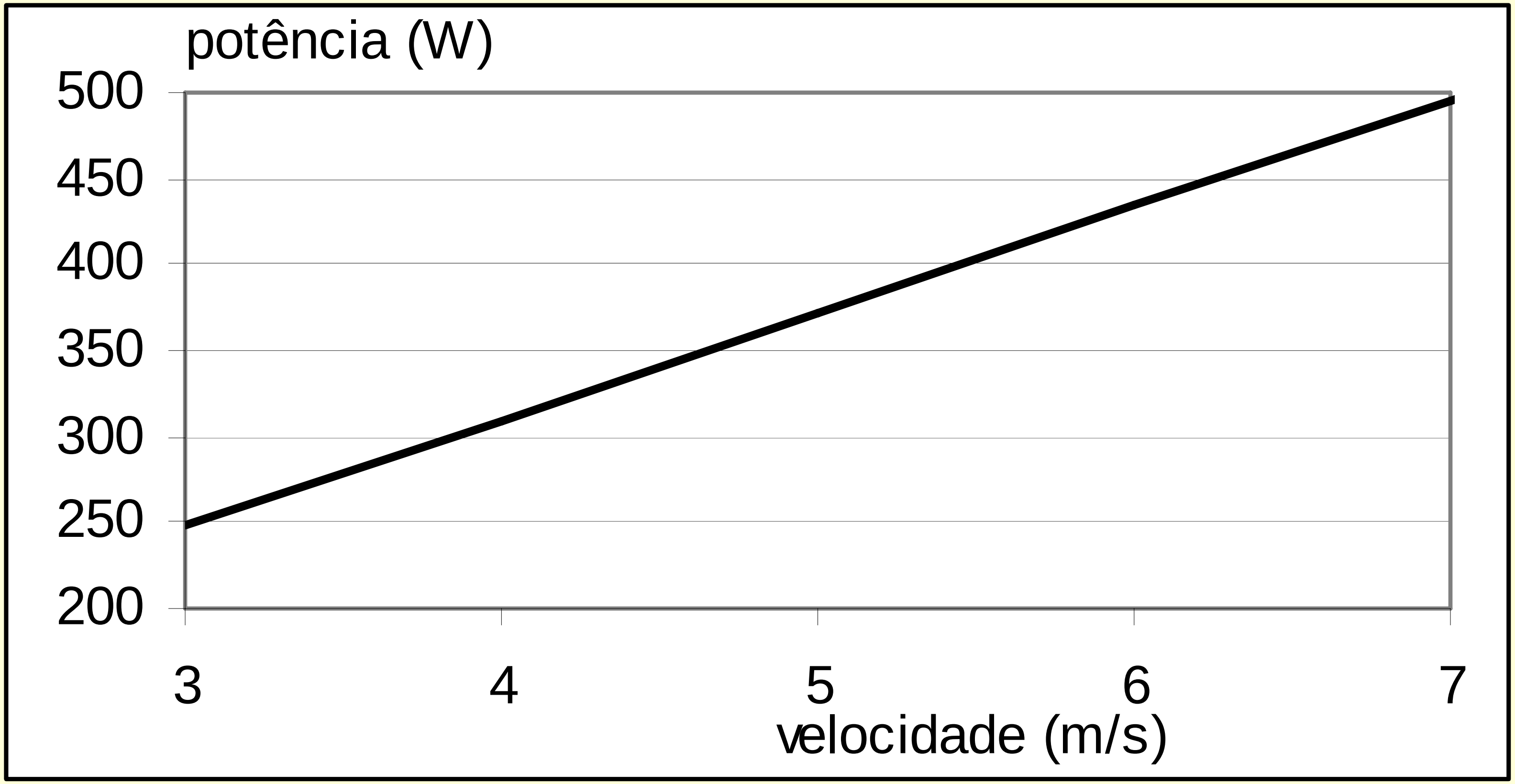
$$P = 62(V(\mathrm{m/s}) - 1)\,\mathrm{W}$$

Essa potência é graficada na figura seguinte

A expressão acima foi obtida da transparência 7, lembrando que da potência total apenas 25% vira potência mecânica: o restante é consumido internamente.

Potência mecânica dissipada em corridas

$$P = 62(V\,(\mathrm{m/s}) - 1)\,\mathrm{W}$$



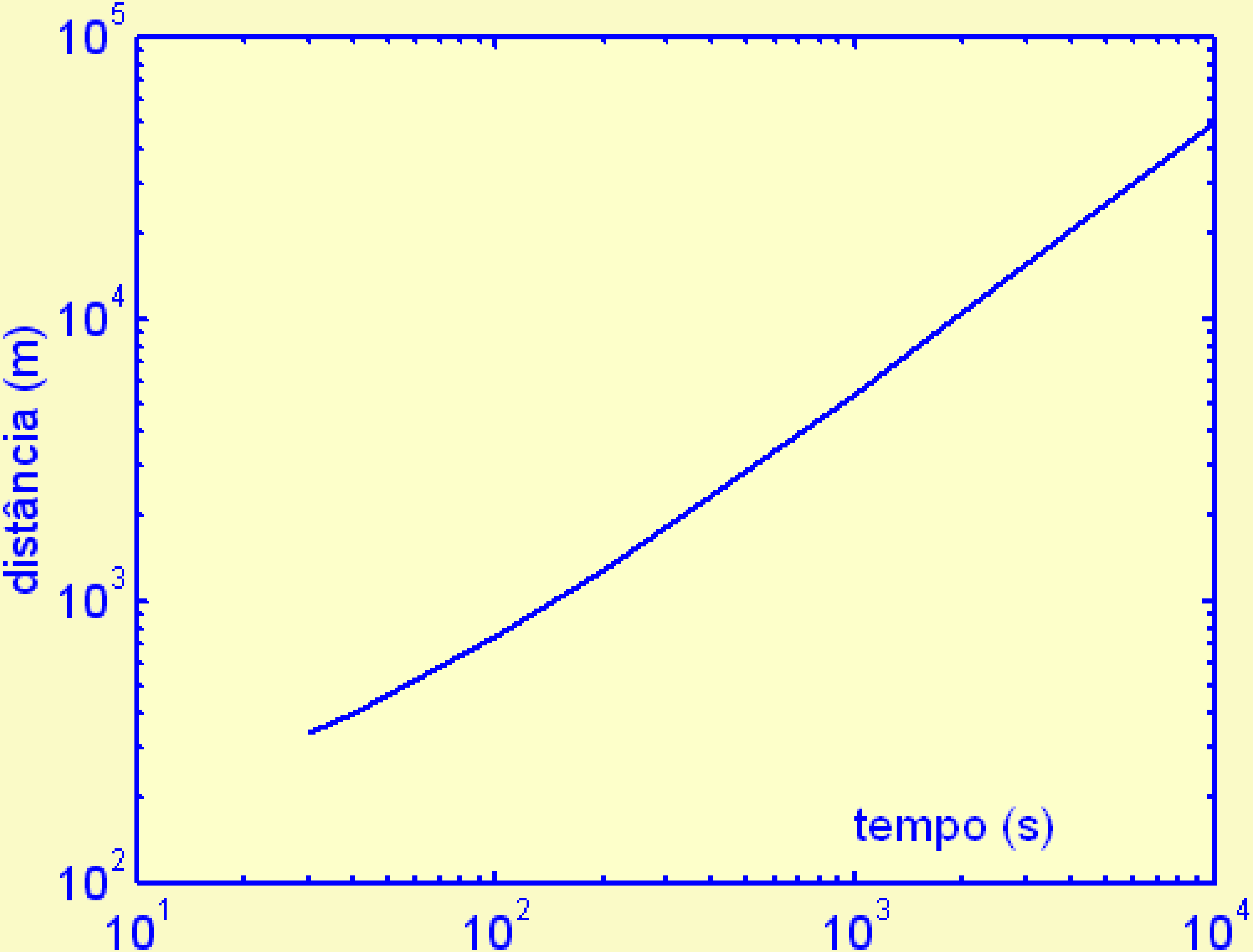
Podemos estimar o tempo de duração das diferentes corridas combinando as informações do slide 21 com as informações da figura anterior:

Slide 21: Potência=P(t)
Slide anterior: Potência=P(v)

Podemos, então, obter velocidade máxima sustentada por atletas em função do tempo de duração da prova, v=v(t).

Conhecendo a velocidade e o tempo, descobrimos a distância percorrida

O próximo slide mostra o resultado



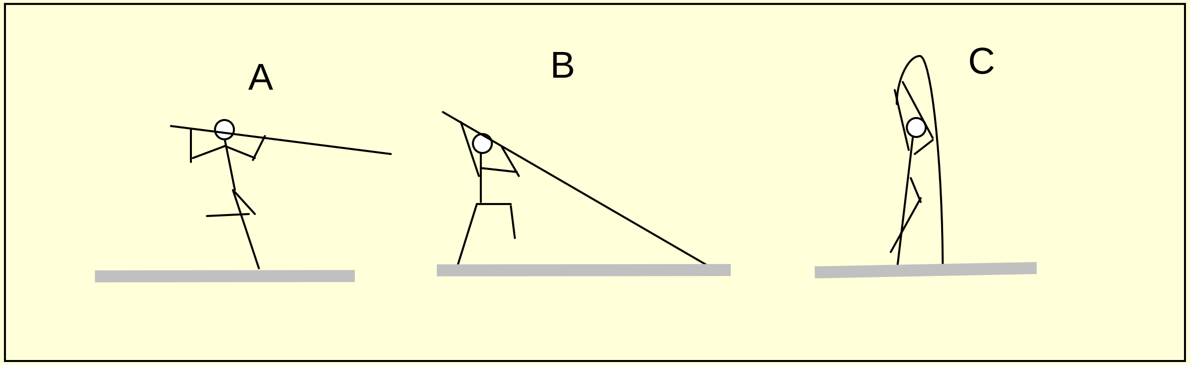
10^5
10^4
10^3
10^2
distância (m)
tempo (s)
10^1
10^2
10^3
10^4

Comparação entre as estimativas do gráfico anterior com alguns recordes

Prova	Cálculo	Observado (H M)
10.000 m	1.900 s	1.600 s e 1.800 s
42 km	8.000 s	7.700 s e 8.600 s
400 m	40 s	47 s e 43 s

6 – Saltos

Salto com vara



No salto com vara o/a atleta corre, acumulando energia cinético.

Essa energia cinética é transformada em energia potencial da vara envergada.

A energia potencial armazenada na vara é usada para lançar o atleta para cima.

Quando o atleta atinge a maior altura, ao transpor a barra, sua energi cinética é praticamente nula e toda a energia está na forma de energia potencial gravitacional.

Após correr cerca de 15 m, o atleta atinge uma velocidade de ~10m/s.
Igualando a energia cinética no final da corrida com a energia potencial, temos

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

O centro de massa do atleta sobe de $$h = \frac{v^2}{2g}$$

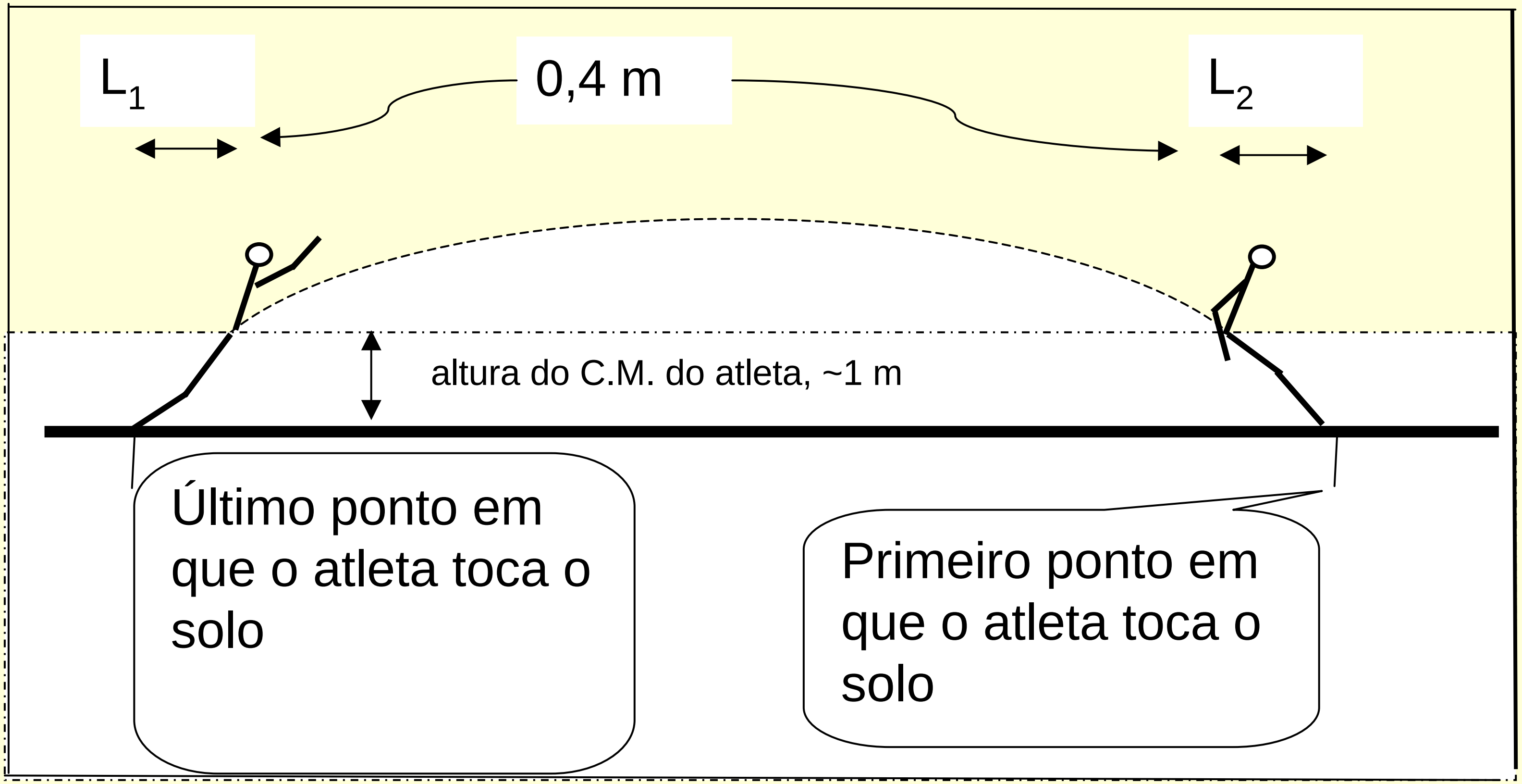
Como no início do salto o centro de massa do atleta está a cerca de 1m do chão, a altura do salto é

$$h \approx 5m + 1m$$

Recorde atuais (aproximados)

Homens 6m Mulheres 5m

Distância



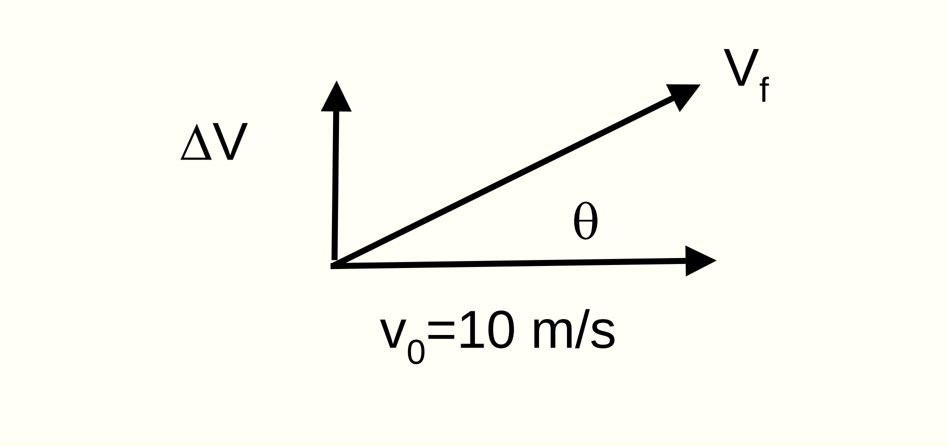
Esta figura ilustra o salto em distância.

A distância total do salto é dada por $L=L_1+L_2+L_3$. L_1 e L_2 são aproximadamente iguais a 0,4m. L_3 é a distância do vôo.

No último passa, o atleta adiciona a seu movimento uma energia extra de cerca de 600J na forma de uma velocidade vertical. Ao sair do solo, sua velocidade total, V_f, é dada por

$$\frac{1}{2}mV_f^2 = \frac{1}{2}mV_p^2 + 600J$$

Os 600J correspondem ao movimento vertical do centro de massa do atleta. A figura ao lado mostra as velocidades do atleta ao "decolar".



O valor de 600J de energia adicional obtida no último passo foi estimado a partir do maior ganho de energia conseguido com o uso de apenas uma perna na corrida de 100m rasos. A velocidade ao decolar, considerando que o atleta já tem, como conseqüência da corrida, uma velocidade horizontal, é V_f=10,72 m/s

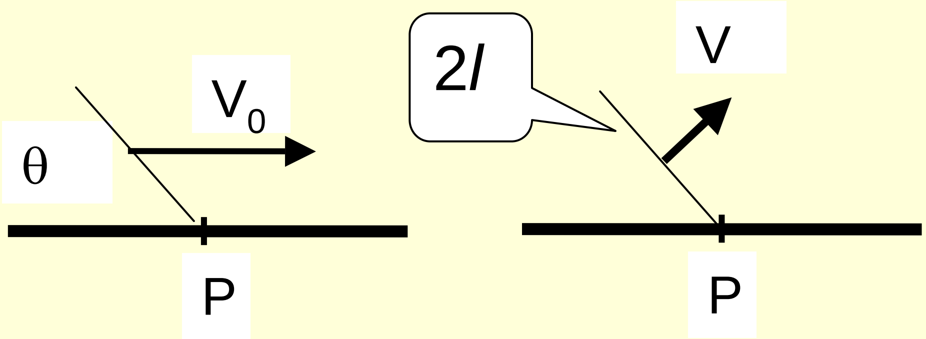
Os resultados obtidos com essa estimativa são:

$$\begin{cases} \theta = 21^o \\ \Delta V = 3,9 m/s \\ L_3 = 9,2 m \\ L = 10 m \end{cases}$$

Resultados "experimentais": *L*=8,8 m (recorde masculino), θ=20º ±2º, *V=9,5±0,5 m/s*

Altura

Por que o atleta corre antes de saltar? Diferentemente do salto com vara, não há um mecanismo que permita transforma a energia cinética acumulada em energia potencial. Assim, correr só cansaria o/a atleta, atrapalhando seu desempenho. Mas...
Parece que o/a atleta usa um truque. Considere uma barra se deslocando horizontalmente, como na figura, e que seu extremo inferior seja bruscamente parado. Por conservação de momento angular a barra adquire, instantaneamente, uma velocidade vertical.



Por conservação de momento angular obtemos

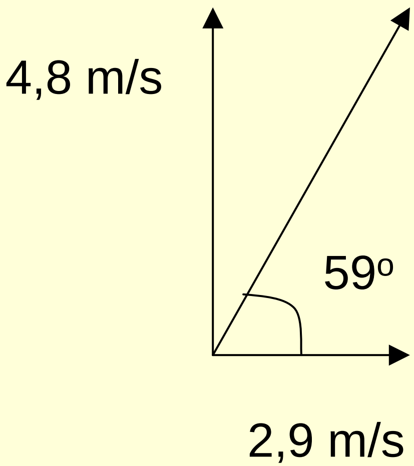
$$mV_0 l sen(\theta) = \frac{4}{3} mVl$$

$$V_v = \frac{3}{4} V_0 sen(\theta)\cos(\theta)$$

Observação: v_0 é da ordem de 7,5 m/s

No último impulso, como no salto em altura, o/a atleta adiciona mais 600*J* a sua energia cinética. Se essa energia adicional é na forma de uma velocidade vertical, esta será de $V_v = 4{,}8 m/s$

	cálculo	real
altura	2,4 m	2,3 m
ângulo	59º	50º



Esquema das velocidades no instante do salto

7 – Refrigerando o corpo

Apenas a quarta parte da energia produzida pelo organismo se transforma em trabalho mecânico externo. O restante é gasto internamente e, conseqüentemente, aqueceria nosso corpo. Exemplos? Aqui vão:

Repouso: 100$W = m \times c \times \Delta T/\Delta t$

$\rightarrow$ aquecimento de $\Delta T/\Delta t = 1^{o}\ C/h$

Atividade pesada: 400W mecânico com eficiência de 25%

$\rightarrow \Delta T/\Delta t = 12^{o}\ C/h$

Portanto, precisamos refrigerar nosso corpo.

Perda de energia:

Há três formas de refrigerarmos nosso corpo:

1) Irradiação: lei de Stefan: σT^4
$\sigma = 5{,}7 \times 10^{-8} W/m^2$
10*W/m*^{2} para cada º*C* de diferença de temperatura com o meio;

2) Condução: ≈ 10 *W/m*^{2} para cada º*C* e cada *m/s* da velocidade do ar;

3) Evaporação: 540 *cal* por grama de água evaporada.

Exemplo

Considere uma pessoa correndo a cerca de 6m/s.

A potência mecânica é de aproximadamente 300W.

Portanto, a potência dissipada internamente é de 900W (a eficiência mecânica do corpo humano é de 25%).

Essa pessoa precisa perder para o ambiente esses 900W para que a temperatura de seu corpo fique estável.

A temperatura da pele é $T_{pele}=35^oC$. Se a temperatura do ambiente for de $T_{ambiente}=25^oC$ essa pessoa perderá:

100 W por irradiação
600 W por condução
200 W por evaporação => aproximadamente 0,1 g/s